











# HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES.

Année M. DCC. X.

Avec les Memoires de Mathématique & de Physique  
pour la même Année.

*Tirez des Registres de cette Académie.*

Nouvelle Edition, revûe, corrigée & augmentée.



A PARIS,

Chez { GABRIEL MARTIN.  
JEAN-BAPTISTE COIGNARD fils. } rue S. Jacques.  
H. LOUIS GUERIN.

M. DCCXXXII.

AVEC PRIVILEGE DU ROY.



DES SCIENTES  
ROYALE  
L'ACADEMIE  
DE  
HISTOIRE

AND M. D. G. X.

1941-1942

St. Louis, Mo., Sept. 10, 1901.

Абсолютно чуждым и незнакомым



2121

COARRIET MARTIN  
STANLEY MARTIN  
STANLEY MARTIN

112885231 M

1900



# TABLE POUR L'HISTOIRE.

---

## PHYSIQUE GENERALE.

<i>Sur le Ressort de l'Air.</i>	Page 1
<i>Sur la déclinaison de l'Aiman.</i>	3
<i>Sur le Flux &amp; le Reflux.</i>	4
<i>Sur le mouvement progressif de plusieurs especes de Coquillages.</i>	10
<i>Sur l'effet du Vent à l'égard du Thermometre.</i>	13
<i>Diverses Observations de Physique générale.</i>	15

---

## ANATOMIE.

<i>Sur les Moules d'Etang.</i>	30
<i>Sur l'Iris de l'œil.</i>	33
<i>Diverses observations Anatomiques.</i>	36

---

## CHIMIE.

<i>Sur la Rhubarbe.</i>	43
<i>Sur la Lacque.</i>	44
<i>Sur les Souffres des Vegetaux &amp; des Mineraux.</i>	46
<i>Sur l'Analyse des Plantes Marines , &amp; principalement du Corail rouge.</i>	48
<i>Sur un nouveau Phosphore.</i>	54
<i>Hist. 1710.</i>	5

# T A B L E.

---

## BOTANIQUE.

<i>Sur le Pareira Brava.</i>	56
<i>Sur les Arbres morts par la gelée de 1709.</i>	59
<i>Sur le Bled cornu appelé Ergot.</i>	61
<i>Sur les Mouvements extérieurs des Plantes.</i>	64
<i>Sur les Plantes de la Mer.</i>	69
<i>Diverses Observations Botaniques.</i>	78

---

## ARITHMETIQUE.

<i>Sur les Quarrés Magiques.</i>	80
----------------------------------	----

---

## A L G E B R E.

<i>Sur la Construction des Egalités.</i>	88
--	----

---

## G E O M E T R I E.

<i>Sur une Intégrale donnée par M. le Marquis de l'Hôpital ; ou sur les pressions des Courbes en général.</i>	98
<i>Sur les Forces centrales inverses.</i>	102

---

## A S T R O N O M I E.

<i>Sur le Mouvement de la Lune.</i>	104
<i>Sur les Refractions.</i>	109
<i>Sur les Taches du Soleil.</i>	111

---

## C A T O P T R I Q U E.

<i>Des Foyers par réflexion en général.</i>	112
---	-----

# T A B L E.

---

## D I O P T R I Q U E.

---

*Sur les Refractions d'une espece de Talc.*

121

---

## M E C H A N I Q U E.

*Sur la résistance des Solides.*

126

*Sur la Résistance des Milieux au mouvement.*

133

*Machines ou Inventions approuvées par l'Académie des Sciences en  
1710.*

142

*Eloge de M. de Chazelles.*

143

*Eloge de M. Guglielmini.*

152





# TABLE

POUR

## LES MEMOIRES.

<b>E</b> xpériences sur le ressort de l'Air. Par M. CARRE'. Page 1	
Remarques sur la construction des Lieux Géométriques & des Equations. Par M. DE LA HIRE.	7
Abregé de Catoptrique. Par M. CARRE'.	46
Des Mouvements primitivement retardés en raison des tems qui resteroient à écouler jusqu'à leur entière extinction dans le vuide, faits dans des milieux résistans en raison des quarrés des vitesses effectives du mobile. Par M. VARIGNON.	63
Construction générale des Quarrés Magiques. Par M. SAUVEUR.	92
Observations de la quantité d'eau qui est tombée à l'Observatoire pendant l'année 1709, avec l'Etat du Thermomètre & du Baromètre. Par M. DE LA HIRE.	139
Comparaison des Observations que nous avons faites ici à l'Observatoire sur la Pluie & les Vents, avec celles que M. le Marquis de Pontbriand a faites dans son Château près de S. Malo pendant l'année 1709. Par M. DE LA HIRE.	143
Comparaison de mes Observations avec celles de M. Scheuchzer sur la Pluie & sur la Constitution de l'air pendant l'année 1709. à Zurich en Suisse. Par M. DE LA HIRE.	145
Usage d'une Intégrale donnée par M. le Marquis de l'Hôpital dans les Mem. de 1700. p. 13. Avec la Solution de quelques autres questions approchantes de la sienne. Par M. VARIGNON.	158
Observations sur la Rhubarbe. Par M. BOULDU.	163
Observation de l'Eclipse de Lune du 13. Février au soir de l'an 1710. Par M <sup>rs</sup> . CASSINI & MARALDI.	169
Observations de l'Eclipse de Lune arrivée la nuit entre le 13 & le 14 Février, à l'Observatoire. Par M. DE LA HIRE.	172
Observation de l'Eclipse de Lune du 13 Février 1710, faite à Versailles en présence de Monseigneur le Duc de Bourgogne. Par M. CASSINI le fils.	175
Des points de Rupture des figures : De la maniere de les rappeler à leurs Tangentes: D'en déduire celles qui sont par-tout d'une résistan-	

# T A B L E.

<i>ce égale : Avec la Méthode pour trouver tant de ces sortes de figures que l'on veut : Et de faire en sorte que toute sorte de figure soit par tout d'une égale résistance, ou ait un ou plusieurs points de rupture.</i>	
<i>I. Memoire. Des figures retenues par un de leurs bouts, &amp; tirées par celles &amp; tant de puissances qu'on voudra. Par M. PARENT.</i>	177
<i>Observation de l'Eclipse du Soleil du 28 Février 1710, faite à Versailles en présence de Monseigneur le Duc de Bourgogne. Par M. CASSINI le fils.</i>	195
<i>Observation de l'Eclipse du Soleil du 28 Février 1710. Par M. MARALDI.</i>	196
<i>Observation de l'Eclipse du Soleil arrivée le 28 Février 1710. à l'Observatoire. Par M<sup>rs</sup>. DE LA HIRE.</i>	198
<i>Méthode générale pour la division des Arcs de Cercle ou des Angles, en autant de parties égales qu'on voudra. Par M. DE LA HIRE.</i>	200
<i>Addition à la Solution générale du Problème de la page 257. des Mem. de 1709. où parmi une infinité de Courbes semblables décrites sur un plan vertical, &amp; ayant même axe &amp; un même point d'origine, il s'agit de déterminer celle dont l'arc compris entre le point d'origine &amp; une ligne de position, est parcouru dans le plus court tems possible. Par M. SAURIN.</i>	208
<i>Comparaison des Observations de l'Eclipse de Lune faites en differens lieux. Par M. MARALDI.</i>	215
<i>Diverses Observations de la conjonction de la Lune avec les Pléiades. Par M. MARALDI.</i>	218
<i>De la nécessité qu'il y a de bien centrer le Verre objectif d'une Lunette. Par M. CASSINI le fils.</i>	223
<i>Observations sur les matieres Sulphureuses, &amp; sur la facilité de les changer d'une espece de souffre en une autre. Par M. HOMBERG.</i>	225
<i>Observations sur le Bezoard, &amp; sur les autres matieres qui en approchent. Par M. GEOFFROY le jeune.</i>	235
<i>Des Mouvements primitivement variés dans des milieux résistans en raison des sommes faites, des vitesses effectives de ces mouvements, &amp; des quarrés de ces mêmes vitesses. Par M. VARIGNON.</i>	243
<i>Réponse à la Critique de M. de la Hire du 20. Mars 1709. Première Partie Par M. MERY.</i>	274
<i>Remarques sur le mouvement des Planetes, &amp; principalement sur celui de la Lune. Par M. DE LA HIRE.</i>	292
<i>Insecte des Limaçons. Par M. DEREAUMUR.</i>	305
<i>Observation du passage de Jupiter proche de l'Etoile qui est dans le front du Scorpion, comparée avec une semblable Observation fait en 1627. Par M. MARALDI.</i>	310
<i>Réflexions sur les Observations du Flux &amp; du Reflux de la Mer,</i>	à ii j

# T A B L E

<i>faites à Dunquerque par M. Baert Professeur d'Hydrographie, pendant les années 1701 &amp; 1702. Par M. CASSINI le fils.</i>	318
<i>Observations sur une espece de Talc qu'on trouve communément proche de Paris au-dessus des bancs de pierre de plâtre. Par M. DE LA HIRE.</i>	341
<i>Observations sur la variation de l'Aiguille par rapport à la Carte de M. Halley: Avec quelques Remarques Géographiques faites sur quelques Fournaux de Marine. Par M. DE LISLE.</i>	353
<i>Réflexions sur les Observations du Flux &amp; du Reflux de la Mer, faites au Havre de Grace par M. Boissaye du Bocage Professeur d'Hydrographie, pendant les années 1701 &amp; 1702. Par M. CASSINI le fils.</i>	366
<i>Réflexions sur les Observations des Marées faites à Brest &amp; à Bayonne. Par M. CASSINI le fils.</i>	380
<i>Examen de la Soye des Araignées. Par M. DE REAUMUR.</i>	386.
<i>Remarques sur la Moule des Estangs. Par M. MERY.</i>	408.
<i>Memoire touchant les Vegetations artificielles. Par M. HOMBERG.</i>	426.
<i>Du mouvement progressif, &amp; de quelques autres mouvemens de diverses especes de Coquillages Orties &amp; Etoiles de mer. Par M. DE REAUMUR.</i>	439
<i>Des mouvemens commencés par des vitesses quelconques, &amp; ensuite primitivement accelerés en raison des tems écoulés, dans des milieux résistans en raison des sommes faites des vitesses effectives du mobile, &amp; des quarrés de ces mêmes vitesses. Par M. VARIGNON.</i>	491
<i>Extrait d'une Lettre de M. Herman à M. Bernoulli, datée de Padouë le 12 Juillet 1710.</i>	519
<i>Des Forces centrales inverses. Par M. VARIGNON.</i>	533
<i>Expériences de l'effet du Vent à l'égard du Thermometre. Par M. CASSINI le fils.</i>	544
<i>Expériences sur les Thermometres. Par M. DE LA HIRE le fils.</i>	546
<i>Observations sur les petits œufs de Poule sans jaune, que l'on appelle vulgairement œufs de Coq. Par M. LAPEYRONIE.</i>	553

Fin des Tables.



PRIVILEGE DU ROY.

**L**OUIS PAR LA GRACE DE DIEU ROY DE FRANCE  
ET DE NAVARRE: A nos amez & feaux Conseillers les  
Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordi-  
naires de nôtre Hôtel, Grand Conseil, Prevôt de Paris, Baillifs,  
Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils & autres nos Justiciers qu'il  
appartiendra: SALUT. Nôtre Académie Royale des Sciences  
Nous ayant très-humblement fait exposer, que depuis qu'il Nous a  
plû lui donner par un Reglement nouveau de nouvelles marques de  
nôtre affection, Elle s'est appliquée avec plus de soin à cultiver les  
Sciences qui font l'objet de ses exercices; en sorte qu'outre les Ou-  
vrages qu'Elle a déjà donnez au public, Elle seroit en état d'en pro-  
duire encore d'autres, s'il Nous plaisoit lui accorder de nouvelles  
Lettres de Privilege, attendu que celles que Nous lui avons accor-  
dées en datte du 6. Avril 1699. n'ayant point de tems limité, ont  
été déclarées nulles par un Arrêt de nôtre Conseil d'Etat du 13. du  
mois d'Aoust dernier. Et desirant donner à ladite Académie en  
corps, & en particulier à chacun de ceux qui la composent, toutes  
les facilitez & les moyens qui peuvent contribuer à rendre leurs tra-  
vaux utiles au public; Nous avons permis & permettons par ces  
Presentes à ladite Académie, de faire imprimer, vendre & debiter  
dans tous les lieux de nôtre obéissance, par tel Imprimeur qu'Elle  
voudra choisir, en telle forme, marge, caractère, & autant de fois  
que bon lui semblera: *Toutes les Recherches ou Observations jour-  
nalieres, & Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans les  
Assemblées de l'Académie Royale des Sciences; comme aussi les Ou-  
vrages, Memoires ou Traitez de chacun des particuliers qui la com-  
posent.* & généralement tout ce que ladite Académie voudra faire  
paroître sous son nom, lorsqu'après avoir examiné & approuvé les-  
dits Ouvrages aux termes de l'article xxx. dudit Reglement, elle  
les jugera dignes d'être imprimez: & ce pendant le tems de dix  
années consecutives, à compter du jour de la datte desdites Pre-  
sentes. Faisons très-expresses deffenses à tous Imprimeurs, Librai-  
res, & à toutes sortes de personnes de quelque qualité & condition  
que ce soit, d'imprimer, faire imprimer en tout ni en partie, au-  
cun des Ouvrages imprimez par l'Imprimeur de ladite Académie,  
comme aussi d'en introduire, vendre & debiter d'impression étran-  
gere dans nôtre Royaume sans le consentement par écrit de ladite  
Académie ou de ses ayans cause, à peine contre chacun des contre-  
venans de confiscation des Exemplaires contrefaits au profit de son-

dit Imprimeur , de trois mille livres d'amende, dont un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, un tiers audit Imprimeur, & l'autre tiers au Dénonciateur, & de tous dépens, dommages & intérêts; à condition que ces presentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs-Libraires de Paris, & ce dans trois mois de ce jour: Quel'impression de chacun desdits Ouvrages sera faite dans nôtre Royaume & non ailleurs, & ce en bon papier & en beaux caracteres, conformément aux Reglemens de la Librairie; & qu'avant que de les expoſer en vente il en ſera mis de chacun deux Exemplaires dans nôtre Bibliothèque publique, un dans celle de nôtre Château du Louvre, & un dans celle de nôtre très-cher & feal Chevalier Chancelier de France le ſieur Phelypeaux Comte de Pontchartrain Commandeur de nos Ordres, le tout à peine de nullité des Preſentes; du contenu deſquelles Vous mandons & enjoignons de faire jouir ladite Académie ou ſes ayans cauſe pleinement & paisiblement, ſans ſouffrir qu'il leur ſoit fait aucun trouble ou empêchemens. Voulons que la copie deſdites Preſentes qui ſera imprimée au commencement ou à la fin deſdits Ouvrages ſoit tenue pour dûement ſignifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amez & feaux Conſeillers & Secretaires ſoit ajoutée comme à l'original: Commandons au premier nôtre Huiſſier ou Sergent de faire pour l'exécution d'icelles tous actes requis & néceſſaires ſans autre permiſſion, & nonobſtant Clameur de Haro, Chartre Normande & Lettres à ce contraires: C A R tel eſt nôtre plaifir. D O N N E' à Verſailles le neuvième jour de Février, l'an de grace mil ſept cens quatre, & de nôtre Regne le ſoixante & unième. Par le Roy en ſon Conſeil, L E C O M T E,

L'Académie Royale des Sciences par délibération du 17 Février 1707. a cédé le preſent Privilege à J E A N B O U D O T ſils ſon Libraire, pour en jouir conformément au Traité fait par l'Académie avec feu le ſieur Boudot ſon Pere le 13. Juillet 1699. En foi de quoi j'ai ſigné, à Paris ce 27. Février 1707.

FONTENELLE, *Secretaire de l'Académie Royale des Sciences.*

*Regiſtré ſur le Livre de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris, Numero CVI. page 126. conformément aux Reglemens, & notamment à l'Arrêt du Conſeil du 13. Aouſt dernier. A Paris, ce 13. Février 1704.*

P. EMERY, *Syndic.*

HISTOIRE



# HISTOIRE

DE

## L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES.

ANNE'E M. DCCX.

PHYSIQUE GENERALE.

### *SUR LE RESSORT DE L'AIR.*



COMME le Ressort de l'Air est presentement fort établi, M. Carré a voulu verifier des expériences de M. Parent qui l'attaquoient, rapportées dans l'Hist. de 1708 \*. Nous y avons dit que des Phioles de verre mises sur des charbons ardents, ne faisoient que se fondre doucement quand elles étoient pleines d'air, & que quand elles en avoient été bien vidées, & qu'elles contenoient seulement un peu de quelque autre matiere, elles sautoient en éclats avec un grand bruit, ce qui paroît assés contraire à l'idée que l'on a de la grande force élastique de l'Air.

*Hist.* 1710.

V. les M.  
P. 1.

\* P. 18.

M. Carré ayant refait ces expériences sur un grand nombre de Phioles , a trouvé que presque toujours dans l'un & dans l'autre cas elles crevoient ou s'éclatoient avec bruit, & que par conséquent on n'en pouvoit rien conclure contre le Ressort de l'Air , car il faudroit pour cela que les deux cas eussent un succès contraire , c'est à-dire que les Phioles ne crevassent avec bruit que quand elles ont été vidées d'air.

Si elles ne contiennent ni air ni aucune autre matiere, il arrive quelquefois que l'hémisphere inferieur de la Phiole , & celui qui pose sur les charbons , s'amolissant par le feu & se fondant à demi , va s'appliquer contre la surface interieure de l'hémisphere superieur , de sorte que la boule se change en un hémisphere creux en forme de Tasse. C'est que la boule vuide d'air ne peut résister à la pression de l'air exterieur, qui fait rentrer une de ses moitiés. Cet effet est si naturel qu'il sembleroit devoir toujours arriver, mais cette moitié de boule ne se fond pas toujours si également en toutes ses parties au degré qu'il faut ; dès qu'il y en a quelqu'une trop fondue , elle se détache des autres , & il se fait un trou par où entre l'air exterieur, qui ne laisse plus de lieu à ce petit phenomene. Si dans la Phiole vuide d'air il y a quelque peu d'une autre matiere , comme de l'Eau , de l'Esprit de vin , &c. cette matiere se rarefie , & se fait bientôt une ouverture pour sortir.

Quelquefois , comme M. Carré l'a vu dans quelqu'une de ses expériences , aussi-bien que M. Parent , l'air s'échappe d'une Phiole paisiblement & sans bruit. Mais alors ce n'est pas à dire qu'il n'ait point de ressort , il suffit pour rendre sa sortie tranquille qu'il ait trouvé une ouverture proportionnée à sa vitesse.

Enfin le ressort de l'air a paru à M. Carré subsister en son entier. Ce n'est pas que les expériences qu'il a faites pour s'éclaircir , ne lui produisissent elles-mêmes de nouvelles difficultés , mais il s'en fait dans les matieres de Physique une regeneration continuelle , qu'il ne faut pas prétendre épuiser entierement.

## SUR LA DECLINAISON

DE L'AIMAN.

**L**A beauté & l'importance du Systême de M. Halley, V. les M. ne permettent pas que l'on se relâche sur le soin de P. 353. le vérifier.

M. Delisle ayant eu entre les mains 10 Journaux de Voyages de long cours faits en 1706, 7, 8, & 9. a trouvé par les variations de l'Eguille qui y avoient été observées, que cette Ligne courbe exempte de variation, tracée par M. Halley sur le Globe terrestre, avance toujours vers l'Oüest à nôtre égard, selon ce que nous avons déjà dit dans l'Hist. de 1706 \*. Cela suit évidemment de ce que les Vaisseaux qui vont de France en Amérique, observent en deçà de cette Ligne que la variation qui est Nord-Oüest est plus grande que celle de M. Halley, & plus petite au delà où elle est Nord-Est, & d'autant plus différente que l'année où se fait la Navigation est plus éloignée de 1700, époque de la Carte de M. Halley. Ce n'est pas que toutes les observations particulieres donnent une regularité si parfaite, elle ne résulte que du gros des observations, il n'est pas possible qu'il n'y en ait quantité de fautives, & d'ailleurs le mouvement de cette Ligne supposée pourroit bien n'être pas lui-même fort regulier. \* p. 4.

Par les Voyages que M. Delisle a vûs, les variations observées du Cap de Bonne-Esperance aux Indes Orientales, diffèrent si peu de celles de M. Halley, que l'on peut compter que de ce côté-là tout est presque dans le même état, ce qui pourroit faire naître quelque difficulté dans le systême général; car il seroit bon que les changemens de l'Orient répondissent à ceux de l'Occident.

Ce que M. Cassini le fils avoit déjà commencé à l'égard de la Mer du Sud \*, qui manque à la Carte de M. Halley, \* V. l'Hist. de 1708 p. 20.

A ij

M. Delisle l'a pourſuivi, il a donné de nouvelles obſervations de la variation de l'Eguille, faites ſur cette Mer. Il confirme ce qu'avoit remarqué M. Caſſini le fils, que dans ces parages la variation augmentoit avec la latitude méridionale, & il y ajoûte que ſous une même latitude la variation diminueoit à meſure qu'on s'éloignoit en longitude vers l'Occident.

Il n'a pas manqué d'examiner avec grand ſoin les obſervations d'un Vaiſſeau, qui pour la première fois, que l'on ſçache, a été du Détroit de Magellan au Cap de Bonne Eſperance. Ce qui en réſulte commence par s'éloigner aſſés de la Carte de M. Halley, & y revient enſuite. Mais dans une matiere auſſi nouvelle & auſſi délicate, il ne faut pas s'attendre que toutes les obſervations conſpirent ſi promptement en faveur d'un ſiſtème.

M. Delisle a tiré encore de ces Journaux quelques remarques Geographiques, importantes pour la Navigation.

## S U R L E F L U X

### ET LE REFLUX.

V. les M. p.  
318. 366. &  
380.  
\* p. 11. &  
ſuiv.

**L**E Memoire circulaire ſur le Flux & le Reflux envoyé par ordre de M. le Comte de Pontchartrain dans les Ports de l'Océan, & dont il a été parlé dans l'Hiſt. de 1701\*. a déjà eu une partie de ſon effet.

M<sup>rs</sup> Baërt & du Bocage, Professeurs en Hidrographie, le premier à Dunquerque, & le ſecond au Havre de Grace, ont envoyé à l'Académie le Journal des obſervations qu'ils ont faites, chacun dans ſon Port, pendant plus d'une année en 1701. & 1702. M. Caſſini le fils a examiné ces deux Journaux, & en a fait les Réſultats.

Ce que nous avons dit en 1701. ſe confirme. On pourroit plutôt ſe flater d'avoir le ſyſtème du Flux & du Reflux, que ſ'assurer d'avoir les Phenomenes avec aſſés d'exaſtitude.

On apprend des faits nouveaux & importans , mais tout s'accorde assez bien avec la pression de la Lune sur l'Océan , imaginée par M. Descartes.

Ce n'est pas que cette pression n'ait de grandes difficultés. Comment concevoir seulement qu'elle se fasse ? La Lune est dans le Tourbillon de la Terre , comme y seroit un volume égal de la matiere céleste dans laquelle elle nage , elle y est en équilibre , & en vertu de quoi presse-t-elle ? Quand même elle entreroit pour la premiere fois dans le Tourbillon de la Terre , & y entreroit de force , il n'arriveroit autre chose sinon que dans toute l'étendue de ce Tourbillon la matiere qui le remplit se condenseroit également & uniformément , autant qu'il seroit nécessaire pour faire place à la Lune , & par conséquent il ne se feroit pas une plus grande pression sur l'étendue de l'Océan qui répond à la route de cette Planete , que par tout ailleurs ; cependant l'inégalité de pression est nécessaire pour abaisser les eaux entre les Tropiques , & les élever vers les deux Poles.

On pourroit peut-être rectifier cette idée en donnant à la Lune un Tourbillon particulier , qui comme le Tourbillon général de la Terre tourneroit d'Occident en Orient , & dont par conséquent la moitié inferieure iroit à l'égard de la Terre d'Orient en Occident. Le mouvement de la matiere qui composeroit cette moitié , seroit donc opposé au mouvement de la matiere du Tourbillon général de la Terre , & delà il suit que celle qui devroit passer sous la Lune , toujours en même quantité , étant retardée par cette espece d'obstacle qu'elle trouveroit , & pressée entre la Lune & la Terre , presseroit réciproquement l'une & l'autre , & par conséquent enfonceroit les eaux de l'Océan qui seroient au-dessous d'elle.

Que cette Hypothese soit recevable ou non , il n'importe. Seulement il est bon de se faire cette image , ou quelque autre semblable pour entrer plus facilement dans les phenomenes du Flux & du Reflux , qui paroît

sont fort liés avec le mouvement de la Lune.

Comme l'enfoncement des Eaux se fait entre les Tropiques, elles prennent en s'élevant vers les Poles un mouvement qui ne peut être que successif. Delà il suit, & que dans nôtre Hemisphere septentrional, elles arrivent plutôt à une Côte moins septentrionale, qu'à une qui l'est d'avantage, plutôt au Havre, par exemple, qu'à Dunquerque, & que dans un lieu déterminé, comme le Havre, le temps de la haute mer dépend du passage de la Lune par un certain Meridien, qui n'est pas pour cela le Meridien du lieu, mais celui où la Lune se trouve, lorsque les eaux dans leur plus grande hauteur arrivent à ce lieu-là. Il est manifeste que ce Meridien est toujours le même, & puisque le passage de la Lune par un Meridien quelconque retarde tous les jours de 49' à peu près, il faut que les Marées en quelque lieu que ce soit retardent autant.

On sçait depuis long-temps que les plus grandes Marées, c'est-à-dire celles où la Mer monte le plus haut, sont vers les Nouvelles & Pleines Lunes, & les plus petites vers les Quadratures. Si l'on veut se faire quelque idée de la cause, on peut s'imaginer que ce Tourbillon supposé de la Lune est elliptique, comme le grand Tourbillon du Soleil, & que dans les Conjonctions & Oppositions, son plus grand diametre passe à peu près par le centre de la Terre, & que dans les Quadratures c'est le petit. Cela rendra la pression de la matiere céleste sous le Tourbillon de la Lune plus grande dans un tems que dans un autre.

Pour avoir un point fixe d'où l'on compte dans un certain lieu le retardement de la Marée pour tous les jours d'une Lunaïson, on prend le tems de la haute mer de la Nouvelle ou Pleine Lune. Mais ce tems par plusieurs raisons n'est pas précisément le même d'une Lunaïson à l'autre.

1°. Ce n'est pas le retour de la Lune à la même Phase de Conjonction ou d'Opposition, mais c'est son retour à



un certain Meridien à la même heure , qui fait le retour de la Marée à la même heure dans un certain lieu. Si donc dans une seconde Lunaïson la Lune est revenuë à la même Phase avant que d'être revenuë à ce Meridien , la haute mer de cette Lunaïson doit arriver plus tard que celle de la premiere ; & si c'est le contraire elle arrivera plutôt.

2°. Quelques causes particulieres , & principalement le Vent , avancent ou retardent les Marées. Si la direction du Vent concourt avec celle du mouvement de l'eau , elle en doit aller plus vite , sans compter qu'elle s'élèvera aussi plus haut. S'il arrive des changemens dans la disposition du fond de la Mer , il en pourra arriver aussi dans la Marée , qui trouvera une nouvelle facilité , ou un nouvel obstacle. Les irrégularités de la Marée d'un lieu peuvent influer sur celle d'un autre , & tout cela ensemble se combinera de mille manieres differentes.

Il y a donc de la variation dans le temps de la Marée d'un certain lieu à la même Phase de la Lune. Par les observations du Havre & de Dunquerque , M. Cassini le fils a trouvé que cette variation y est d'une heure dans les Pleines Lunes , & prenant un tems moyen , il a fixé celui de la haute mer au Havre dans la Pleine Lune à 9 heures du matin 26' , & à Dunquerque à 11<sup>h</sup> 54' du matin.

Ces deux tems seroient toujours ceux de la haute mer pour ces deux Ports dans les oppositions , si effectivement la Lune au moment de son opposition passoit toujours à ces heures-là par les Meridiens d'où la marée de ces deux Ports dépend. Mais il s'en faut bien que cela soit ainsi. Supposons qu'à Dunquerque où la haute mer arrive près de Midi , ou , ce qui est la même chose , près de Minuit , le Meridien d'où la marée dépend soit le Meridien même de Dunquerque , car cela reviendra toujours au même. La Lune peut être pleine lorsqu'il fera 6 heures du soir à Dunquerque , & cependant elle

ne peut passer par le Meridien de cette Ville que vers minuit. La haute mer qui dépend de ce passage tardera donc par rapport à l'heure qui a été fixée pour les Pleines Lunes, & par conséquent arrivera plus tard que minuit. Mais de combien sera ce retardement ? Il doit être proportionné au temps dont la Pleine Lune a précédé minuit, & de plus comme c'est le retardement du passage de la Lune par un Meridien déterminé, M. Cassini le prend pour le même que celui de 49' dont la Lune revient tous les jours plus tard au même Meridien. Ces 49' donnent 2' par heure, & puisque dans l'exemple proposé la Pleine Lune a précédé minuit de 6<sup>h</sup>, la haute mer n'arrivera à Dunquerque qu'à minuit 12'. Ce sera la même chose, mais renversée, si la Pleine Lune arrive après minuit.

Par cette regle, M. Cassini trouve le temps vrai de la haute mer dans les Nouvelles ou Pleines Lunes pour tous les Lieux où l'on aura déterminé par observation le temps moyen. Mais il faut bien remarquer que cette regle pour le temps vrai ne remédie qu'à l'irrégularité astronomique, qui vient du mouvement de la Lune, mais non pas aux irrégularités physiques dont nous avons parlé. Elles ne peuvent être assujetties à aucune regle, & par-là le calcul de M. Cassini, quoiqu'il approche plus près du vrai que ceux qu'on faisoit auparavant, s'en éloigne toujours un peu, ou ne s'y rencontre juste que par une espece de bonheur.

La plupart croyoient que les plus grandes marées arrivoient aux environs des Nouvelles ou Pleines Lunes, c'est-à-dire quelques jours avant ou après; mais M. Cassini a remarqué qu'elles n'arrivent qu'après, du moins au Havre & à Dunquerque, & il a déterminé le tems moyen à deux jours.

De même le tems moyen des plus petites marées est deux jours après les Quadratures.

Des Nouvelles ou Pleines Lunes aux Quadratures le retardement journalier des marées est plus petit que des Quadratures aux Nouvelles ou Pleines Lunes. La raison en

en est, selon M. Cassini, que depuis les Quadratures la pression qui élève la Mer l'élève tous les jours davantage, ce qui est plus difficile à cause du poids des eaux, & demande plus de tems.

On est persuadé communément que comme les plus grandes marées d'une Lunaïson ou d'un Mois, sont celles des Nouvelles ou Pleines Lunes, les plus grandes d'une Année sont celles des Equinoxes ou des environs. Cela ne se trouve pas vrai par les observations présentes. Mais ce qui est très-considérable, & que M. Cassini a bien remarqué, c'est que la grandeur des marées a toujours rapport au plus ou au moins de distance de la Lune à la Terre. Plus cette distance est grande, plus la marée est petite, tout le reste étant égal. Rien ne convient mieux à l'hypothèse du Tourbillon de la Lune. Plus la Lune, ou ce Tourbillon dont elle est le centre, est proche de la Terre, plus le passage de la matiere céleste est rétréci, & sa pression augmentée.

Il y a donc dans le système du Tourbillon deux principes qui se combinent ensemble pour la grandeur des marées, la proximité de ce Tourbillon à la Terre qui varie dans tout le cours d'une Lunaïson, & la perpendicularité de son grand Axe à la Terre qui est attachée aux Nouvelles & Pleines Lunes. De-là il est aisé de tirer les conséquences. La marée d'une Quadrature où la Lune aura été dans son Perigée, peut être aussi grande que celle d'une Conjonction ou d'une Opposition où la Lune aura été dans son Apogée, &c. Ces conséquences sont des faits constants par les observations, & indépendants de toute hypothèse.

Voilà les principaux fondemens sur lesquels M. Cassini établit de nouvelles Regles pour déterminer à quelque jour que ce soit l'heure de la marée dans les Ports du Havre & de Dunquerque, & ces Regles plus sûres que les anciennes, serviront en même-tems de modèles à l'égard des autres Ports où l'on aura fait les mêmes observations. Le salut ou la perte d'un Vaisseau, & même

d'une Armée navale , dépend quelquefois de la connoissance de l'heure de la marée dans un Port ; il faut sçavoir si l'on y peut entrer ou en sortir. L'incertitude de quelques Minutes que laissent les Regles , ne peut être préjudiciable.

M. Cassini pour embrasser cette matiere dans la plus grande étendue qu'il lui étoit possible , a comparé aux observations du Havre & de Dunquerque celles qui furent faites il y a plusieurs années à Brest & à Dunquerque par M<sup>rs</sup>. de la Hire & Picard. Il confirme ce qu'ils avoient avancé , que les marées ont plus de rapport au moyen mouvement de la Lune qu'au vrai , car assés souvent quand le mouvement vrai retarde à l'égard du moyen , la marée avance , & au contraire. Du reste , il se trouve que les Regles de M. Cassini pour le Havre & pour Dunquerque s'appliquent très-facilement & très-heureusement aux observations de Brest & de Bayonne , de sorte qu'on apperçoit déjà quelque chose d'assés général sur le Flux & le Reflux. Le tems nous développera le reste.

---

## S U R   L E   M O U V E M E N T , P R O G R E S S I F D E   P L U S I E U R S   E S P E C E S D E   C O Q U I L L A G E S .

\* V. les-M.  
P. 439.

**Q**Uoique les Animaux en général aient un besoin indispensable du mouvement progressif , soit pour aller chercher leur pâture , soit enfin que les Mâles & les Femelles puissent se rencontrer , il y en a cependant quantité qui par leur figure seule en paroissent incapables ; tels sont plusieurs especes de Coquillages , & c'est pour cela que M. de Reaumur les a observés avec beau-

coup de soie, car ils pourroient, pour ainsi dire, nous dérober leur marche, & souvent un semblable fait qui n'est qu'exterieur, est aussi difficile à découvrir, que la structure interieure d'une partie.

Déjà feu M. Poupart avoit observé \* que les Moules \* V. les M. de 1706. p. 56.  
de riviere étant couchées sur le plat de leur coquille en faisoient sortir quand elles vouloient une partie, qu'on peut nommer jambe ou bras pour son usage, qu'elles s'en servoient pour creuser le sable sous elles, & par conséquent baisser doucement d'un côté, de sorte qu'elles se trouvasent à la fin sur le tranchant de leur coquille, après quoi elles avançoient ce même bras le plus qu'il étoit possible, & ensuite s'appuyoient sur son extremité pour attirer leur coquille à elles, & se traîner ainsi dans une espee de rainure qu'elles formoient elles-mêmes dans le sable, & qui soutenoit la coquille des deux côtés. A la vûe d'une Moule on ne devineroit pas cet expedient, & cette ressource de mécanique.

M. de Reaumur en a vû une semblable dans les Moules de Mer. Ce qu'on peut appeller leur jambe, ou leur bras, & qui dans son état naturel est long de 2 lignes, peut sortir de 2 pouces hors de la coquille, & l'Animal ayant saisi quelque endroit fixe avec ce bras si étendu, le raccourcit ensuite, & par conséquent avance en se traînant.

Par une manœuvre à peu près pareille, & dont il faut laisser tout le détail à celui qui l'a découverte, le Lavignon, autre Coquillage, marche sur la vase, ou s'y enfonce. Mais M. de Reaumur a remarqué que s'il s'y enfonce, ce n'est qu'autant que le lui permet la longueur de deux Cornes ou Tuyaux qu'il peut pousser hors de sa coquille, & avec quoi il prend & rejette l'eau dont apparemment il a besoin pour sa respiration. Il faut que ces Cornes puissent toujours avoir communication avec l'eau qui est au dessus de lui, & de là vient que dans les tems mêmes où il ne les employe pas, car elles ne sont pas toujours en fonction, il y a dans la vase qui le couvre

un ou deux petits trous du diametre de ses cornes , qui le décelent.

La longueur de ces Cornes , dans les autres Coquillages qui en ont , détermine aussi la profondeur où ils se mettent dans la bouë.

L'Oeil de Bouc , qui est un Coquillage d'une seule piece , toujours attaché à une pierre sur laquelle la circonference inferieure de la Coquille peut exactement s'appliquer , ne paroît avoir d'autre mouvement que de soulever cette Coquille de la hauteur d'une ligne , de sorte que son corps ait une circonference de cette grandeur découverte & nuë. Dès qu'on y touche , la coquille se rebaisse & le recouvre. Cependant M. de Reaumur a trouvé à cet Animal un mouvement progressif sur la pierre à laquelle il se colle.

L'Ortie de Mer , qui a la figure d'un Cône tronqué , est pareillement toujours appliquée à une pierre par la plus grande base de ce Cône. Des Muscles circulaires font le plan des deux bases , & des Muscles droits vont d'une base à l'autre. Tout le jeu du mouvement progressif consiste en général en ce que toute la moitié des muscles tant circulaires que droits , qui sont du côté vers lequel l'Animal veut aller , s'enfle & s'étend , & par conséquent occupe une petite partie d'une nouvelle place , tandis que l'autre moitié affaissée , ou est tirée par celle qui avance , ou la pousse elle-même du même sens. Ce mouvement n'est pas plus prompt , ni plus sensible que celui d'une Aiguille d'Horloge.

Il y a une autre Ortie de Mer qui ne s'attache à rien , & c'est le plus bisarre de tous les Animaux par sa figure , & le plus singulier par son peu de consistance , puisqu'il se fond entre les mains. Il ne seroit pas mis au nombre des Animaux si on ne lui voyoit un mouvement de Sístole & de Diástole , seul signe de vie qu'il donne.

Enfin l'Etoile de Mer pour avoir 304. jambes à chacun des 5. rayons qui la composent , & qui lui ont fait donner le nom d'Etoile , n'en va pas plus vite. Ses 1520. jambes

ne lui donnent point d'avantage sur la Moule qui n'en a qu'une. Quelle prodigieuse variété dans les Ouvrages de la Nature ! non-seulement la grande vitesse du mouvement , mais même l'extrême lenteur s'exécute en différentes manières.

---

## SUR L'EFFET DU VENT

### A L'EGARD DU THERMOMETRE.

**Q**uoiqu'il n'y ait pas d'autre voye pour parvenir aux découvertes Physiques que les Expériences, il semble qu'il soit en quelque sorte dangereux d'en trop faire, parce que dans un grand nombre elles se détruisent les unes les autres , & rendent les faits aussi difficiles à établir , que les causes même le sont à trouver. C'est ce qui paroît être arrivé aux expériences que M. de la Hire avoit faites anciennement sur le Thermometre , & qui ont donné occasion à celles de M. l'Abbé Teinturier Archidiacre de Verdun , de M. Cassini le fils , & de M. de la Hire le fils , qui se sont suivies selon l'ordre qu'elles sont rapportées ici. Nous en éviterons le détail, il seroit trop grand par la difference des circonstances , qui toutes cependant ont part à l'effet ; & nous tâcherons de saisir quelques connoissances générales, les plus indépendantes qu'il se pourra de la variation perpetuelle des cas particuliers.

\* V. les M. p.  
544. & 546.

Il s'agit principalement de l'effet du Vent sur le Thermometre. Si on souffle contre ma main avec un soufflet , je sens du froid , quoique l'air poussé contre ma main ne soit pas plus froid que celui dont elle étoit environnée auparavant , mais c'est qu'elle étoit envelopée , aussi-bien que le reste de mon Corps , d'une Atmosphere chaude formée par la transpiration , le souffle l'en dépouille , & fait que l'air extérieur plus froid que cette Atmosphere

s'applique immédiatement sur elle. Il est visible que cette maniere de recevoir une impression du froid n'est que pour les Animaux , & non pour le Thermometre. De même si je mets ma main dans de la neige , je sens d'abord du froid , & ensuite du chaud , parce que des particules très fines de la neige qui se fond un peu , entrent dans les pores de ma peau , & s'appliquent très-exactement aux petites fibres des nerfs , mais aussi ces mêmes particules bouchent les pores , & arrêtent la vapeur chaude qui sortiroit ; il faut donc qu'elle s'amasse en un certain temps , & cause un plus grand sentiment de chaleur. Cette succession du froid & du chaud par la même cause n'est point encore pour le Thermometre.

Il juge , pour ainsi dire , plus simplement que nous , mais aussi fort délicatement. S'il monte , lorsqu'on pousse de l'air contre la Boule avec un soufflet , il faut que cet air soit plus chaud que celui qui l'environnoit auparavant , quoique cela paroisse d'abord difficile à imaginer , & même ne s'offre pas trop naturellement à l'esprit. Mais le soufflet peut avoir été pris dans un lieu plus chaud que celui où étoit le Thermometre , & par conséquent échauffer l'air qu'on lui fait prendre ; il peut s'échauffer lui-même par les mouvemens continuels & réitérés qu'on lui donne pendant peut-être un demi quart-d'heure ; la seule multitude des spectateurs qui verront l'Expérience peut échauffer l'air ; il peut s'échauffer même par la seule agitation que le soufflet lui donne , & ce qui le prouve , c'est qu'un Thermometre simplement agité pendant un demi quart-d'heure , monte après qu'on l'a laissé en repos. Toutes ces réflexions , qui sont de Monsieur de la Hire le Fils , marquent combien il est facile que les expériences ayent des succès imprévus. Il y a même bien de l'apparence qu'on ne pense pas encore à tout.

Le Thermometre au contraire pourra descendre , si l'expérience se fait dans un temps de gelée , & où l'air soit fort rempli de ces particules nitreuses , que l'on peut



concevoir qui contribuent au froid. On en fera entrer une plus grande quantité dans la liqueur. La différence des Saisons peut beaucoup influer sur ces effets, & c'est pourquoi on a dessein de faire les expériences dans les états extrêmes de l'air.

Quand on envelopera de neige la boule d'un Thermometre, il montera si la neige est moins froide que l'air, ce qui peut arriver; il descendra, si la neige même, moins froide que l'air, fait entrer dans la liqueur de nouvelles particules nitreuses jusqu'à une certaine quantité.

Que la boule du Thermometre soit plongée dans l'eau, ou couverte d'un linge ou d'un drap sec ou mouillé, le Thermometre montera ou descendra, selon que son enveloppe agira sur lui, ou le défendra de l'action de l'air, ou la modifiera.

Que l'on souffle contre le Thermometre enveloppé de ce qu'on voudra, ce n'est qu'une combinaison des expériences précédentes, susceptible par conséquent d'un grand nombre de variétés, aisées à imaginer en general, fort difficiles à prévoir en particulier.

## DIVERSES OBSERVATIONS

### DE PHYSIQUE GENERALE.

#### I.

**M**onsieur de la Hire a appris par un Mémoire qui lui a été envoyé de Pondichery dans l'Inde par le P. Tachard Missionnaire Jesuite en 1709. que le Vernix de l'Inde, qui n'est pas beau comme celui de la Chine ou du Japon, se fait avec une gomme d'Arbre de couleur d'Ambre blanc, ou de Karabé, qu'on fait fondre dans un quart d'huile de lin.

#### II.

M. de la Mare, Officier de Marine, ayant apporté des

Indes Orientales, du Bresil & du Perou, plusieurs especes de Drogues, les mit entre les mains de M. Sauveur, qui les fit voir à l'Académie. M. Geoffroy se chargea de les examiner. C'étoient des Racines, des Graines, des Bois, des Pierres, &c. Il compara ces Drogues telles qu'il les voyoit, & ce qu'en disoient les Mémoires de M. de la Mare, avec ce qu'en ont dit les Auteurs qui ont traité de ces matieres, & par-là il tâcha de reconnoître si ce qu'il avoit devant les yeux étoit ce que ces Auteurs ont décrit. Nous supprimons la principale partie de l'Ouvrage, quoique recherchée avec beaucoup de soin, mais qui n'étoit que de pure érudition, & nous en détachons seulement ici & dans quelqu'autre endroit, ce qui appartient à la Physique.

Il y a à la Côte de Coromandel un Arbre assés semblable à nos Chênes, qui porte une espece de Gland, dont on tire de l'Huile comme l'Huile d'Olive. Les Malabars s'en servent dans leurs Alimens, pour brûler, & pour teindre leurs Toiles. M. de la Mare à leur exemple en mangeoit en salade & en friture avec du Poisson, & il avoit appris à en manger à tous les autres Officiers de la Côte qui s'en trouvoient fort bien.

## I I I.

Les Noix qu'on appelle Bicuiba, brûlent comme du linge imbibé de poix, & c'est en les brûlant qu'on en tire l'huile, comme M. de la Mare l'a éprouvé chez M. Boudin, premier Medecin de feuë Madame la Dauphine. M. Jean Verdois, Consul de la Nation Françoisë, atteste qu'il a guéri plusieurs Cancers avec cette huile, & qu'en mangeant une de ces Noix, on apaise la Colique.

## I V.

Feu M. l'Evêque de Sées a assuré qu'un homme de son Diocese, & qu'il connoissoit, âgé de 94. ans, avoit épousé une femme de 83. grosse de lui, qui étoit accouchée à terme d'un garçon. Le tems des Patriarches est revenu, ou plutôt n'est pas tout-à-fait passé.

## V.

Un Boulanger de Chartres avoit mis dans sa Cave , qui est de 36. marches de profondeur & bien voûtée , 7 ou 8 poinçons de braise de son four. Son fils , jeune homme fort & robuste , allant y porter encore de nouvelle braise avec une Chandelle à la main , la Chandelle s'éteignit à moitié de l'escalier , il remonta , la ralluma , & redescendit. Lorsqu'il fut au bas de la Cave , il cria qu'il n'en pouvoit plus , & qu'on vînt à son secours , après quoi on ne l'entendit plus. Son frere aussi fort que lui descendit aussi-tôt , cria de même , & cessa de crier. Sa femme descendit après lui , une servante après elle , & ce fut toujours la même chose. Un accident si étrange mit le voisinage en émotion , mais personne ne se pressoit de descendre dans la Cave. Il n'y eut qu'un Voisin plus zélé & plus hardi , qui ne croyant pas ces quatre personnes mortes descendit pour leur donner la main , & leur aider à sortir. Il cria , & on ne le revit plus. Un Passant , homme fort vigoureux , demanda un Croc pour retirer quel qu'un des gens de la Cave sans descendre jusqu'au bas , il jetta le Croc , & retira la servante , qui ayant pris l'air fit un soupir. On la saigna aussi tôt , mais le sang ne vint point , & elle mourut sur la place.

Le lendemain un homme de la Campagne , ami du Boulanger , dit qu'il retireroit tous ces corps avec un Croc , mais de peur de se trouver mal sans pouvoir remonter , il se fit descendre dans la Cave avec des cordes sur un poulain de bois , & on devoit le retirer dès qu'il crieroit. Il cria bien vite , mais comme on le remontoit , la corde cassa malheureusement , & il retomba. On renvoya le plus promptement qu'il se pût cette corde qui s'étoit cassée assés près du haut de la Cave , mais on ne pût le remonter que mort. On l'ouvrit. Il avoit le Cerveau comme sec , les Meninges extraordinairement tenduës , les Poumons tachetés de marques noires , les Boyaux enflés & gros comme le bras , enflamés & rouges comme du sang , & ce qui étoit le plus particulier ,

tous les muscles des bras , des cuisses , & des jambes comme séparés de leurs parties.

Le Magistrat prit connoissance de cet événement pour l'intérêt public , & fit défense qu'aucun descendît dans la Cave , jusqu'à ce qu'on eût eu les avis des Medecins, des Chirurgiens, & même des Maçons. Il fut conclu que la braise que le Boulanger avoit mise dans sa Cave , devoit être mal éteinte , que comme il y a beaucoup de salpêtre dans toutes les Caves de Chartres , la grande chaleur avoit excité dans celle-là une vapeur très-maligne , qui avoit causé tant de funestes effets , qu'il falloit y jeter une grande quantité d'eau qui éteindroit le feu , & feroit tomber la vapeur nitreuse. Cela fut executé , & au bout de quelques jours on descendit dans la Cave un Chien lié sur une planche avec une Chandelle allumée. Ce Chien ne mourut point , & la Chandelle ne s'éteignit point , si-gnes certains que tout le peril étoit passé. On retira les morts , mais si corrompus par l'eau qu'on n'en pût faire aucune visite, Ils étoient fort enflés , & l'un avoit la langue hors de la bouche comme s'il eût été étranglé. L'Académie tient cette histoire de M. de la Hire. Il y en a une à peu près de la même espece dans l'Histoire de

\* p. 18. 1701 \*.

## VI.

\* p. 13. M. l'Abbé Teinturier , Archidiacre de Verdun , dont nous avons déjà parlé ci-dessus \* , a envoyé à M. Cassini le fils la relation d'un Echo , qu'il a vû à 3. lieues de Verdun. Il est formé par deux grosses Tours détachées d'un Corps de logis , & éloignées l'une de l'autre de 26. Toises. L'une a un appartement bas de pierre de taille voûté , l'autre n'a que son vestibule qui le soit. Chacune a son escalier. Comme tout ce qui appartient aux Echos peut être appelé la Catoptrique du son , parce que le son se réfléchit selon les mêmes loix que la Lumiere , on peut regarder ces deux Tours comme deux Miroirs posés vis à vis l'un de l'autre , qui se renvoient mutuellement les rayons d'un même Objet , en multiplient l'image quoi-

qu'en l'affoiblissant toujours, & la font toujours paroître plus éloignée. Ainsi lorsqu'on est sur la ligne qui joint les deux Tours, & qu'on prononce un mot d'une voix assez élevée, on l'entend repeter 12 ou 13 fois, par intervalles égaux, & toujours plus foiblement. Si l'on sort de cette ligne jusqu'à une certaine distance on n'entend plus d'Echo, par la même raison qu'on ne verroit plus d'image si l'on s'éloignoit trop de l'espace qui est entre les deux Miroirs. Si l'on est sur la ligne qui joint une des Tours au Corps de logis, on n'entend plus qu'une répétition, parce que les deux Echos ne jouent plus ensemble à l'égard de celui qui parle, mais un seul. Les Memoires que l'Académie imprima en 1692. ont parlé d'un Echo plus singulier \*.

\* p. 158. & suiv.

**M**onsieur Jean Scheuchzer étant venu à Paris, & ayant assisté plusieurs fois aux assemblées de l'Académie, dont il est un des plus sçavans & des plus utiles Correspondants, lui lût une Dissertation Latine qu'il lui adressoit sur les *Pierres figurées* qu'il avoit observées dans son voyage de Flandre & de France.

Les Carrieres des environs de Paris ont à différentes profondeurs des Lits quelquefois assez épais, de différentes especes de Coquillages, fortement liés ensemble par de la terre ou du sable. Quand ces Coquillages ont conservé leur substance ou leur consistance naturelle, ils ne meritent pas encore le nom de Pierres figurées, ce n'est proprement que quand ils sont petrifiés; mais ils le meritent encore mieux quand après avoir servi de moule à une matiere encore fluide qui les a entierement remplis, & s'est durcie ensuite, leur substance a été absolument détruite par le tems, & qu'il ne reste que cette matiere petrifiée qui représente très-exactement leur figure interieure. Alors tout ce que l'on voit n'est véritablement qu'une Pierre figurée, & cette apparence est si forte qu'il est besoin de prouver que quelque partie

d'Animal ait contribué à la formation de cette Pierre. La parfaite conformité des figures en est la démonstration , à quoi M. Scheuchzer ajoute qu'autour de ces Pierres il y a toujours dans la carrière un espace vuide , qui est précisément celui que remplissoit le Coquillage.

Il peut se trouver des Pierres figurées dont le Moule nous soit présentement inconnu. Les Coquillages qui les auront formées ne seront plus dans nos Mers , ou nous auront échapé. La grande quantité de Pierres qui certainement ont été moulées de cette maniere , nous met en droit de faire cette supposition. Peut être même quelques Moules seroient-ils perdus , c'est-à-dire que quelques especes de Coquillages auront péri , mais pour employer cette idée un peu hardie , il faut appercevoir dans une Pierre des traces assés sensibles de cette sorte de formation.

Aussi ne s'en sert-on pas jusqu'à present pour expliquer une Pierre qu'on croyoit qui ne se trouvoit qu'en Hongrie & en Transilvanie , & que M. Scheuchzer a trouvée en Suisse , & encore en plus grande quantité en Picardie aux environs de Noyon. Clusius l'a appelée *Numismale* à cause de sa figure ; cependant elle ne ressemble pas tant à une Medaille ou à une piece de Monnoye qu'à un Verre convexe des deux côtés , mais plus élevé au milieu que ne demande la courbure sphérique. Ses deux moitiés convexes se séparent facilement , & quelquefois se trouvent naturellement séparées. Alors on voit dans la pierre des tours faits en spirale , comme ceux d'une corde roulée autour d'elle-même. Ces tours sont liés par des especes de petits filaments , qui s'étendent obliquement vers la circonference. La surface extérieure de la Pierre est quelquefois polie , mais le plus souvent herissée de petits points , dont différentes suites sont des especes de canelures irregulieres. La génération de ces sortes de Pierres , si l'on ne peut jamais les soupçonner d'avoir été moulées , réduira peut-être les

Physiciens à l'Hypothese des Semences hazardée par feu M. Tournefort \*.

\* V. l'Hist. de 1702. pag. 30. & suiv.

Pour expliquer les Coquillages petrifiés , & quelquefois ensevelis sous la terre à de grandes profondeurs , ou ceux qui par une longue suite de siècles se sont consumés après avoir laissé seulement l'empreinte de leurs figures , M. Scheuchzer a recours à son Hypothese du Déluge déjà expliquée dans l'Hist. de 1708. \* , & qui lui est commune sur ces sortes de sujets avec M. son frere. Si ce que nous avons rapporté d'après M. Saulmon dans l'Hist. de 1707 \* . ne demande pas absolument cette même hypothese , du moins faut-il qu'une partie considerable de ce qui est aujourd'hui Terre , ait été Mer autrefois.

\* Pag. 30. & suiv.

\* Pag. 5. & suiv.

Nous ne passerons point ici sous silence une idée , sur laquelle cependant M. Scheuchzer a déclaré qu'il ne prétendoit point insister , & qu'il n'a proposée que comme une espece de songe philosophique. Si l'on fait tourner avec assés de vîtesse autour de son centre un grand Bassin rond à demi plein d'eau , jusqu'à ce qu'enfin l'eau ait pris toute la vîtesse du Bassin , & qu'on vienne à l'arrêter brusquement , l'eau ne laissera pas de continuer à se mouvoir , & même avec tant de force qu'elle pourra surmonter les bords du vaisseau. De même si Dieu arrêtoit en un instant le tournoyement de la Terre sur son Axe , les eaux de la Mer se répandroient de toutes parts sur les terres avec violence. Cette maniere d'expliquer le Déluge n'est pas moins simple que nouvelle ; lors même que Dieu fait des coups de sa puissance extraordinaire , & s'affranchit de ces loix si simples qu'il a établies , on peut croire que le Miracle s'exécute encore avec le plus de simplicité qu'il soit possible.

De là il suivroit , qu'au tems que Josué arrêta le Soleil , c'est-à-dire la terre selon Copernic , il a dû arriver un Déluge.

**L'***Herbarium Diluvianum* de M. Jean-Jacques Scheuchzer imprimé à Zurich en 1709. & envoyé à l'Académie par son Auteur roule sur le même principe , & que l'Ouvrage dont nous venons de parler , & que tous ceux

\* p. 30. & de ces deux freres dont l'Hist. de 1708 \* a fait mention. Cet Herbiere extraordinaire n'est composé que de Plantes, qui du tems du Déluge ayant été ensevelies dans des matieres molles, ont laissé l'empreinte de leurs figures sur ces mêmes matieres lorsqu'elles sont venues ensuite à se petrifier. Ce ne sont que de simples figures sans substance, mais si parfaites & si exactes, jusques dans les plus petites particularités de ce qu'elles représentent, qu'il est impossible de l'y méconnoître. Parmi un grand nombre de Plantes, qui sont toutes de ce Pais cy, il y en a une Indienne, dont la Pierre a été trouvée en Saxe, ce qui s'accorde avec une observation déjà faite dans l'Histoire de 1706 \*. L'étrange bouleversément que le Déluge a dû causer sur la surface de la Terre, rend fort possible ce transport d'une Plante des Indes en Allemagne. Selon la maniere dont l'Ecriture Sainte s'explique, on peut également mettre le commencement du Déluge ou au Printemps ou en Automne, mais M. Scheuchzer leve cette incertitude par quelques-unes des Plantes de son Herbiere, & principalement par un Epi d'Orge. Leur âge n'est que celui qu'elles ont ici à la fin de Mai. Cela se confirme encore par un Insecte ou deux, dont on connoît assés la Vie, & qui ne sont pas plus âgés. Voilà de nouvelles especes de Medailles, dont les dates sont & sans comparaison plus anciennes, & plus importantes, & plus sûres, que celles de toutes les Medailles Grecques & Romaines.

Il y a de certaines Pierres qui représentent sur leur surface, non pas comme celles de cet Herbiere, une seule partie d'une Plante, ou une seule feuille, mais des Buifons, & de petites forests très-agréables. Celles-là à force de représenter, ne représentent rien, & en effet, à les examiner tant soit peu, on voit que ces Arbres ou Buifons ne ressemblent à aucune Plante veritable. Ils sont même quelquefois accompagnés de petits Châteaux, ou de Figures, qui à la verité embellissent le Tableau, mais le rendent indigne de l'Herbiere du Déluge. Ce sont-là



de veritables Jeux de la Nature. M. Scheuchzer entreprend d'expliquer ce qu'il y a de Physique dans ces Jeux , c'est-à-dire , comment de certains suc's qui exudoient des pores d'une Pierre à mesure qu'elle se formoit , ont pû se répandre entre deux des fétuilles ou des couches qui la composoient , & y tracer de certaines représentations à peu près regulieres , auxquelles ensuite notre imagination prête quelquefois un peu de ce qui leur manque. Il a même rendu son explication sensible aux yeux par l'expérience toute semblable de deux plaques de Marbre poli , qu'il frote l'un contre l'autre , après avoir mis de l'huile entre-deux. Elle s'y répand de maniere qu'elle forme des Troncs & des Branches.

Entre les restes du Déluge , qu'on pourroit appeller Reliques , M. Scheuchzer compte un gros Tronc d'Arbre , qu'il sçait qui est couché sur le sommet du Mont Stella, la plus haute de toutes les Montagnes des Alpes. M. Jean Scheuchzer a tenté deux fois d'aller le voir de ses propres yeux , quoique les plus déterminés Chasseurs n'ayent jamais été là qu'avec crainte , mais les Neiges ont été un obstacle invincible. Selon son estime , ce Tronc est élevé de 4000 pieds au dessus du lieu le plus élevé de ces Montagnes , où il croît naturellement des Arbres , car passé une certaine hauteur il n'en croît plus. Qui pourroit l'avoir porté là ? à quel dessein ? de quelles Machines se feroit on servi ?

---

**M**onsieur le Comte Marfigli a envoyé à l'Académie un Ouvrage manuscrit intitulé *Essai de Physique sur l'Histoire de la Mer* , qu'il lui a fait l'honneur de lui dédier. Il avoit mis à profit pour la Philosophie un séjour qu'il avoit fait sur les Côtes de Provence & de Languedoc , & s'étoit mis à y étudier particulièrement la Mer. La maniere dont il s'y est pris suffiroit pour faire bien entendre ce que c'est que le Genie d'observation , & pour en donner un modele. Il a formé un dessein aussi

vaſte que le ſujet, il en a embrasſé toutes les parties, il a entrepris de faire par lui-même toutes les expériences qui pouvoient y avoir rapport. Si l'on avoit un nombre ſuffiſant d'aſſi bons Mémoires faits par des Obſervateurs qui euſſent été poſtés en différens endroits du Monde, on auroit enfin une Hiſtoire naturelle.

L'Ouvrage de M. le Comte Marſigli eſt ſi conſidérable que les Extraits que l'Académie en fit faire par Meſſieurs Maraldi & Geoffroy furent eux-mêmes d'aſſés grands Ouvrages. Nous n'en donnerons ici qu'une idée ſans comparaiſon plus abrégée, & nous nous aiderons beaucoup de leur travail. L'Hiſtoire de la Mer eſt diviſée en cinq parties. La première, traite de la diſpoſition du fond ou du Baſſin de la Mer. La ſeconde, de la nature de l'eau. La troiſième, de ſes mouvemens. La quatrième, des Plantes qui y croiſſent. La cinquième, des Poiſſons. Cette dernière partie n'eſt pas achevée, & l'Académie n'en a encore rien vû. Tout eſt accompagné d'une grande quantité de figures faites avec beaucoup de ſoin.

Pour reconnoître la nature & la diſpoſition des Côtes, il a fait dans des Barques différens petits voyages, qui ſont tous compris entre le Cap de Siſſé près de Toulon, & le Cap d'Agde en Languedoc. Il en a fait d'autres en Mer, & quelquefois juſqu'à onze lieuës pour examiner la profondeur & la nature du fond. Il a trouvé que le Golphe de Lyon eſt coupé en deux par une Côte cachée ſous l'eau, que la partie qui eſt depuis la terre juſqu'à cette Côte ne paſſe pas ſoixante-dix braſſes de profondeur, & que l'autre qui eſt vers le large en a cent cinquante en quelques endroits, & quelquefois tant, qu'elle ne peut être fondée. Il la nomme l'*Abiſme*. Il a recherché quelle étoit la conformation du terrein, c'eſt à-dire, l'arrangement des différens bancs ou lits de terre, de ſable, de roche, &c. non ſeulement dans la Côte, mais dans les Iſles ou Ecueils voiſins. Cette conformation s'eſt trouvée ſemblable, deſorte que les Iſles ne ſont que des fragmens de la Terre ferme, & qu'apparemment le fond de la Mer  
en

en est une continuation. De-là on peut conjecturer, comme M. Marfigli, que le Globe de la Terre a une structure déterminée, organique, & qui n'a pas souffert de grands changemens, du moins depuis un temps considérable.

Il fait voir que des lits de Sel & de Bitume sont mêlés entre des lits de pierre; & que sur le fond *naturel* de la mer il s'est formé un fond *accidentel* par le mélange de différentes matieres, sable, coquillages, vase, &c. que la glutinosité de la mer a fortement unies & collées ensemble, & qui se sont ensuite durcies, même quelquefois jusqu'à se pétrifier. Comme ces incrustations se font nécessairement par couches, il y en a telle où les Pêcheurs distinguent les augmentations annuelles. Elles ont une variété surprenante de Couleurs, qui quelquefois penetrent jusques dans la substance pierreuse, mais le plus souvent ne sont que superficielles, & se dissipent hors de l'eau.

Quelques-unes des matieres qui forment ces incrustations ont donné par la Chimie des principes si semblables à ceux des Plantes marines, qu'on pourroit les soupçonner d'en être, d'autant plus qu'elles sont quelquefois routes disposées par filamens. Ce seroient des Mousses de Mer dures, ou des *Lichens* qui s'attachent à la pierre, & en ont presque la dureté.

Il a paru à M. le Comte Marfigli par un Thermometre plongé dans l'eau, que le degré de chaleur y est égal à différentes profondeurs, qu'en Hyver il est un peu plus grand dans cette Mer que dans l'air, & au contraire en Eté, mais assez souvent égal. Cependant M. Marfigli a observé aussi que plusieurs Plantes de la Mer s'accordent avec celles de Terre pour repousser au Printemps, plutôt qu'en d'autres Saisons. Un accident empêcha que les expériences sur la chaleur de la Mer ne fussent continuées autant qu'il auroit fallu.

Selon lui, l'eau de la Mer, on suppose qu'elle soit bien choisie, est plus claire & plus brillante qu'aucune autre

eau. Quant à sa couleur, elle dépend & du fond, & du Ciel, & de tant d'autres circonstances jusqu'ici moins connues, que toutes les expériences de M. Marfigli lui laissent encore sur ce sujet beaucoup à désirer.

Il est plus aisé de déterminer les causes de sa salure, & de son amertume, car il faut bien remarquer l'amertume comme différente de la salure. L'une est produite par la dissolution des lits ou bancs de Sel, l'autre par la dissolution des lits de Bitume.

L'eau est beaucoup plus propre à dissoudre le sel que le Bitume, qui est une matière huileuse. Aussi dans l'eau de mer la dose du sel est-elle beaucoup plus forte que celle du bitume. M. Marfigli ayant pris 23 onces 2 gros d'eau de Citerne pour en faire de l'eau de mer, il y mit 6 gros de sel commun, & seulement 48 grains d'esprit de Charbon de terre, car le Charbon de terre est bitumineux, & d'ailleurs il s'en trouve des Mines dans les montagnes de Provence, & avec ce mélange il eut une eau de mer artificielle du même goût que la naturelle. Ces 48 grains n'augmentèrent point le poids de l'eau pesée par l'Aréomètre.

La petite quantité & la légèreté de cette matière bitumineuse, font que l'eau de mer distillée, & qui par la distillation a perdu sa salure, n'a pas pour cela perdu son amertume, & un goût désagréable, ni même, à ce qu'on prétend, une qualité malfaisante. La distillation qui se fait naturellement par le Soleil, & qui est assez différente de celle d'un Alembic, purge parfaitement l'eau de mer de son bitume.

Il y a dans la Terre tant de matières différentes que la Mer lave, & dont elle doit enlever des particules, qu'on peut assez légitimement croire que le bitume n'est pas le seul principe qui s'y mêle avec le sel.

Par ce que nous venons de dire, on voit que sur 24 onces d'eau de mer il y a 6 gros de sel, ou, ce qui est la même chose, qu'elle contient de sel la 3<sup>e</sup> partie de son poids. Mais cela n'est vrai que de l'eau prise à la surface

de la mer, celle du fond est plus salée, & a la 29<sup>me</sup> partie de son poids de sel. Les eaux plus salées sont aussi p<sup>us</sup> pesantes. Celles qui sont sur la surface de la mer à l'embouchure du Rhône, sont d'une 303<sup>me</sup> partie plus legeres que les eaux plus éloignées pareillement superficielles, & celles-ci encore plus legeres que celles qui sont plus éloignées de Terre.

Il est affés étonnant que l'eau de la Mer, à qui le sel n'a pas manqué, n'en ait pas dissous tout ce qu'elle en pouvoit dissoudre. Par les experiences de M. le Comte Marigli une quantité d'eau qui doit en contenir 6 gros, en dissout encore  $4\frac{1}{2}$ , & l'eau de mer artificielle 5. Il conjecture que les Animaux & les Plantes de la Mer consomment une partie de son sel, qu'il s'en dissipe une autre partie en l'air, que les eaux douces qu'elle reçoit non-seulement par les Rivieres, mais par les sources de son fond, la dessalent encore, mais avec tout cela il ne prétend pas que la difficulté soit entierement levée.

Il a fait passer 14 livres d'eau de mer au travers de 15 pots de terre, qu'il a successivement remplis de terre de jardin, & de sable de mer. S'ils avoient été joints ensemble, ils auroient fait une Cascade de 75 pouces de long, & de 5 de large. Les 14 livres d'eau ayant passé & par le sable & par la terre ont été également réduites à 5. livres 2 onces, mais elles ont été mieux dessalées par le sable, & dépouillées d'une plus grande partie de leur poids. Si la Cascade de sable avoit été double en longueur, on peut croire qu'elles seroient devenues presque insipides. Par ce moyen l'eau de la mer pourroit devenir douce en se filtrant dans les entrailles de la Terre, si au bout d'un certain temps les filters ne se remplissoient pas du sel qui y a été déposé.

Le sel des eaux superficielles est blanc, & celui des eaux profondes cendré obscur. Le premier est le seul à qui l'on trouve de l'acide, il est d'un salé plus mordant, & d'une amertume beaucoup moins sensible. De-là vient qu'à Peccais en Languedoc, où l'on tire du sel d'eaux

profondes de Puits, il faut le laisser exposé à l'air du moins pendant trois ans , avant que de le débiter. Ce temps lui est nécessaire pour se dépouiller d'une amertume qui seroit insupportable. Nous supprimons un grand nombre d'observations sur le Sel marin , parce que cette matiere est plus connuë.

M. le Comte Marfigli n'a pas eu le loisir de se contenter pleinement sur le fait du Bitume contenu dans l'eau de la Mer. Il croit cependant que c'est ce qui produit l'onctuosité naturelle de cette eau , que la distillation même ne lui ôte pas , la grande quantité de glu qui s'attache sur les pierres , & sur les Plantes , l'union de tant de corps heterogenes qui se collent ensemble , le Tarrre qui endureit en quelques endroits le fond de la mer , ou enduit plusieurs sortes de matieres , & principalement les Lithophitons , Plantes marines. Il a commencé en differens temps sur les tartarisations de la mer des expériences , qui n'ont pû être suivies assés loin.

Il a observé que les Legumes cuits dans l'eau de la Mer en sortent plus durs qu'on ne les y a mis , que la chair de Mouton y devient plus blanche & plus tendre que dans l'eau douce , mais fort salée & fort amere , que le pain fait avec l'eau de mer est salé , & se peut manger pendant qu'il est tendre , mais que lorsqu'il est rassis il prend une amertume excessive.

La Mer a trois sortes de mouvemens , le Flux & Reflux , les Courans , & l'Ondulation. On sçait que la Méditerranée n'a point de Flux & de Reflux , du moins dans son Tout , & en effet selon le Systême ordinaire elle n'en doit pas avoir , puisqu'elle n'est pas sous la route de la Lune. Cependant comme un Flux & Reflux peu sensible auroit pû facilement échaper aux observations que l'on fait communément , M. le Comte Marfigli en a fait de nouvelles , & auxquelles ce mouvement ne se seroit pas dérobé. Il ne s'est point du tout fait appercevoir dans les endroits où l'on observoit.

M. Marfigli n'a rien découvert de réglé sur les Cou-

rans ; quoiqu'il n'y ait pas épargné ses voyages , ni ses peines. Il n'a pû vérifier ce qu'on dit communément de ce fameux Courant qui côtoye toute la Méditerranée, comme s'il étoit formé par l'entrée des eaux de l'Océan, & par leur retour. Mais il croit avoir reconnu une chose fort singulière. Pendant l'Été & dans le temps de la Pêche du Corail, on apperçoit à la Côte de l'*Abisme* un Courant qui paroît avoir rapport au mouvement du Soleil sur l'Horison, mais de manière qu'il lui est toujours opposé. Lorsque le Soleil est dans la partie Orientale de son cours diurne, c'est-à-dire depuis son lever jusqu'à Midi, le Courant va à l'Occident, à Midi il se tourne au Nord, ensuite à l'Orient. On n'a pas marqué si à Minuit il alloit au Sud ; cela conviendrait au reste, & paroît même nécessaire.

Quant à l'Ondulation, il suffit d'en connoître les excès. M. Marfigli a observé entre Maguelone & Peyrole que dans une grande tempête les ondes s'élevoient jusqu'à 7 pieds sur le niveau ordinaire de la Mer. Aux rivages montueux, comme sont ceux de Provence, un Vent furieux de *Lebesche* n'y fait élever l'eau que de cinq pieds ; mais la percussion qu'elle fait contre les roches la pousse quelquefois jusqu'à huit. Cela n'est pas comparable aux Tempêtes Poétiques.

Nous réservons pour la Chimie & pour la Botanique tout ce qui regarde les Plantes de la Mer, & leur Analyse, tant afin d'observer plus d'ordre, que de peur de faire ici un trop long Extrait, ou plutôt pour avoir droit de le faire plus long en le divisant. Quelque étendu qu'il puisse être, il sera encore extrêmement court par rapport à la grande quantité d'expériences, & de vûes que contient l'Ouvrage de M. le Comte Marfigli.

Nous renvoyons entierement aux Memoires  
Le Journal de M. de la Hire pour 1709.

Ce qu'il a donné sur les Pluyes & les Vents observés  
à Pontbriand.

V. les Mem.

pag. 139.

V. les Mém.

pag. 143.

V. les Mém. Et sur les Observations du Barometre faites à Zurich.  
 pag. 155.  
 V. les Mém. Les Reflexions de M. de Reaumur sur la Soye des  
 pag. 386. Araignées.



## A N A T O M I E.

### S U R L E S M O U L E S

#### D' E S T A N G.

V. les Mém.  
 p. 408.

**N**Ous connoissons assés, du moins jusqu'à un certain point, les Animaux les plus exposés à nos yeux, & avec qui nous avons, pour ainsi dire, le plus de commerce. Mais il y en a une infinité d'autres que le peu de besoin que nous en avons, la difficulté de les observer, un certain mépris que nous donnent leur petitesse ou leur figure, nous font négliger, ou nous dérobent absolument. Tels sont principalement les Insectes & les Coquillages.

Qui croiroit qu'il y a un Animal qui ne reçoit sa nourriture, & ne respire que par l'Anus, qui n'a ni Veines ni Arteres, en qui il ne se fait point de circulation ? Il ne faut pas compter qu'il est Hermaphrodite, c'est une merveille presentement trop commune, mais il differe de tous les autres Hermaphrodites connus en ce qu'il se multiplie indépendamment d'un autre Animal de son espece, & est lui seul le Pere & la Mere de ce qui vient de lui. Voilà une idée d'Animal toute nouvelle. C'est la Moule d'Estang, dont M. Mery a démêlé la structure, malgré sa figure informe, & rebutante par son excessive singularité.

Ce qu'on peut appeller Tête dans la Moule, quoi-



qu'on n'y trouve point d'yeux , ni d'oreilles , ni de langue , mais seulement une ouverture qu'on peut appeller bouche , est une partie immobile , & attachée à une des Coquilles , de sorte qu'elle ne peut aller chercher la nourriture , & qu'il faut que la nourriture vienne la chercher. Cette nourriture n'est que de l'eau , qui lorsque les Coquilles s'ouvrent , entre dans l'anus de la Moule qui s'ouvre en même tems , passe de-là dans certains réservoirs ou canaux compris entre la superficie interieure de la Coquille , & la superficie exterieure de l'Animal , & enfin va se rendre dans la bouche de cet Animal , quand il l'y oblige par un certain mouvement.

Au fond de la bouche se présentent deux Canaux pour recevoir l'eau. L'un jette dans le corps de la Moule plusieurs branches , dont une va se terminer au Cœur. L'autre est une espece d'Intestin qui d'abord passe par le Cerveau , fait ensuite plusieurs circonvolutions dans le Foye , au sortir de-là traverse le Cœur en ligne droite , & va finir dans l'anus.

Ce Cerveau & ce Foye ne le sont guères qu'autant que l'on veut , le Cœur est un peu davantage un Cœur. Il a un Ventricule & deux Oreillettes , & les mouvemens de Sístole & de Diástole alternatifs dans le Ventricule & dans les Oreillettes , mais il n'a ni veines ni Arteres ; l'eau qui lui est apportée par son canal entre du Ventricule dans les Oreillettes , & retourne des Oreillettes dans le Ventricule , & fait une legere representation de circulation sans aucun effet apparent , car une fois arrivée dans ce Cœur elle n'a plus de chemin pour en sortir. Que devient donc l'amas qui s'y en doit faire ? apparemment il ne se fait point d'amas , parce que l'Animal ne fait pas continuellement couler de l'eau par sa bouche dans son cœur ; & que quand il y en a fait entrer une certaine quantité , les contractions du cœur l'expriment au travers de ses pores , & la poussent dans les parties voisines , qui s'en abreuvent , & s'en nourrissent.

Le canal que M. Méry nomme Intestin , & qui aussi-bien

que l'autre reçoit immédiatement l'eau de la bouche , ne paroît pas propre à porter la nourriture aux parties , parce qu'il n'a point de branches qui s'y distribuent. Cependant il contient vers son commencement , & vers sa fin des matieres assés différentes , dont les premières pourroient être de l'eau digérée , c'est-à-dire , les sucs nourriciers qui en ont été tirés , & les autres en feroient l'excrément.

La Moule ne peut respirer que quand elle s'est élevée sur la surface de l'eau , & elle s'y élève comme les autres Poissons , par la dilatation qu'elle cause à l'air qu'elle contient en elle-même en dilatant la cavité qui le renferme. Alors c'est encore son anus qui reçoit l'air du dehors , & le conduit dans ses Poumons , mais il faut qu'il ne lui soit pas fort nécessaire , car elle est presque toujours plongée au fond de l'eau.

Elle a des Ovaires & des Vesicules seminales. Ces deux especes d'organes sont également composés de tuyaux arrangés les uns à côté des autres , tous fermés par un même bout , & ouverts par le bout opposé. On ne distingue pas ces parties par leur structure , qui est toute pareille à la vûë , mais par la différence de ce qu'elles contiennent , & d'autant plus que les Ovaires sont toujours pleins d'œufs en Hyver & vuides en Eté , & que les Vesicules sont en toute Saison également peu remplies de leur lait , qui par conséquent paroît s'en écouler toujours. Tous les tuyaux se déchargent dans l'anüs , & M. Méry conçoit que quand les œufs vont s'y rendre dans la saison de leur sortie , ils ne peuvent manquer d'y rencontrer le lait ou la semence qui les féconde. L'Animal n'a donc pas besoin du secours d'un autre pour la génération.

M. Méry n'est pas d'accord avec feu M. Poupert sur le mouvement progressif des Moules d'Estang \*. Il prétend que leur ventre entier , qui quand elles veulent sort de deux pouces hors de leurs Coquilles sous la figure de la Carene d'un Navire , rampe sur la vase , comme feroit sur la terre le ventre d'un serpent. Il décrit les muscles qui par leurs contractions alternatives font tout le jeu de cette mécanique.

\* V. ci-dessus  
pag. II.

Il ne croit pas non plus que la Coquille de la Moule se forme, comme M. de Reaumur a trouvé que se formoit celle du Limaçon \*. Les premiers tours de celle-ci ne sont pas plus grands dans un Limaçon plus grand & plus âgé, ce qui prouve que la Coquille n'est pas un membre de l'Animal, & se fait par une addition successive de parties étrangères ; mais de certaines bandes que l'on apperçoit sur la Coquille d'une Moule sont plus grandes dans de plus grandes Moules. D'ailleurs la Moule a 8. Muscles attachés à la surface intérieure de ses Coquilles ; si les Coquilles ne croissoient pas de la même manière que les Muscles, il faudroit donc que ceux-ci attachés d'abord en certains endroits dans la Moule naissante, changeassent continuellement d'attache jusqu'à la dernière croissance de l'Animal, & comment cela seroit-il possible ? la difficulté est considérable, mais peut-être n'est-ce qu'une difficulté.

\* V. l'Hist.  
de 1709. pag.  
17. & suiv.

## S U R L' I R I S

### D E L' O E I L.

**I**L est à propos que les pensées nouvelles & hardies V. les M.  
soient contestées ; elles s'affermissent ou succombent, P. 374.  
& l'on fait à quoi s'en tenir. Celle de M. Mery sur la  
dilatation & le resserrement de la membrane Iris, expo-  
sée dans l'Histoire de 1704. \*, étoit de cette espèce. M. de  
la Hire \* n'a pu admettre que les fibres de l'Iris, qu'il  
faut concevoir comme autant de petits Muscles, eussent  
une action toute contraire à celle de tous les autres Mus-  
cles, c'est-à-dire s'allongeassent en se gonflant, & se rac-  
courcissent en se remettant dans leur état naturel. C'est  
cette hypothèse singulière, & qui, comme nous l'avons  
dit en 1704, n'a pour elle qu'un seul exemple dans tout  
le Corps humain ; que M. Méry entreprend de défendre.

\* p. 12. &  
suiv.

\* V. l'Hist.  
de 1709. p.  
90. & suiv.

Hist. 1710.

E

Il ne s'agit que de savoir lequel des deux états des fibres de l'Iris, de celui où elles sont allongées, ou de celui où elles sont raccourcies, est leur état naturel. Dans le premier la Prunelle est moins ouverte, dans l'autre elle l'est davantage.

Tous les Muscles ont un état naturel où ils sont en repos, & ils n'en sortent que par l'action d'une cause étrangere, qui change leur figure & leur position. On suppose communément que cette cause ce sont les Esprits animaux, dont l'influence plus abondante grossit les Muscles, & les accourcit. Quand cette espece de violence cesse, ils se remettent par leur ressort dans leur premier état. Ainsi le ressort naturel des parties est la force opposée à la cause étrangere qui change les Muscles. M. Méry prouve que la mort ne détruit point ce ressort, tant que les parties sont exemptes de corruption, & en effet il est évident que le ressort ne suppose rien de vital. Dans un Chat mort les dernières Phalanges des doigts sont toujours entierement relevées, parce qu'il y a des Fibres à ressort destinées à cet effet, qui ne peuvent plus être combattues par leurs Muscles *antagonistes*, dont l'action dépend uniquement des Esprits, & cesse avec eux. De même les Coquilles d'une Moule d'Etang morte sont toujours entr'ouvertes; parce qu'elles s'ouvrent par un ressort, & ne se ferment que par des Muscles qui ont besoin d'Esprits. L'état où seront les Fibres de l'Iris après la mort sera donc celui où leur ressort les tient naturellement; or après la mort la Prunelle est toujours dilatée, c'est-à-dire que les Fibres de l'Iris sont raccourcies; elles le sont pareillement & dans la Goute sereine, & dans la Syncope, dont l'une est une mort de l'Oeil par rapport à la vision, & l'autre une petite mort de tout l'Homme, & toutes deux une privation d'Esprits. C'est donc l'état naturel des Fibres de l'Iris que d'être raccourcies, & de tenir la Prunelle ouverte.

Tout cela suppose que la membrane de l'Iris qui est circulaire soit composée de petites Fibres droites, tou-

tes dirigées de la circonference extérieure vers le centre, & c'est là en effet la structure que l'on y apperçoit. Mais comme dans une partie aussi petite, & aussi délicate on est en droit de supposer à peu près ce que l'on veut, on pourroit imaginer que sur ce plan des Fibres droites il y auroit un autre plan de Fibres circulaires, qui formeroient un Muscle total antagoniste du premier.

Mais M. Méry oppose à cette idée que si ces deux Muscles sont antagonistes, ils ont des actions contraires, que quand les Fibres droites sont allongées, les circulaires doivent se raccourcir, & au contraire, que les Fibres circulaires accourcies forment de plus petits cercles, & par conséquent diminuent l'ouverture de la Prunelle, ainsi que font les Fibres droites allongées, que les deux Muscles ne font donc que le même effet, & ne sont pas proprement antagonistes comme on le suppose, mais *congeneres*, & que le circulaire qui n'est qu'imaginé, & ne se voit point, est absolument inutile.

Si l'on donne la même action aux deux Muscles, & que les Fibres circulaires s'allongent, ou s'accourcissent en même tems que les droites, il est vrai que les effets seront contraires, & que les Fibres circulaires ouvriront la Prunelle, par exemple, tandis que les droites la fermeront. Mais à quoi bon cette contrariété d'effets, dont l'un détruiroit l'autre ? La Prunelle seroit donc toujours dans une ouverture moyenne, à moins que les deux Muscles ne l'emportassent alternativement l'un sur l'autre. Mais cet avantage alternatif ne paroît pas possible, puisqu'il devroit venir non de leur action alternative, car on suppose ici qu'ils agissent ensemble, mais de leur force absolue qui ne peut être alternativement plus grande & plus petite dans les deux.

En voilà peut-être assez sur le fond de la question dépotuillée de tout ce qui ne lui est pas essentiel. Le reste appartiendroit à la contestation, qui ne peut guere se renfermer dans le seul éclaircissement d'un sujet. L'amour de la Verité même, s'il est un peu vif, passera les bor-

---

## DIVERSES OBSERVATIONS

### *A N A T O M I Q U E S .*

#### I.

**M**onsieur Homberg a avancé ce Paradoxe , que l'on pouvoit guerir un Rhumatisme par un bain d'eau froide aussi-bien que par un bain chaud , ou par la sueur. Le Rhumatisme est causé par une serosité âcre , devenue assez subtile pour s'échaper des veines , d'où elle s'est épanchée dans des Muscles , dont elle picote les Fibres , & embarrasse les mouvements. Comme sa grande subtilité fait qu'elle s'éparpille beaucoup , elle ne peut plus être reprise par les veines d'où elle est sortie. Il est égal ou de la chasser du corps , ou de la faire rentrer dans ses vaisseaux. Une grande chaleur la fera sortir par transpiration , le froid la condensera & la mettra en état de rentrer dans les veines. Peut-être même suffit-il que le froid empêche une nouvelle serosité de succeder à la premiere , qui nécessairement se brise , s'attenuë , & se dissipe. Le chaud dispose au contraire une nouvelle serosité à s'échaper des vaisseaux.

#### II.

Dans le cadavre d'un Enfant mort à 6. jours , M. Lit-  
tre a vû le Rectum divisé en deux parties , qui ne re-  
noient l'une à l'autre que par quelques petits filets , longs  
environ d'un pouce. Ces deux parties séparées s'étoient  
fermées chacune de son côté par le bout où s'étoit faite  
la separation , de sorte que les deux clôtures se regar-  
doient. Apparemment le Rectum n'ayant pas pris dans  
ce fœtus autant d'accroissement à proportion que les  
parties auxquelles il étoit attaché , avoit été étendu &

tiré avec violence , & enfin entierement déchiré , à l'exception de quelques fibres plus fortes , qui étoient demeurées entieres , quoique fort allongées. Ce déchirement s'étoit fait dans le temps où le canal étoit encore vuide , & rien par conséquent n'avoit empêché que les extremités des deux parties separées ne s'affaïssassent , & ne se collassent ensemble , ce qui avoit fait les deux clôtures. Ensuite la partie superieure de l'Intestin s'étoit remplie de *meconium* , mais non pas en assez grande quantité pour être obligée de se rouvrir. Quant à la partie inferieure , elle avoit toujours dû être , & étoit en effet entierement vuide. Il est aisé de concevoir quels accidens s'ensuivoient de cette conformation accidentelle , & combien la mort de l'Enfant dû être prompte , puisque ses excremens ne pouvoient sortir , & que tout ce qu'on lui faisoit prendre pour le déboucher augmentoit nécessairement le mal.

M. Littre qui a voulu rendre son observation utile , a imaginé & proposé une opération chirurgique fort délicate pour les cas où l'on auroit reconnu une semblable conformation. Il faudroit faire une incision au Ventre , & recoudre ensemble les deux parties d'Intestin après les avoir rouvertes , ou du moins faire venir la partie superieure de l'Intestin à la playe du Ventre , que l'on ne refermeroit jamais , & qui seroit la fonction d'anüs. Sur cette legere idée , d'habiles Chirurgiens pourront imaginer d'eux-mêmes le détail que nous supprimons. Il suffit souvent de sçavoir en gros qu'une chose seroit possible , & de n'en pas désespérer à la premiere vûë.

### III.

M. Chomel a fait voir à l'Académie 22 Pierres qui venoient d'être trouvées dans le corps d'une Dame de 80 ans , fort vigoureuse pour son âge , & morte d'apoplexie. Elles s'étoient formées dans un sac , qui n'étoit qu'une extension des membranes du Duodenum , vers le haut de cet Intestin. Elles étoient de 5 à 6 lignes de diametre , toutes presque égales , de figure assez reguliere ,

du moins autant qu'il se pouvoit après s'être comprimées les unes les autres dans une cavité commune, lorsqu'elles étoient encore molles. Leur couleur extérieure étoit d'un blanc jaunâtre, leur surface polie, luisante, & un peu savonneuse. Leur consistance, quoique solide, n'étoit pas absolument pierreuse, on les cassoit avec facilité, & on y voyoit distinctement les différentes couches dont elles étoient composées, jusque vers le milieu de son épaisseur. Au centre, & dans quelque étendue à l'entour la matière étoit plus spongieuse & moins dure, il paroit de ce centre des canelures qui comme des rayons se terminoient à la couche la plus intérieure de celles qui se pouvoient distinguer. Ce milieu étoit semé de quelques grains blancs, & brillants comme des particules de sels cristallisés.

M. Chomel ayant mis aux essais Chimiques ces pierres réduites en poudre, trouva qu'elles ne donnoient aucun indice ni d'Acide ni d'Alcali, & que par conséquent elles étoient d'une nature absolument terreuse.

Comme c'est à l'entrée du Duodenum que se mêlent d'abord le Chyle qui sort de l'Estomac, le suc Pancreatique, & la Bile, M. Chomel croit qu'un Chyle mal digéré, & par-là plus propre à faire une masse solide, durci encore par le mélange des deux autres sucs mal conditionnés, aura pû donner naissance à une première pierre, mais encore fort tendre, qui se fera attachée à la membrane interne du Duodenum. A mesure qu'elle grossiroit, elle aura augmenté sa petite loge, & poussé les membranes en dehors, pour faire place aux matières qui doivent couler dans ce canal. Voilà le sac qui commence à se former, & la pierre en se durcissant par le tems aura perdu l'onctuosité qui l'y attachoit, & y aura floté librement. Après cela la génération de nouvelles pierres, & l'augmentation du sac sont aisées à imaginer. La Dame qui portoit ces pierres ne vomissoit point; mais deux heures après qu'elle avoit mangé elle sentoit une légère douleur vers l'endroit où le sac étoit placé. C'é-



toit-là justement le temps où le Chile de la nouvelle digestion couloit dans le Duodenum , qui ne lui donnoit pas un passage assés libre , parcequ'il étoit comprimé & gelné par le sac.

## I V.

M. Geoffroy le jeune a fait voir un Ténia trouvé dans une Tanche fort saine & fort grasse , semblable à ceux qui se trouvent dans l'Homme , à cela près qu'il n'étoit pas découpé par anneaux. Il avoit seulement des rayes ou plis perpendiculaires à sa longueur, selon laquelle une autre grande raye alloit depuis la tête jusqu'à la queue , en le divisant en deux moitiés égales. Il étoit entier , & avoit 2 pieds  $\frac{1}{2}$ . On ne sçait pas qu'il se soit encore trouvé de Ténia dans des Poissons.

## V.

Une Religieuse a eu pendant 18 ans une grosseur de ventre si énorme , qu'outre les bandes qui lui étoient nécessaires pour le soutenir , il falloit , quand elle vouloit marcher , que deux Religieuses marchassent en arriere devant elle , & lui aidassent à porter son fardeau. Enfin elle mourut à l'âge de 49 ans dans de grandes douleurs , & on l'ouvrit. Dès qu'on eut levé la peau du ventre , & avant qu'on en ouvrit la cavité , il se presenta un grand sac qui prenoit sa naissance de l'Ombilic , & descendoit jusque sur les genoux. Il étoit plein de quantité de corps fort differens , les uns comme des pains de savon , les autres comme des gros morceaux de chair , les autres comme des pierres de plâtre couvertes de quelques membranes. Il s'y trouva aussi trois Vessies de la longueur d'environ un pied , pleines en partie d'une eau jaune presque huileuse , & en partie de matieres aussi dures que des pierres. Ces Vessies n'étoient attachées à rien , que vers leurs embouchures. Il faut remarquer qu'entre la peau & les Muscles qui étoient presque entierement consumés avec leurs teguments communs , on avoit trouvé quantité d'autres petites pierres dures comme des morceaux de carreau blanc , dont il y en avoit un qui pouffoit des

pointes comme des molettes d'Eperon. La cavité du Ventre étant ouverte, on vit les Boyaux envelopés dans un autre grand sac, qui prenoit son origine de la premiere des Vertebres des Lombes, où il étoit fortement attaché. Il étoit rempli de corps étrangers tous semblables aux premiers, & de trois ou quatre pots d'eau jaune. Le Diaphragme étoit fort pressé par ce sac, & le Cœur presque aplati. C'est de M. Lémery dont l'Académie tient ces faits très-remarquables, non pas tant par l'espèce de ces générations, que par leur monstrueuse grandeur.

## VI.

M. Méry a dit qu'ayant ouvert un Homme qui étoit mort en un instant, il lui avoit trouvé l'Aorte tellement dilatée qu'elle avoit commencé à se détacher de la base du Cœur, & l'abandonner. Dans le moment, plus de circulation.

## VII.

\* pag. II. &  
suiv.

Nous avons parlé dans l'Histoire de 1700. \* d'une Hydro-pisie laiteuse; croiroit on aisément qu'une chute sur la tête en pût causer une? Quel rapport de cet accident à cette maladie? Cependant nous allons faire voir par quel enchaînement cela peut arriver. Nous mêlerons les faits qu'a observés M. Littre aux explications qu'il en a données.

Une Fille de 7 ans qui se portoit parfaitement bien, étant tombée sur la tête, les parties du Cerveau s'affaïferent par la commotion du coup, & d'autant plus facilement qu'elles étoient encore fort molles. La cavité des tuyaux diminua, le sang qui n'y couloit plus librement donna lieu à sa ferosité de se séparer, & de s'échaper par les pores des vaisseaux en entraînant avec elle une partie de ses sels, qui picotoient les membranes & causoient de grands maux de tête. La tension violente des vaisseaux, où le sang séjournoit trop, y contribuoit encore. Mais le plus grand mal étoit que par l'embarras & le désordre des parties du Cerveau la filtration des Esprits ne s'y faisoit plus ni assés abondamment ni assés regulierement.

Aussi

Aussi la jeune Fille, qui auparavant étoit fort vive & fort gaye, devint-elle pesante, triste & assoupie. Elle vomissoit quelquefois & avoit du dégoût pour les alimens, parce que les Esprits ne se répandoient plus dans l'Estomac comme il eût été nécessaire. De la mauvaise disposition de l'Estomac s'ensuivirent les mauvaises digestions, & l'imperfection, & sur-tout la grossièreté du Chile, peu animé d'Esprits. Ce Chile épais avoit de la peine à entrer dans les Veines Lactées, vaisseaux fort déliés, qui se glissent entre les deux membranes du Mesentere, & vont se rendre à ses Glandes. Une partie du Chile qui ne pouvoit penetrer dans ces petites routes, suivoit donc celle du canal intestinal, incomparablement plus large, & qui porte les excréments, & la Malade eut ce que les Medecins appellent *Passion Cœliaque*, c'est-à-dire, qu'avec les excréments il sortoit du Chile. Comme de ce côté-là il s'en perdoit beaucoup, & que de l'autre ce qui en restoit pour la nourriture des parties étoit trop épais, & peu propre à les nourrir, la Malade tomba dans une maigreur extraordinaire. Les membranes du Mesentere se dépouillèrent peu à peu de toute la graisse qu'elles contiennent naturellement, qui les tient séparées l'une de l'autre, & enveloppe les vaisseaux lactés. De-là il arriva que quand ces Vaisseaux se furent gonflés à la longue de Chile amassé, & se creverent, le Chile qui s'épancha entre ces membranes, & qui leur causoit une tension violente, parce qu'elles étoient extrêmement rapprochées, eut la force de les percer en plusieurs endroits, après quoi il tomba dans la cavité du ventre, & forma l'Hydropisie laiteuse. Alors la *Passion cœliaque* cessa, parce que le Chile qui avoit forcé tous les obstacles trouvoit beaucoup de facilité à entrer dans les veines lactées, & n'étoit plus obligé à prendre le chemin du canal intestinal. Le Chile qui s'étoit amassé dans les Glandes du Mesentere les grossit beaucoup au de-là du naturel, & s'y pétrifia même en maniere de craye. Le canal Thorachique où il ne passoit presque plus de cette liqueur, de-

vint extrêmement menu & délié. On fit une fois la ponction à la Malade, & on lui tira six ou sept pintes de ce Chyle extravasé. Elle mourut au bout de quinze jours, ayant encore dans la cavité du ventre une pareille quantité de la même liqueur. Sa maladie dura quatre mois.

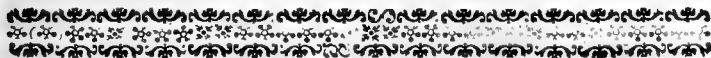
## V I I I.

On doit être assés surpris de voir qu'un petit corps assés exactement ovale, & dont le grand diametre qui est d'une ligne & plus, est au petit comme 3 à 2, qui a une surface fort polie de couleur de Caffé rôti, avec une petite bande de gris de perle au milieu, & qui sur ces apparences ne doit guères être pris pour un Animal, mais tout au plus pour un œuf, ne fasse cependant que sautiller dans un Jardin, en s'élevant d'un demi pouce, & s'élançant quelquefois jusqu'à deux. Quand on le veut faire sauter, on n'a qu'à l'exposer au Soleil, ou le mettre sur la main lorsqu'elle est chaude. Monsieur Carré, à qui cette observation est dûë, ouvrit la coque d'un de ces petits corps; elle est épaisse & solide par rapport à leur grosseur, aussi faut-il qu'elle le soit pour résister à leurs sauts, & elle renferme un petit Ver fort blanc, dont le dos est coupé d'anneaux transversaux & paralleles, & le Ventre fort plat, & sans pieds. On apperçoit du côté de la tête deux petits points noirs. Comme la figure de son ventre empêche qu'il ne remplisse entierement sa coque, il a de l'espace pour y faire un saut en ramassant son corps, & en le débandant ensuite promptement. C'est par-là qu'il élève sa maison en l'air. Il doit être fort vigoureux, car cette maison est par rapport à lui un fort grand poids, qu'il élève fort haut, & pousse fort loin, & cela fort souvent. M. Carré en garda un deux mois dans une boîte, sans y appercevoir aucun changement. Ce petit Animal est une Enigme assés difficile à expliquer. Comment se nourrit-il dans cette coque si bien fermée? comment se multiplie-t-il dans cette prison? car quand même

\* V. ci-dessus il se multiplieroit à la maniere des Moules \*, comment ses œufs sortiroient-ils?

\* V. ci-dessus  
P. 32.

Nous renvoyons entierement aux Mémoires  
 L'Ecrit de M. Geoffroy le jeune sur les Bezoards, V. les Mém.  
 Et celui de M. de Reaumur sur un Insecte des Lima- p. 235.  
 cons. V. les Mém.  
 p. 305.



## C H Y M I E.

### S U R L A R H U B A R B E.

L A Rhubarbe ne pouvoit manquer de trouver sa place parmi les Purgatifs que M. Boulduc a entrepris d'examiner \*. Il l'a étudiée à son ordinaire avec les deux grands Dissolvans, l'Eau & l'Esprit de vin. La teinture qu'il en a tirée par l'Eau a été beaucoup plus forte que celle qui étoit venue par l'Esprit de vin, marque assurée que la qualité purgative de la Rhubarbe réside plus dans ses Sels que dans ses Souffres, qui ne sont qu'en très-petite quantité. Peut-être même le peu de teinture que tire l'Esprit de vin est-il uniquement tiré par le flegme qui lui reste toujours, quelque soin qu'on ait pris à le bien rectifier. Ce flegme dissout dans un Mixte la petite quantité de Sels proportionnée à sa quantité.

Puisque l'Esprit de vin tire si peu de la Rhubarbe, il est naturel qu'après avoir essuyé cette *extraction* elle n'en soit pas sensiblement moins purgative, & que l'Eau puisse encore beaucoup agir sur elle, & c'est en effet ce que M. Boulduc a observé.

Et la teinture tirée par l'Eau, & l'Extrait solide fait de cette teinture, purgent fort bien. Cette vertu purgative subsiste encore, mais assez affoiblie, dans une seconde teinture & dans son Extrait. Mais ce qui purge encore

mieux & que ces teintures & que ces Extraits , c'est la Rhubarbe en substance. Un effet de l'Art est de reconnoître en quelles occasions il est inutile.

Une remarque generale de M. Boulduc en cette matiere , & qui donne encore la préférence à la Nature sur l'Art , c'est que les infusions des Purgatifs Vegetaux ont considerablement plus d'effet que les décoctions , où la chaleur enleve trop de principes.

Quoique la Rhubarbe produise sur la langue ce sentiment d'apreté , d'où l'on conclut ordinairement qu'un Mixte est astringent , M. Boulduc n'a pu s'assurer par aucune expérience qu'elle eût effectivement cette vertu dans son opération.

## *SUR LA LACQUE.*

**L**E P. Tachard Jesuite , Missionnaire aux Indes Orientales , envoya de Pondichery à M. de la Hire en 1709. deux petits Memoires sur différentes particularités de l'Histoire naturelle des Indes. Ce qu'il y avoit de plus circonstancié , & en même temps de plus intéressant pour l'Académie , regardoit la Lacque.

On donne ce nom à plusieurs especes de pâtes seches dont les Peintres se servent , mais ce qu'on appelle plus proprement Lacque , est une Gomme ou Resine rouge , dure , claire , transparente , fragile , qui vient du Malabar , du Bengale , & de Pegu.

Selon les Memoires du P. Tachard , de petites Fourmis rousses s'attachent à differens Arbres , & laissent sur leurs branches une humidité rouge , qui se durcit d'abord à l'air par sa superficie , & ensuite dans toute sa substance en 5 ou 6 jours. On pourroit croire que ce n'est pas une production des Fourmis , mais un suc qu'elles tirent de l'Arbre en y faisant de petites incisions ; & en effet si on pique les branches proche de la Lacque il en sort une

Gomme, mais il est vrai aussi que cette Gomme est d'une nature différente de la Lacque. Les Fourmis se nourrissent de fleurs, & comme les fleurs des montagnes sont plus belles & viennent mieux que celles du bord de la Mer, les Fourmis qui vivent sur les montagnes sont celles qui font la plus belle Lacque, & du plus beau rouge. Ces Fourmis sont comme des Abeilles, dont la Lacque est le Miel. Elles ne travaillent que 8 mois de l'année, & le reste du temps elles ne font rien à cause des pluies continuelles & très-abondantes.

Pour préparer la Lacque, on la sépare d'abord des branches où elle est attachée, on la pile dans un mortier, on la jette dans l'eau bouillante, & quand l'eau est bien teinte, on en remet d'autre jusqu'à ce qu'elle ne se teigne plus. On fait évaporer au Soleil une partie de l'eau qui contient cette teinture, après quoi on met la teinture épaissie dans un linge clair, on l'approche du feu, & on l'exprime au travers du linge. Celle qui passe la première est en gouttes transparentes, & c'est la plus belle Lacque. Celle qui sort ensuite & par une plus forte expression, ou qu'on est obligé de racler de dessus le linge avec un couteau, est plus brune & d'un moindre prix.

Ces faits rapportés dans l'Académie firent naître à M. Lemery la pensée d'examiner chimiquement la Lacque. Il s'agissoit de savoir si c'étoit une Gomme ou une Resine. Ces deux mixtes, quoiqu'assés semblables, différent en ce que le Souffre domine dans les Resines, & le Sel ou l'Eau dans les Gommess.

Il trouva que l'Huile d'Olive ne dissolvoit point la Lacque, & n'en tiroit aucune teinture, que l'Huile éthérée de Therebentine & l'Esprit de vin n'en tiroient qu'une légère teinture rouge, ce qui fait voir que la Lacque n'est pas fort résineuse, & n'abonde pas en souffre; que d'ailleurs une liqueur un peu acide, comme l'eau Alumineuse en tiroit une teinture plus forte, quoiqu'elle n'en fît qu'une dissolution fort légère, & que l'Huile de Tar-

tre y faisoit assés d'effet, ce qui marque qu'elle a quelque partie saline, & qu'elle est imparfaitement gommeuse, & que par conséquent c'est un mixte moyen entre la Gomme & la Resine.

Il est à remarquer que les liqueurs acides foibles tiroient quelque teinture de la Lacque, & que les fortes, comme l'Esprit de Nitre, & l'Esprit de Vitriol, n'en tiroient aucune. Cependant la Lacque qui ne leur donnoit point de couleur, y perdoit en partie la sienne, & devenoit d'un jaune pâle. La Physique est trop compliquée pour nous permettre de prévoir sûrement aucun effet par le seul raisonnement.

## SUR LES SOUFFRES DES VEGETAUX,

ET DES MINERAUX.

V. les Mém.  
p. 225.

**M**Algré la difference extrême des Vegetaux & des Mineraux, M. Homberg est persuadé que c'est le même Souffre qui entre dans les compositions des uns & des autres. Ses expériences du Verre ardent rapportées dans l'Hist. de 1709 \* prouvent que des métaux privés de leur Souffre, & devenus par-là incapables de se fondre, reprennent très-aisément un Souffre vegetal, & avec lui leur fusibilité, & leur forme métallique. Il n'en faudroit pas davantage pour établir l'identité du Souffre dans ces deux especes de mixtes, mais M. Homberg y ajoute encore qu'un Souffre métallique peut passer dans une matiere vegetale, & en faire une Huile, aussi-bien qu'un Souffre vegetal passe dans une matiere métallique, & en refait un metal. Après ce passage réciproque, il ne peut plus y avoir rien à desirer.

La fumée qui sort des métaux fondus au Miroir ardent est leur Souffre, mais comme elle se dissipe en l'air,

\* pag. 37.



on n'en sçauroit rien faire. Il n'y a que le Fer & l'Etain qui fondus ensemble jettent une fumée si épaisse qu'on la peut ramasser. Elle se met en une espece de coton. Voilà donc le Souffre de ces deux métaux que l'on tient, & même pour en avoir une plus grande quantité, M. Homberg se contente de fondre ensemble au miroir le Fer & l'Etain, il les retire aussi-tôt sans leur donner le loisir de jeter leur fumée, il y remet d'autre Fer & d'autre Etain, & ainsi de suite tant qu'il veut, après quoi il met dans un creuset fort vif toutes ces portions refroidies. Elles s'y refondent, & jettent leur fumée qui s'épaissit en coton sur les parois du creuset, où elle s'attache. On la ramasse, & on la met dissoudre à froid dans du vinaigre distillé, que l'on a eu soin de dépouiller de son Huile, autant qu'il étoit possible. Ce vinaigre devient rougeâtre, gras, plus épais qu'il n'étoit, & enfin si on le distille en cet état il donne après beaucoup de Flegme une véritable Huile qui s'enflamme aussi facilement & aussi vivement que l'Esprit de vin, & nage sur l'eau comme les Huiles essentielles des Plantes. Où le vinaigre a-t-il pris cette Huile, si ce n'est dans la matiere cottonneuse & metallique ?

Il est vrai qu'on pourroit le soupçonner d'en contenir toujours un peu, mais pour lever entierement ce scrupule M. Homberg a fait la même opération avec de l'Esprit de Vitriol, moins suspect que le vinaigre distillé de contenir aucune Huile, & le succès a été parfaitement le même.

C'est une chose assés particulière que le vinaigre ne dissolve la matiere cottonneuse qu'à froid, il ne feroit rien avec le feu. Ce n'est pas la grande force d'un Agent qui fait un certain effet, c'est sa proportion au sujet sur lequel il agit.

M. Homberg ayant remarqué que le Zink, Minéral dont la nature est assés peu connue, jettoit au miroir ardent les mêmes fumées que le mélange du Fer & de l'Etain, s'avisa de l'employer aux mêmes opérations que ce

mélange , & trouva précisément les mêmes effets. De-là il a conclu avec beaucoup de vrai-semblance que le Zink pourroit bien n'être qu'un mélange naturel de Fer & d'Etain , & il confirme encore cette pensée par quelques autres apparences. Ainsi la connoissance de ce Mineral sera un fruit comme surnumeraire des découvertes que M. Homberg a faites sur les Souffres Vegetaux & Metalliques.

## SUR L'ANALYSE DES PLANTES MARINES

ET PRINCIPALEMENT

*D U C O R A I L R O U G E .*

\* V. ci-dessus  
p. 23.

**C**'Est une partie considerable du grand travail de M. le Comte Marfigli \*, que ses expériences Chimiques sur les Plantes de la Mer. Nous donnerons dans la Botanique quelque idée de leurs différentes especes , ou plutôt de leurs différens genres , nous la supposons ici , & d'autant plus facilement qu'elle n'y est pas nécessaire.

Quoique les Plantes de terre soient si semblables dans leurs Analyses , qu'il seroit difficile de distinguer par-la , & encore plus de prévoir leurs différens effets , celles de Mer paroissent encore plus semblables. En effet les Plantes terrestres vivent en différens terroirs , d'où elles peuvent & même doivent tirer différentes nourritures , les Plantes marines n'ont toutes qu'un même aliment , cette eau salée & bitumineuse , qui les embrasse de toutes parts , les penetre , & les fait vegeter. Aussi M. Marfigli a-t-il trouvé dans leurs Analyses une grande uniformité , presque toujours la même salure , & la même amertume , toujours un suc fort glutineux qui les nourrit , beaucoup d'Alkali , peu d'Acide ; encore croit-il que les Plantes  
marines

marines qui ont un peu d'Acide sensible sont venuës à une petite profondeur, parceque selon lui il n'y en a que dans les eaux superficielles. Ces Plantes ont beaucoup de Sel volatil, & même, ce qui est remarquable, les *pierreuses*. Les Lithophitons en ont une 5<sup>me</sup> partie plus que la Corne de Cerf, quoiqu'ordinairement cet Esprit abonde d'avantage dans les Animaux.

Le suc glutineux ne se tire que des Plantes fraîches, du moins des pierreuses, car il se durcit quelque tems après qu'elles sont sorties de l'eau. Il sort par une simple expression des extremités encore molles de leurs branches. Il est d'une couleur différente en différentes Plantes, blanc, ou jaune le plus communément. Il a aussi différentes saveurs, tantôt un goût de mer âcre & piquant, tantôt un goût de Poisson corrompu, &c.

Comme le Corail est la plus noble de toutes les Plantes de la Mer, car on ne peut plus douter que ce ne soit une Plante, M. Marigli voulut l'étudier avec un soin particulier, & d'autant plus que le Corail frais, & contenant encore son suc glutineux en consistance de lait, n'avoit jusqu'à été travaillé par aucun Chimiste.

D'abord il laissa pendant 12 jours son Corail frais dans un vaisseau plein d'eau de mer, ce qui lui valut, comme nous le dirons ailleurs, la curieuse découverte des fleurs inconnuës de cette Plante. Au bout de ce temps, ces fleurs se réduisirent en de petites boules, & puis tombèrent au fond du vaisseau. Ensuite l'Ecorce, car ce Corail avoit la sienne, au lieu que celui qu'on expose ordinairement en vente ne l'a pas, commença à se ramollir, & à se séparer en plusieurs petites pieces, qui se précipitant aussi au fond du vase, s'y unirent en une bouë très-fine, semblable à celle du Bol rouge. La Plante ainsi dépouillée de son écorce, par où elle tire sa nourriture, se pourrit, & tomba.

A mesure que l'écorce se séparoit, le Lait qui coule entre elle & la substance de la Plante pour la nourrir, tomboit dans l'eau, & la rendoit puante. Mais en moins

d'un mois tout ce lait se dégagea d'avec l'eau, monta sur sa superficie, & y forma une toile glutineuse, épaisse comme le dos d'un Couteau, & blanche comme de la Gelée. L'eau reprit son premier goût, & son odeur ordinaire de mer. Tous les Essais Chimiques firent voir que cette gelée étoit une substance Alcaline.

L'Esprit de vin bien rectifié ne tira rien du Corail pendant deux mois entiers, pas même la moindre teinture de rouge. Seulement après quelques heures d'infusion, il parut aux extrémités de certains petits Tubules qui sont sur l'écorce, de petits Globes qui augmentèrent pendant 3 jours, demeurèrent plusieurs jours en cet état, & ensuite commencèrent à diminuer, & disparurent. Les plus gros étoient deux fois comme un grain de Millet. Ils étoient de la couleur du Mercure bien purgé.

Le lait de Vache frais sur un feu très-lent tire peu à peu & par degrés la belle teinture rouge du Corail, soit qu'il ait son écorce, soit qu'il ne l'ait pas, & ne lui laisse qu'un blanc livide. La Cire blanche bien fine fait le même effet, & plus promptement.

Voilà ce qu'on appelle *Teintures de Corail*. Sa couleur, assés semblable à celle du sang, avoit persuadé aux Anciens qu'il devoit être merveilleux pour le purifier, & que c'étoit un grand Cordial dans toutes les maladies, où il y avoit du venin, & de la malignité. Tout ce qui pouvoit un peu appuyer cette idée si legerement prise, c'est qu'en effet on avoit vû que le Corail arrêtoit le sang, comme font tous les Alcalis terreux. Cela même avoit produit une superstition de Medecine, on portoit sur soi du Corail comme un *Amulette* pour les saignemens de nés, & les autres hemorrhagies, & cette superstition n'est pas encore entierement détruite. Mais comme la couleur rouge étoit la source de tant de vertu, il eût été extrêmement avantageux de la pouvoir tirer de ce Mixte, & d'en laisser tout le reste comme un marc inutile, & ce secret a été cherché par plusieurs Chimistes anciens & modernes avec autant de soin & de peine que celui de l'Or potable.

La grande importance dont il étoit ne leur permettoit pas de croire qu'ils le pussent trouver dans des choses simples, ni d'une maniere aisée. Ils ont imaginé quantité d'opérations, la plupart fort différentes entre elles, & fort recherchées, & il les ont données comme ayant réussi. Cependant M. Lémery a assuré qu'il les avoit éprouvées toutes sans succès, & il chercha, il y a déjà long-tems, la Teinture de Corail par d'autres moyens; il la crut digne de cette peine, non par les grands usages qu'elle devoit avoir dans la Medecine, mais par l'erreur générale, où l'on étoit en sa faveur. Il ne songea qu'à des Dissolvans simples, & il trouva la Cire blanche, ainsi qu'il le marqua dans la premiere Edition de son *Traité de Chimie* en 1675.

Mais à l'occasion des expériences de M. le Comte Margli, qui disoit même qu'il n'avoit eu ni le loisir, ni les matieres nécessaires pour en faire autant qu'il eût désiré, M. Lémery reprit ce sujet, & le traita avec plus d'étendue. Il n'a travaillé que sur du Corail tiré de la mer depuis long-tems, & dépouillé de son écorce.

Mis en entier dans de la Cire blanche fonduë par un petit feu, il y est devenu blanc jusque dans le fond de sa substance, & même plus blanc dans ce fond que dans sa superficie, où il étoit un peu plus pâle, apparemment parcequ'il y prenoit quelque chose de la couleur de la Cire. Seulement il se trouvoit quelquefois des branches noirâtres, mais elles ne l'étoient que par dehors, & le dedans en étoit parfaitement blanc. Il paroît que cette noirceur extérieure ne pouvoit venir que de quelque disposition accidentelle. Le Corail blanchi n'en étoit ni moins dur, ni moins compacte, ni moins pesant. Une seconde infusion du même Corail dans de nouvelle Cire le rendoit un peu moins blanc, peut-être en tiroit-il alors un peu de jaune.

La Cire de la premiere infusion n'étoit que jaunâtre, & de couleur *citrine*. Si l'on y mettoit de nouveau Corail elle devenoit rougeâtre, & le Corail n'en devenoit

pas moins blanc , que si on l'eût mis dans de la Cire *neuve*. Un troisième morceau de Corail mis dans la même Cire la rendoit noirâtre & devenoit toujours également blanc.

La Cire où l'on met du Corail déjà blanchi par une infusion , ne change aucunement de couleur.

Tout cela prouve assés évidemment & que la Cire ne porte point sa couleur dans le Corail , mais lui ôte celle qu'il avoit , & que cette couleur du Corail , quoiqu'elle le penetre intimement, est fort legere, & fort subtile , & que le Corail est naturellement blanc ; en effet il s'en trouve de cette couleur au fond de la mer.

M. Lémery, à l'exemple des Geometres , qui augmentent souvent de gayeté de cœur la difficulté des Problèmes qui leur ont été proposés , s'en est proposé un second plus difficile , c'étoit de retirer de la Cire la teinture de Corail qu'elle avoit prise. Le seul Dissolvant qu'il y ait trouvé propre , a été de l'Eau de vie empreinte de Sel de Tartre. Il y a mis en digestion chaudement pendant dix jours de la Cire teinte par trois infusions , elle y est redevenue blanchâtre , & la Teinture rouge du Corail a passé à l'Eau de vie. Si cette Teinture est medicinale , c'est en ce dernier état qu'on la peut prendre.

La Cire jaune fait le même effet que la blanche, mais un peu moins facilement , & elle teint legerement de sa propre couleur la superficie du Corail.

L'Esprit de Cire rectifié , qui est un flegme fort imprégné d'Acides , tire du Corail une teinture rouge foncée , mais ce n'est que celle de sa superficie ; il ne touche point du tout au dedans.

Plusieurs autres Dissolvants ont encore réussi à M. Lémery , mais c'étoit sur du Corail bien broyé , & réduit en poudre très fine , ce qui lui fait déjà perdre quelque petite partie de son rouge. Après avoir essayé inutilement des sucS dépurés de quelques fruits , comme celui de Coing , celui de Pomme , le Verjus , le Vinaigre blanc , il trouva enfin que le suc de Citron faisoit parfaitement

ce qu'il souhaitoit , pourvû qu'il ne fût pas distillé , mais au contraire un peu trouble , & qu'il contint toute sa partie huileuse & tartareuse , qui est la plus propre à extraire une teinture bitumineuse & grasse. Celle qui vient du Corail par ce moyen est si legere & si volatile , qu'en deux mois elle s'envole entierement du suc de Citron , & le laisse avec sa premiere couleur , à moins qu'il ne soit dans une Bouteille bien bouchée , & couvert d'Huile d'Amandes douces à la hauteur d'un doigt. Quand le suc de Citron s'est chargé de la couleur rouge du Corail , il ne fait plus aucun mouvement ni avec l'Huile de Tartre , ni avec l'Esprit de Vitriol , parceque l'Acide du Citron s'étant uni à l'Alcali du Corail , il n'y a plus lieu à l'action ni de l'Huile de Tartre sur l'Acide du Citron , ni de l'Esprit de Vitriol sur l'Alcali du Corail.

L'Esprit de Miel rectifié tire la Teinture du Corail , & perd son goût acide , ainsi qu'il doit arriver. Cependant tout Alcalin qu'est le Corail , certains Alcalis , comme l'Huile de Tartre , la liqueur de Nitre fixe , l'Esprit volatil de Sel Armoniac , ne laissent pas d'être des Dissolvants propres à extraire sa teinture. L'Esprit de Sel Armoniac ne prend qu'une couleur gris de lin.

L'Eau de vie , l'Esprit de vin , les Huiles d'Olive , de Noix , d'Aveline , d'Amande , des Semences froides , ne font rien.

M. Lémery n'a pô réussir à faire une Teinture seche.

Après les Teintures du Corail , l'ordre naturel demande que l'on passe aux Analyses de la propre substance de ce Mixte.

M. le Comte Marfigli commença par examiner le suc lacteux exprimé de l'Ecorce. Mis dans de l'eau de mer il se précipite au fond. Il donne une teinture jaune & livide à l'Esprit de vin , & si on fait évaporer ce mélange , le marc qui reste a un goût de Poisson gâté. Les Esprits de Sel & de Nitre fermentent avec ce Lait jusqu'à produire de la fumée. L'Esprit de Sel Armoniac & l'Huile de Tartre n'y font aucun changement, toutes preuves d'une substance alcaline.

Le Corail qui n'est nourri & formé que de ce lait doit donc être de cette même substance, & en son écorce, & en sa partie plus dure. C'est en effet ce que toutes les opérations ont donné à M. le Comte Marfigli, & à M. Lémery, & nous ne nous y arrêtons pas davantage, sur tout M. Lémery ayant presque épuisé dans son Traité de Chimie tout ce qui regarde les Dissolutions & le Magistère du Corail.

Nous remarquerons seulement que dans la Distillation du Corail fraîchement tiré de la Mer, il paroît un flegme laiteux, & de petites parcelles de bitume florantes, que l'on ne voit point dans la distillation du Corail gardé quelque tems. C'est une remarque de M. Marfigli.

Il dit qu'ayant des crudités d'Estomac il s'en est guéri avec la poudre des extrémités des branches de Corail frais, encore pleines de leur lait peu desséché. Puisque le Corail est un Alkali, il doit être bon pour absorber les Acides, & M. Lémery a jugé avec beaucoup d'apparence qu'il devoit être beaucoup meilleur étant simplement réduit en poudre, qu'après avoir passé par des opérations Chimiques, où il s'est chargé d'Acides, qui ont déjà consumé une bonne partie de sa vertu.

## SUR UN NOUVEAU

### PHOSPHORE.

ON appelle *Phosphore* tout ce qui rend de la lumière par quelque préparation artificielle, & on a même étendu ce nom aux Baromètres dont la partie vuide d'air est lumineuse lorsqu'on les secoue dans l'obscurité. Tous les Phosphores que l'on connoît jusqu'à présent ont quelque sorte d'imperfection, qui, pour ainsi dire, diminue leur gloire. Celui qui se fait avec l'urine a besoin d'un peu de chaleur étrangère pour luire & pour s'enflamer; le *Smaragdin* en demande beaucoup; la Pierre de Bolo-



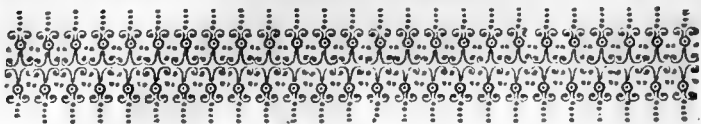
gne & le Phosphore de *Baldwinus* ne font leur effet que pendant le jour ; les Huiles distillées de Girofle, de Cannelle, de Sassafras, &c. ne s'enflament sans feu que quand on y mêle de l'Esprit de Nitre bien déflégmé ; le Phosphore que M. Homberg a donné en 1692. dans les Memoires que l'Académie imprimoit alors, ne devient lumineux que quand on le frotte rudement, ou qu'on frappe dessus avec un corps dur. Mais le même M. Homberg a trouvé un nouveau Phosphore exempt de tous ces défauts. Il n'a besoin ni du mélange d'aucune matiere nouvelle, ni d'aucune chaleur, ni d'aucun mouvement ; il ne faut que l'exposer à l'air, il s'enflame en une minute ou deux, met le feu à tout corps combustible qu'il touche, & son effet est égal la nuit & le jour.

C'est une Poudre ou noire, ou brune, ou rouge, ou verte, ou jaune, selon la maniere dont elle a été travaillée, & les degrés de feu qu'elle a eus. Elle est tirée de matiere fécale, étrange origine pour une lumiere si subtile & si celeste. M. Homberg croit qu'il la tirera aussi de l'urine, & même que l'urine traitée selon la méthode qu'il vient de trouver, donnera une plus grande quantité de Phosphore que par la maniere ordinaire & connuë.

Il a fait de trois differentes sortes de sa Poudre. Toutes trois mettent le feu aux matieres combustibles, mais l'une sans s'enflamer, l'autre en ne s'enflamant que comme un Charbon, la troisième en s'enflamant comme une Bougie.

M. Homberg donnera la préparation de son Phosphore, & une suite de plusieurs opérations très-curieuses sur la matiere dont il est formé. Il paroît bien que rien n'est à negliger pour la Physique, & qu'elle sçait trouver des Trésors par tout.

Nous renvoyons entierement aux Memoires. V. les M.  
L'Ecrit de M. Homberg sur les Vegetations ar- P. 426.  
tificielles.



# BOTANIQUE.

## SUR LE PAREIRA BRAVA.

\* p. 15. & 16. **P** Parmi les Drogues étrangères apportées par M. de la Mare, dont nous avons parlé ci-dessus \*, il y avoit du Pareira brava. Ce nom est Portugais, & signifie *Vigne sauvage*. C'est une Racine qui vient du Bresil, où l'on dit que les Naturels du País l'appellent *Boton*, ou *Botoia*. Nous ne connoissons point le reste de la Plante, & nous ne sçavons que par le rapport des Portugais que ce soit une Vigne.

Cette Racine n'a point été connuë de Pison, dont l'Histoire naturelle du Bresil fut imprimée en 1648. M. Amelot Conseiller d'Etat, & le premier qui l'ait apportée en France au retour de son Ambassade de Portugal en 1688. comme M. Nicot Ambassadeur dans le même Royaume, fut le premier qui nous en envoya le Tabac, peut-être avec trop de succès. M. le President Rouillé, successeur de M. Amelot à l'Ambassade de Portugal, rapporta aussi entre plusieurs autres drogues rares, du Pareira brava, avec un Memoire de quantité de vertus très considerables que les Portugais lui attribuent.

A cause de ces vertus, M. Geoffroy qui s'étoit chargé du soin d'examiner tout ce qui avoit été apporté par M. de la Mare, eut une attention particuliere sur le Pareira brava, qu'il connoissoit déjà d'ailleurs, & qu'il avoit même éprouvé. En comparant tout ce qu'il avoit pû ramasser sur l'Histoire purement Botanique de cette Plante, il forma plusieurs doutes, & plusieurs questions, si la Butua ou Brutua Plante Indienne dont Giacomo Zanoni avoit

avoit parlé dans son *Istoria Bottanica* en 1675, & qu'il dit venir dans le Mozambique, n'étoit pas la même que le Pareira brava, si une Plante que M. de la Mare a vûe dans l'Isle de S. Domingue est effectivement le Pareira brava, ou le Raisinier de cette Isle, qui est assés connu, s'il y a deux especes de Pareira brava, l'une qui vienne dans le Bresil, l'autre dans le Mexique, ou si toutes deux viennent du Bresil, &c. mais tout cela s'éclaircira avec le tems. Ces sortes de doutes sçavans sont plus propres à faire honneur à celui qui les propose, qu'à instruire ceux à qui ils sont proposés.

Nous nous en tenons presentement à ce qui est utile: M. Geoffroy a vû deux especes de Pareira brava, si cependant la difference de couleur, qui est presque la seule, suffit pour faire deux especes. La 1<sup>re</sup> qui est la plus en usage est brune par dehors, & d'un jaune brun en dedans, la 2<sup>de</sup> est blanche par dehors, & en dedans d'un jaune *citrin*. Celle-ci est de couleur de chair lorsqu'elle est recente, & pâlit avec le tems. Toutes deux sont d'une substance dure, & cependant poreuse & spongieuse. Elles ont un goût amer mêlé de quelque legere douceur, comme la Reglisse. Elles sont quelquefois de la grosseur du pouce.

Les Portugais, qui ont d'abord appris des Sauvages du Bresil les vertus de cette Racine, pourroient bien les exagerer un peu, mais enfin sans prendre au pied de la lettre tout ce qu'ils en racontent, ce que M. Geoffroy en a reconnu par sa propre experience suffit pour la faire mettre au rang des Plantes les plus utiles. Il assure qu'elle ne manque guere de Coliques Nephretiques, non pas qu'il croie qu'elle va briser la Pierre dans les Reins, ou dans la Vessie, comme les Portugais le prétendent, mais c'est qu'elle dissout les glaires qui collent ensemble dans les Reins les sables & les graviers, dont se forment les Pierres, & en effet après avoir pris du Pareira brava on rend ordinairement beaucoup de sable.

M. Geoffroy l'a donné encore fort heureusement à des malades affligés d'ulceres aux Reins, & à la Vessie, & dont les urines étoient purulantes, & toutes glaireuses, de maniere qu'elles cessoient souvent de pouvoir couler, ou ne couloient qu'avec beaucoup de peine. L'usage du Pareira brava les déliroit promptement de ces suppressions, & les urines pendant ce tems-là n'étoient point ou très peu épaissies; ce même remede nettoyoit les ulceres peu à peu, & en y joignant à la fin le Baume de Capaia, quelques malades ont été entierement gueris.

Cette propriété éprouvée du Pareira brava de fondre promptement & facilement les glaires, fit juger à M. Geoffroy qu'il seroit bon pour l'Asthme *humoral*, qui est causé par une pituite épaisse & gluante dont les Bronches des Pôumons sont surchargés, & dans la Jaunisse qui vient d'une Bile fort épaissie; cette esperance lui a souvent réussi, & sur tout en deux occasions remarquables, dont l'une appartient à la premiere maladie, & l'autre à la seconde.

Un Vieillard de 72 ans fort foible, & prêt à être suffoqué par une pituite qu'il ne pouvoit arracher de sa poitrine, ayant pris 2 Verres d'infusion de Pareira brava à une demi-heure l'un de l'autre, jeta une si grande quantité de glaires & de flegmes, qu'il sembloit vomir, & il fut entierement délivré de son accès.

Une femme tourmentée d'une violente Colique avec une douleur fort vive sous le foye, eut en même tems une jaunisse universelle, jusques là que ses urines, qui étoient fort épaissies, teignoient le linge en jaune. Les matieres que les lavements amenoient étoient en petite quantité, & blanchâtres. Après qu'elle eût été saignée du bras & du pied, M. Geoffroy lui fit prendre trois Verres d'infusion de Pareira brava à demi-heure l'un de l'autre. Peu de tems après le troisiéme Verre la douleur cessa, le ventre s'ouvrit, elle rendit des matieres fort jaunes, les urines coulerent abondamment, & s'éclaircirent. On

continua de lui donner une prise de Pareira brava de 4 heures en 4 heures , sa couleur jaune s'effaça entièrement , & en 24 heures elle parut parfaitement guérie. Depuis ce tems-là elle a ressenti quelquefois ces attaques de Colique, & elle a eu recours au même remède , qui l'en a toujours délivrée.

La dose de cette racine est de deux gros coupés par petits morceaux , que l'on fait bouillir dans 3 demi-septiers d'eau , jusqu'à ce que la liqueur soit réduite à chopine. On coule cette décoction , & on la partage en 3 Verres que l'on fait prendre chauds comme du Thé avec un peu de sucre. Pour préserver ceux qui sont sujets à la gravelle , on leur en fait user tous les mois pendant 8 jours à la dose de 24 grains seulement , qu'on fait bouillir légèrement dans une tasse d'eau. On peut donner aussi cette racine en substance pulvérisée à la dose de 12 ou 18 grains.

Des vertus si considerables sûrement reconnues dans le Pareira brava peuvent nous disposer à croire avec les Portugais qu'il guerit la Dissenterie , les crachemens de Sang , l'Esquinancie , les morsures des Bêtes venimeuses , les Fièvres malignes , & que si c'est une superstition d'en porter , comme ils font , un morceau dans la bouche contre le mauvais air , c'est du moins une superstition pardonnable.

## SUR LES ARBRES MORTS

PAR LA GELEE DE MDCCIX.

**L**E rigoureux Hiver de 1709 , dont la memoire durera long-tems , fit mourir par toute la France un nombre prodigieux d'Arbres , mais on remarqua que cette mortalité ne s'étendoit pas sur tous indifferemment. Ceux qu'on auroit jugé en devoir être les plus exempts par leur force , y furent les plus sujets. Les Arbres les plus

durs & qui conservent leurs feuilles pendant l'hiver, comme les Lauriers, les Cyprés, les Chênes verts, & entre les autres qui sont plus tendres, comme les Oliviers, les Chataigniers, les Noyers, ceux qui étoient plus vieux & plus forts, moururent en plus grande quantité.

On chercha dans l'Académie la cause de cette bisarrierie apparente. M. Cassini le fils en donna une fort simple à l'égard des vieux Arbres. Il dit qu'il avoit remarqué que le grand froid avoit détaché leur écorce d'avec le bois, de quelque maniere que cela fût arrivé. Et en effet il est bien naturel que l'écorce soit plus adhérente au bois dans les jeunes Arbres, beaucoup plus remplis de suc, & d'un suc plus huileux. Or comme selon l'opinion commune des Physiciens c'est principalement par l'écorce que les Arbres se nourrissent, il a dû arriver que ceux en qui elle a perdu plus facilement la communication qu'elle avoit avec le bois soient aussi morts plus facilement.

M. Chomel en imagina une autre raison, qui est générale. Il vint une très-forte gelée, & puis un dégel, ensuite une seconde gelée aussi forte que la première, & qui reprit très-brusquement. L'humidité du dégel dont les Arbres étoient remplis, se gela donc, c'est-à-dire s'étendit & se dilata avec beaucoup de violence & de promptitude, & exerça sur les fibres & sur toutes les parties organiques des Arbres un effort d'autant plus grand, qu'elle y trouva plus de résistance. Or il est certain qu'elle en trouva davantage dans les Arbres les plus forts. Elle déchira donc, & détruisit ces parties organiques, fibres, vésicules, &c. & les rendit désormais inutiles à la végétation.

Si on veut ajouter à cela selon le système de M. de la Hire suivi par M. Chomel, que le froid consiste en certaines particules salines très-perçantes, l'action aura encore été plus forte, & l'effet plus grand.

Que les Arbres plus durs ou plus âgés aient plus apporté de cette résistance, qui pour ainsi dire, irrite l'En-

nemi, il n'y a pas lieu d'en douter. Leurs parties sont nécessairement plus ferrées, & plus compactes, & c'est par cette raison qu'ils poussent leurs feuilles plus tard que les autres, tout le reste étant égal. Les développemens en quoi consiste toute végétation s'y doivent faire plus lentement, que dans ceux qui ont leurs parties plus molles, plus flexibles, plus imprégnées de suc.

A l'égard des vieux Arbres, M. Homberg donna encore une raison particulière de leur plus grande résistance. Leurs fibres qui ont pris tout leur accroissement, & par conséquent sont étendues en tout sens autant qu'elles le peuvent être, ne sçauroient plus souffrir d'extension nouvelle, & résistent puissamment à la rarefaction soit du suc aqueux qu'elles contiennent naturellement, soit d'une humidité étrangère. Il est visible au contraire que les fibres des jeunes Arbres ont encore de quoi s'étendre, & prêtent beaucoup.

Plusieurs Arbres qui sembloient avoir échappé à ce cruel Hiver, parcequ'ils repoussèrent des branches & des feuilles à la sève du Printems, ne purent profiter de celle de l'Automne, & périrent tout à fait. Quand on les coupoit, on les trouvoit plus noirs & plus brûlés dans le cœur que vers l'aubier, & vers l'écorce. Le cœur qui est plus dur avoit été plus endommagé que l'aubier, & il étoit déjà mort tandis que l'aubier conservoit encore un petit reste de vie.

## SUR LE BLE D CORNU

### APPELLE ERGOT.

**I**L vint à l'Académie en 1710. quelques Relations d'une Gangrene qui devenoit assez commune en certains Païs, surtout dans l'Orleannois & dans le Blefois. M. Noël Chirurgien de l'Hôtel-Dieu d'Orleans fut celui qui en écrivit avec le plus de détail. Il mandoit à M. Méry

que depuis près d'un an il étoit venu à son Hôpital plus de 50 tant hommes qu'enfans affligés d'une Gangrene sèche, noire, & livide, qui commençoit toujours par les Orteils, se continuoît plus ou moins, & quelquefois gaignoit jusqu'au haut de la Cuisse, qu'il n'avoit vû qu'un seul malade qui eût été attaqué à la main. A quelques-uns la gangrene se separoit naturellement, & sans qu'on y eût rien fait, aux autres elle se terminoit par le secours des scarifications & des Topiques; il y en eut 4 ou 5 qui moururent après l'amputation de la partie gangrenée, parceque le mal continua de monter jusqu'au Tronc. Ce qu'il y a de plus étonnant, c'est que cette maladie n'étoit point pour les femmes, tout au plus pour quelques petites filles.

On sçut dans l'Académie que le même accident étoit arrivé encore, mais d'une maniere plus cruelle, à un Païsan d'auprès de Blois. La gangrene lui fit tomber d'abord tous les doigts d'un pied, ensuite ceux de l'autre, après cela le reste des deux pieds, & enfin les chairs des deux Jambes, & celles des deux Cuisses se détacherent successivement, & ne laisserent que les Os. Dans le tems qu'on en écrivit la Relation les cavités des os des Hanches commençoient à se remplir de bonnes chairs, qui renaïssent.

On est persuadé avec assés de vrai-semblance que cette étrange maladie, qui n'attaque guere que les pauvres gens, & dans les années de cherté, vient de la mauvaise nourriture, & principalement d'un certain Bled noir & cornu, qu'on appelle *Ergot*, parce qu'effectivement il approche de la figure d'un Ergot de Coq. Voici comment M. Fagon premier Medecin du Roi, & Academicien Honoraire en explique la génération.

Il y a des Broüillards qui gâtent les Froments, & dont la plupart des Epics de Seigle se défendent par leurs barbes. Dans ceux que cette humidité maligne peut atteindre & penetrer, elle pourrit la peau qui couvre le grain, la noircit & altere la substance du grain même.



La sève qui s'y porte, n'étant plus resserrée par la peau dans les bornes ordinaires, s'y porte en plus grande abondance, & s'amassant irregulierement forme une espèce de Monstre, qui d'ailleurs est nuisible, parcequ'il est composé d'un mélange de cette sève superflüe avec une humidité vitieuse.

Ce n'est que dans le Seigle que se trouve l'Ergot, & soit que les mêmes causes qui produisent la sterilité d'une année, le produisent aussi en plus grande quantité, soit que dans une mauvaise année les pauvres gens ne le séparent pas d'avec le bon grain dont ils ont fort peu, ce n'est que dans ce tems-là, & ce n'est que chés eux que l'on voit les gangrenés dont nous avons parlé. M. Noël disoit que comme le Seigle de la Sologne en 1709. contenoit près d'un quart d'Ergot, dès que les Païsans avoient mangé de ce méchant pain ils se sentoient presque yvres, après quoi venoit assés souvent la gangrene, & que dans la Beauffe où il y avoit peu d'Ergot, ces accidens n'étoient point connus. On peut voir sur ce sujet une Lettre fort remarquable de feu M. Dodart, inserée dans le Journal des Sçavans de 1676. le 16. Mars.

L'Accadémie attentive au bien public en tout ce qui peut la regarder, écrivit à M. le Comte de Pontchartrain ce qu'elle sçavoit des mauvais effets du Bled cornu, afin qu'il eût la bonté d'y apporter l'ordre qu'il jugeroit à propos. Le Roi approuva cette attention, & ordonna à ce Ministre d'écrire à M. l'Intendant d'Orleans qu'il fit bien connoître aux Païsans de sa Généralité le danger extrême de l'usage de l'Ergot, & qu'il les obligeât à bien éplucher leur grain avant que de le faire moudre. Pour cela on lui envoya le Memoire que M. Fagon avoit fait sur cette matiere.

En même tems, pour un plus grand éclaircissement M. de la Hire le fils écrivit à un de ses amis, bon Physicien, qui étoit à la campagne, & le pria de sçavoir à quoi les Fermiers attribuoient la production du Bled cornu, d'en nourrir des Poules, & d'observer ce qui leur

arriveroit, d'en semer pour voir s'il leveroit. Il eut satisfaction sur ces trois articles.

Cette mauvaise espece de grain vient en plus grande abondance dans les terres humides & froides, & dans les années pluvieuses. Un certain Seigle particulier qu'on sème en Mars y est plus sujet, que ceux qu'on sème en Automne.

Les Poules n'en veulent point dès qu'elles l'ont reconnu, & de quelque adresse qu'on se serve pour en mêler dans leur mangeaille, elles aiment mieux passer des trois jours sans manger. Cependant il ne paroît point leur faire de mal, quand elles en ont mangé par surprise, & elles ne laissent pas de pondre à l'ordinaire.

Il ne leve point, ce qui est fort naturel, & en même tems heureux.

## SUR LES MOUVEMENTS

### *EXTERIEURS DES PLANTES.*

**L**es Mouvements intérieurs des Plantes sont ceux qui sont leur végétation ; les yeux ne les aperçoivent point, & la raison a bien de la peine à en faire plus que les yeux. Mais les mouvements extérieurs, ceux, par exemple, qui sont que les Plantes poussent toujours leur tige verticalement, qu'elles se tournent du côté du grand air, que leurs fleurs s'ouvrent ou se ferment en certaines circonstances, &c. sont visibles, & cependant peu observés, ou s'ils le sont, les causes en sont peu connues, peut-être parceque ces mouvements extérieurs tiennent trop aux intérieurs. M. Parent a entrepris de donner une idée générale de la Méchanique qui les produit, en ne supposant que ce qui est reçu de tout le monde sur la végétation.

Quand le suc nourricier est arrivé à l'extrémité d'une Tige naissante, si l'on conçoit qu'il s'évapore, la pesanteur de

de l'air qui l'environne de tous côtés le fera monter verticalement, & s'il ne s'évapore point, mais qu'il se congèle, & demeure attaché à cette extrémité par où il étoit prêt à sortir, la même pesanteur de l'air ne laissera pas de lui donner la même direction, de sorte que la Tige aura acquis une nouvelle partie fort petite posée verticalement. Il arrive alors la même chose à peu près que dans une Chandelle, qui quoiqu'elle fût posée obliquement à l'horison, auroit toujours sa flamme verticale par la pression de l'air. Les nouvelles gouttes de suc qui suivront cette première prendront la même direction, & comme toutes ensemble elles forment la Tige, elles la rendront donc verticale, à moins que quelques circonstances particulières ne la détournent un peu.

A l'égard des Branches, que l'on peut supposer qui sortent lateralement de la Tige dans le premier Embryon de la Plante, quand même elles en sortiroient alors dans une direction horizontale, elles se releveroient en en haut par la direction perpetuelle du suc nourricier, qui d'abord ne trouveroit aucune résistance dans une très petite branche fort souple, & ensuite quoique la branche devînt plus ferme en croissant, agiroit avec plus d'avantage, parceque cette même branche plus longue seroit pour lui un plus long bras de Levier. La foible action d'une petite goutte de suc devient très-puissante & par sa continuité, & par le secours de ces circonstances favorables.

On sçait que si une Aiguille mise de niveau sur un pivot vient à être aimantée, elle s'incline aussi tôt du côté du Pole Arctique, & on en attribue la cause à ce que la matiere magnétique qui sort de nôtre Hemisphere Septentrional va de bas en haut, & commençant à enfiler l'Aiguille aimantée lui fait prendre sa direction, & par conséquent la fait pancher vers le Pole, par rapport auquel elle est dirigée de bas en haut, comme le cours de la matiere magnétique. M. Parent prétend que par la même raison les sucs de la terre, qui vont de bas en haut

enfiler une racine naissante, la font, pour ainsi dire, pancher en embas, & l'obligent à se diriger du côté de la terre, & c'est en effet dans cette situation qu'elle a le plus de facilité à les recevoir. On peut ajouter à tout cela ce que nous avons dit dans l'Hist. de 1708 \* après M. de la Hire sur la direction des Tiges & des Racines des Plantes.

\* p. 67. & suiv.

Si la pression de l'air sur une Plante est inégale, elle déterminera les suc à se porter du côté où elle fera la moindre, & tourner de ce côté-là les branches ou la tige même. Ainsi une Plante enfermée ou dans une Chambre dont la fenêtre est ouverte, ou dans une Cave, se tournera d'elle même du côté de la fenêtre ou du soubpirail, comme si elle cherchoit le plus grand air, & cela en effet parceque ce plus grand air est plus dilaté, & fait une moindre pression. De même les Arbres en Espalier semblent fuir la muraille.

Il faut bien remarquer que toutes ces idées n'ont lieu que pour les jeunes Plantes, & qui croissent encore. Ce n'est qu'en ce tems-là qu'elles sont en état d'obéir au mouvement des suc. Ils leur donnent un pli à mesure qu'ils les forment.

\* Pag. 14. & suiv.

Et ce n'est pas seulement à leurs suc nourriciers que M. Parent donne ce pouvoir, mais encore à d'autres corpuscules tout à fait étrangers, qui cependant pénétre les Plantes. Ce sont ceux de la matière magnétique. Il a été dit dans l'Hist. de 1703 \* que M. Parent attribué à la direction de leurs cours le sens déterminé & presque toujours le même dont se tournent tous les Corps qui se tournent, comme les Coquilles & les Tiges ou les Fleurs ou les Gouffes de certaines especes de Plantes. Il y ajoute présentement les Plantes foibles qui ont besoin de s'entortiller autour d'autres plus fermes, telles sont les différents Convolvulus, les Fèves, le Houblon, &c. cet entortillement se fait dans presque toutes ces especes de gauche à droite en montant, & c'est-là le sens qui regne généralement dans tous les Corps tournés que

nous observons. La matiere magnétique par une action legere, mais continuelle, a la même force sur les Plantes que les fucs nourriciers.

Que l'Heliotrope, les Soucis, les Martagons, la Scabieuse argentée, la Digitale, &c. suivent le Soleil, c'est-à-dire se penchent toujours vers lui, il est évident que cela vient en général d'un plus grand dessèchement des parties tournées de ce côté-là, à quoi il faut qu'il se joigne quelques circonstances particulieres, comme la mollesse de la Plante, & le poids des feuilles ou des fleurs. Les parties que l'ardeur du Soleil a desséchées & affoiblies par une trop grande transpiration des fucs, l'humidité de la nuit, ou même quelquefois la seule absence des rayons du Soleil les doit rétablir dans leur premier état.

Ce raisonnement a lieu pour une cause telle que le Soleil, qui agit plus d'un côté de la Plante que de l'autre, mais non pas pour une cause dont l'action embrasseroit également toute la Plante; telle est l'humidité de la nuit, qui fait que de certaines fleurs, comme celles de tous les Colvolvulus, d'une espece d'Ornithogale, &c. se ferment, & qu'au contraire celles des Belles de nuit, & de l'Arbre triste s'épanouissent. Pour ces phénomènes, qui quoiqu'opposés en apparence reviennent au même, il faut avoir recours à l'inégalité des parties de la Plante, plus ou moins extensibles d'un côté que de l'autre.

On peut imaginer dans les Plantes des tuyaux flexibles, creux, & comme cylindriques, qui étant remplis d'un fluide, quel qu'il soit, se gonflent, & s'accourcissent necessairement. Si quelques-uns de ces tuyaux sont noués & resserrés d'espace en espace, ils s'accourciront beaucoup plus que ceux dont toute la cavité seroit également libre, parcequ'ils seront subdivisés en autant de petits tuyaux plus courts, dont chacun s'accourcira autant qu'auroit fait le tuyau entier. Outre les tuyaux creux, qui sont ou des fibres ligneuses, ou les interstices de ces fibres, on est persuadé qu'il y a dans les Plantes des *Utri-*

*cules*, ou petits sacs disposés & arrangés le long des fibres ligneuses, auxquelles ils sont attachés. Il faut les concevoir comme faisant une colonne. Quand un fluide les gonfle, la colonne s'allonge, & elle s'accourcit quand ils sont vuides. C'est le contraire des tuyaux. Voilà, selon M. Parent, les principes de la differente extensibilité des parties des Plantes. Nous n'en ferons point l'application qui est facile, car on est assés le maître de placer où l'on veut en plus grande ou en moindre quantité les tuyaux, & les differens tuyaux, & les utricules; le Microscope le plus fin ne peut guere retrancher de cette liberté.

Quelquefois, ce qui peut surprendre d'abord, & paroître ne pass'accorder avec ce qui vient d'être dit, la même partie d'une Plante est extensible en deux sens contraires, quoique la disposition des tuyaux & des utricules ne puisse pas changer. Ainsi quand la fleur de la Couronne Imperiale s'épanouît, son pedicule se courbe tout à fait en dehors, & quand la fleur est passée, il se recourbe en dedans. Mais la structure de ce pedicule ayant été établie par rapport à la premiere courbure qui se fait dans le tems de la fleur, une moindre quantité de suc qui après ce tems-là le gonfle moins d'un certain côté qu'elle ne faisoit auparavant, suffit pour faire entendre la courbure contraire.

Les mouvements des Sensitives mériteroient presque un Traité à part. Dès qu'elles sont touchées ou par un vent un peu fort, ou par la pluie, ou par la grêle, ou par le bout d'un bâton, &c. elles plient leurs feuilles en dessus, & en appliquent exactement les deux moitiés l'une contre l'autre. Il y a même une espece qui fait encore plus. Elle abbat entierement ses branches contre son tronc, & alors un pedicule qui attache les branches au tronc, & qui étoit étendu, se plie tout à fait en dessous. C'est aussi par le moyen d'un pareil pedicule que les feuilles seules se plient. Il n'y a que les parties ébranlées par le mouvement de dehors qui se resserrent ainsi, les autres demeurent dans leur état. La Plante en se pliant

n'est point dans une espece de défaillance ; comme un Heliotrope qui panche sa tête du côté du Soleil , au contraire elle est dans une contraction fort sensible , & se roidit avec tant de force , que qui la voudroit remettre dans son premier état la romproit. La grande ressemblance de ces mouvements à ceux d'un Animal , qui a fait donner à la sensitive le nom de *Mimosa* ou d'*Imitatrice* , autorise l'idée de M. Parent , qui croit que ce sont des mouvements convulsifs. Il imagine qu'il y a dans cette Plante un fluide très-subtil , comme des Esprits , que l'impression reçue de dehors agite plus qu'à l'ordinaire , & détermine à couler plus abondamment dans certains canaux. Cette explication semble n'approfondir pas beaucoup la matiere , mais quand il s'agit des mouvements convulsifs des Animaux , qui nous devroient être plus connus , l'approfondit-on davantage ? Quoique nous ne sçachions pas dans un certain détail & avec une certaine exactitude quelle est la mécanique des convulsions d'un Animal , c'est pourtant une sorte de connoissance que de sçavoir que les mouvemens de la Sensitive peuvent dépendre de la même mécanique que ces convulsions.

## SUR LES PLANTES

DE LA MER.

**V**Oici enfin la dernière partie de ce que M. le Comte Marfigli envoya à l'Academie sur l'Histoire de la Mer. L'étude de la Botanique terrestre , quoique si pénible & si fatigante , ainsi que nous l'avons représentée dans l'Eloge de M. Tournefort \* , ne l'est pas encore tant que celle de la Botanique marine. Il faut aller à la Mer avec des Pescheurs , car autrement tout ce qu'ils ne cherchent pas , & qui seroit quelquefois les délices d'un Bo-

\* V. l'Hist. de  
1708. pag.  
143. & suiv.

taniste, ils le rejettent aussi-tôt par une vieille habitude; quelque ordre qu'on leur eût donné au contraire. Ce qui est encore plus désagréable, c'est qu'on ne peut rien attendre que du hazard, on ne voit point où sont les Plantes, le filer les prend où il peut, & comme il peut.

Cependant malgré ces difficultés, M. le Comte Marfigli a commencé une Botanique marine fort considérable, toute composée de Plantes qu'il a tirées lui-même. Il les divise en trois Classes, les molles, celles qui sont presque de bois, & les pierreuses. Cette division n'est guere differente de celle que feu M. de Tournefort avoit donnée dans les Memoires de 1700 \*, quoique M. Marfigli ait déclaré qu'il ne prétendoit pas suivre un ordre rigoureux de Botanique.

\* p. 28.

Les molles sont les Algues, les Fucus, les Eponges, les Mousses de mer, &c.

Les Plantes presque de bois sont les Lithophiton, ainsi nommés par les Anciens, parcequ'ils les ont crus des Plantes pierreuses. Toute la composition de la Plante consiste en deux parties, l'écorce & la substance. L'écorce au sortir de la mer est molle, & en se sechant elle devient dure comme de la Craye, & se froisse aisément entre les doigts; c'est-là apparemment ce qui a trompé les Anciens. La substance tient plus de la Corne que du Bois, si on la brûle, elle se met en une écume toute pareille à celle de la Corne, ou des Plumes, & qui a la même puanteur. Les rameaux des Lithophiton se plient comme de la Baleine, & font la même résistance au Couteau.

Les Plantes Pierreuses & qui meritoient seules le nom de Lithophiton qu'elles n'ont pourtant pas, sont les Coraux, & les Madrepores. M. Marfigli ne parle point de quelques autres, comme les Champignons pierreux, parceque la Mer de Provence ne lui en a pas fourni. Le Corail est assez connu par sa figure extérieure, la Madrepore en differe en ce qu'elle n'a point d'écorce, qu'elle est ordinairement blanche, & percée de trous sensibles.



M. Marfigli n'ayant point de Livres, lorsqu'il fit ses observations, ne pût aller chercher dans les Auteurs si les Plantes qu'il tiroit de la Mer avoient été décrites, quels noms on leur donnoit, & à quels genres elles se rapportoient, car on sçait combien la domination & l'établissement du genre sont importants en Botanique. Il fut donc obligé ou de les nommer comme les Pêcheurs, ou de les nommer quelquefois un peu au hazard, ou de les laisser sans nom, & il se remit aux Botanistes de l'Académie du soin de chercher les noms véritables, & de reconnoître les caractères génériques.

M. Marchant qui se chargea de ce travail ne pût y réussir comme il eût désiré, car outre la difficulté de rapporter à certains genres des Plantes où ne se trouvent point les principales parties qui caractérisent les autres, comme les racines, les fleurs, les fruits, il n'avoit que les descriptions de M. le Comte Marfigli, & non pas les Plantes mêmes, qui à peine auroient suffi après avoir été long-tems hors de la mer, parceque souvent elles changent beaucoup. Cependant il fit ce qu'il étoit possible de faire: il rangea plusieurs Plantes de M. Marfigli sous leurs genres, & reconnut les noms qui leur avoient été déjà donnés par les Auteurs. Nous ne nous arrêterons point à cette recherche, & nous tâcherons de tirer seulement de l'ouvrage de M. Marfigli ce qu'il y a de plus philosophique.

Les Algues sont les seules Plantes de la mer qui aient des racines; aussi viennent-elles dans des fonds fangeux comme des Plantes terrestres. Toutes les autres sans exception viennent sur des corps durs, tels que les Rochers, des Coquilles, des morceaux de fer, des conglutinations de terre, du bois, & même d'autres Plantes, &c. elles s'y attachent étroitement par leur pied. Ni ce pied n'a des fibres propres à tirer de l'aliment, ni la plupart des corps qui le portent ne peuvent être soupçonnés de lui en fournir.

M. Marfigli croit que toutes ces Plantes sans racines

sont racines dans toute leur substance, c'est-à dire qu'elles tirent l'aliment de tous côtés par une infinité de pores, & souvent de trous fort visibles dont elles sont pleines. Cette maniere de vegeter leur convient, puisqu'elles sont de toutes parts environnées de l'eau de la mer, qui leur porte leur nourriture, au lieu que les Plantes terrestres qui reçoivent la leur de la terre, & n'ont qu'une partie qui en soit embrassée, ont besoin que cette partie ait une disposition & des organes particuliers. Aussi toutes les Plantes marines, autant que M. le Comte Marfigli a pû reconnoître leur structure, & avec les yeux, & avec le Microscope, ne sont que des amas de glandules, ou de petits tuyaux, qui filtrent l'eau de la mer, & en séparent les suc qui leur sont nécessaires. Communément ce sont des suc glutineux & laiteux.

Si une partie d'une Plante molle, ou d'un Lithophiton est dans de l'eau de mer, elle se conserve fraîche, tandis que l'autre partie qui est dehors se dessèche. Il arrive le contraire aux Plantes terrestres qui se conservent fraîches en leur entier, pourvû qu'elles ayent une seule partie qui trempe dans l'eau. Cela prouve que la communication qui est entre les parties des Plantes terrestres, n'est pas entre celles des Plantes marines, & que les parties de celles-ci se nourrissent indépendamment les unes des autres, & par une certaine *apposition* de matiere qui se fait à chacune en particulier.

Après cette idée générale des Plantes de la Mer, nous rassemblerons leurs plus remarquables particularités, observées par M. Marfigli.

Il y a un Fucus dont le pied a trois lignes de diametre, lorsque la Plante est fraîche, & qui devient mince comme un fil, quand il a perdu l'eau qu'il contenoit.

Il y en a un autre qui serpente sur la roche si irregulièrement que l'on ne peut distinguer son veritable pied.

L'Orange de mer qui est une espece de Fucus porte ce nom à cause de sa figure ronde. Elle n'a ni tige ni rameaux, & enfin ce n'est qu'une Orange, qui peut avoir 4 pouces

4 pouces $\frac{1}{2}$  de diametre , & dont la substance n'a que 1 ligne $\frac{1}{2}$ . Tout le reste n'est qu'une grande concavité soutenue par une infinité de filamens qui la traversent, & remplie d'eau de la mer qui a été filtrée par les glandules de la substance.

On trouve une Plante, qui n'est qu'une Ecorce, attachée pour l'ordinaire à des Lithophiton qui ont perdu leur écorce naturelle, ou en tout ou en partie. Elle ne couvre jamais que la partie dépoüillée. Quelquefois aussi elle va revêtir des pierres. Etant fraîche elle est épaisse comme le dos d'un Couteau, elle est de substance de Champignon, & d'un rouge fort vif. Sa surface extérieure est toute hérissée d'un grand nombre d'enflures, pleines d'un suc gluant. Autour de ces enflures, on voit quantité de boutons ou Tubules de couleur aurore, qui sur un beau fonds rouge font un effet très-agreable. La surface intérieure est toute unie, & s'accommode à la forme du corps sur lequel elle s'étend. Cette Plante est d'une nature beaucoup plus singulière que les Plantes terrestres qui ne vivent que sur d'autres Plantes.

Plusieurs especes d'Eponges lorsqu'elles sortent de la mer ont dans de certains petits trous un mouvement de Sístole & de Diástole, qui dure jusqu'à ce que l'eau qu'elles renferment soit entièrement consumée.

Quelques Plantes de la classe des molles, étant seches, se froissent aussi aisément entre les doigts que les écorces des Lithophiton.

Il y a un Lithophiton qui porte un si grand nombre de rameaux capillaires, qu'ils semblent composer une espece de feüillages. Cependant comme tous ces rameaux sont parfaitement de la même substance que le tronc, il est vrai sans exception que tous les Lithophiton n'ont point de feüilles.

Une espece de Lithophiton est sans écorce. Sa superficie est enduite d'une glu semblable à un vernis, & qui est en plus grande abondance au pied. La plante est toute pleine d'Epines, elles paroissent mieux aux sommet

des rameaux, où le vernis est en moindre quantité. On y voit aussi, au sortir de l'eau, certains petits globules d'une matiere glutineuse, qui lorsqu'on remet la plante dans un vase plein d'eau de mer, s'étendent autour des rameaux, en faisant une simetrie agreable.

Le Corail croît ordinairement dans des Grottes dont la voûte concave est à peu près parallele à la superficie de la Terre. Il faut que la mer y soit tranquille comme un Etang. Les Pescheurs assurent, & M. Marfigli le croit jusqu'à present par ses expériences, que le Corail ne vient jamais dans des Grottes ouvertes au Septentrion, elles doivent l'être au Midi, & tout au moins au Levant ou au Couchant. Il vient mieux & plus promptement à une moindre profondeur qu'à une plus grande. Il vegete à contre-sens des Plantes terrestres, & même des Plantes marines molles, & des Lithophiton, il est attaché par le pied au haut de la Grotte, & ses branches sont en embas.

Il est également dur, & également rouge dans l'eau & hors de l'eau. Seulement son écorce prend en se sechant une couleur un peu plus livide, & les extremités de ses branches sont plus molles au sortir de l'eau que le reste de la plante, parcequ'elles sont pleines d'un suc qui n'est pas encore consolidé. Ces extremités en se sechant à l'air deviennent friables.

Le pied par où le Corail s'attache à un corps solide en prend exactement la figure, & l'embrasse en forme de plaque jusqu'à une certaine étendue, ce qui prouve bien que la substance du Corail a été fluide dans sa premiere formation. Et ce qui le prouve encore mieux, c'est que quelquefois cette même substance va tapisser le dedans d'un Coquillage, où elle n'a pû entrer qu'en forme de liqueur.

L'écorce s'étend également par tout, elle est moins compacte & moins dure que la substance propre qui est pierreuse; on la détache aisément, lorsque la Plante est fraîche. Elle est remplie & toute traversée de petits

tuyaux ronds , qui ont tous à leur sommet un trou qu'on ne peut guere apercevoir sans Microscope. Ils sont pleins d'un suc glutineux , qui dans la plante fraîche est de couleur de lait , & ensuite se condense , & prend une couleur de safran tirant sur le rouge. La surface interieure de l'écorce est toute chagrinée par l'amas d'une infinité de glandules.

- La superficie du Corail dépouillé de son écorce est toute sillonnée de canaux qui s'étendent depuis la plaque jusqu'aux extremités des branches. Il y a dans la substance propre de la Plante quantité de Cellules pleines d'un suc tout semblable à celui des Tubules de l'écorce , mais ces cellules ne sont visibles , & peut-être n'existent que dans la circonference extérieure de la substance propre , tout le dedans paroît parfaitement solide & pierreux. Les cellules sont aussi plus grandes & en plus grand nombre vers les extremités des branches , que vers le pied.

Tout cela ensemble paroît prouver suffisamment que toute la structure organique du Corail par rapport à la vegetation consiste dans son écorce , & dans la superficie de la substance coralline , que l'écorce filtre par ses tubules un suc qui se répand entre elle & cette substance , en remplir les cellules , & coule le long des canaux jusqu'aux extremités des branches , & que ce suc s'étant petrifié tant dans les cellules qui environnent la substance coralline , que dans celles des extremités des branches dont la substance n'est pas encore formée , fait croître la Plante tant en grosseur qu'en hauteur. Nous sommes obligés de nous en tenir à cette explication , quoique très-superficielle & très-imparfaite en comparaison de celle où M. le Comte Marfigli est entré avec plaisir sur une vegetation si singuliere , qu'il a développée le premier.

Le Corail est rongé par des Vers , dont M. Marfigli a donné la figure , & qu'il fera connoître encore mieux dans son Traité des Animaux de la Mer.

Les Madrepores viennent affés souvent dans les mêmes lieux que le Corail.

Elles changent la plûpart de couleur hors de la mer.

Elles sont communément peu pesantes, & faciles à froisser. Quelques-unes sont fragiles comme du verre, & d'autres le sont encore plus, de sorte qu'on ne peut presque y toucher.

Voilà ce qui regarde les particularités les plus curieuses des Plantes marines des trois Classés, mais nous n'avons point encore touché à leur multiplication, partie essentielle, & très-obscur de cette Botanique. Pour voir les fleurs ou les fruits ou les graines d'une plante marine, il faut être doublement favorisé par le hazard, la tirer de la mer par le filet qui ne choisit rien, & la tirer justement dans le tems qu'elle est en fleur ou en graine. Et quoique l'on ait toujourns les Plantes terrestres sous ses yeux & en sa disposition, il y en a encore, comme les Champignons & les Truffes, qui nous cachent depuis un fort long-tems la maniere dont elles se multiplient.

Cependant comme l'assiduité de l'observation force enfin le hazard à être favorable, M. le Comte Marfigli fit en 1707. une découverte qui sera à jamais celebre dans la Botanique Marine. C'est celle des fleurs du Corail. Elles sont blanches, ayant chacune leur pedicule, & huit feuilles, le tout ensemble de la grandeur & de la figure d'un clou de Girofle. Elles sont en très-grand nombre sur toute la Plante. Elles sortent de tous les Tubules de l'Ecorce, & y rentrent dans l'instant qu'on retire la Plante de l'eau. Si on l'y remet, elle réfleurit toute entiere en moins d'une heure, & quelquefois elle se conserve pendant 12 jours en état de faire alternativement ce manège autant que l'on veut, après quoi les fleurs prennent la forme d'une petite boule jaune, & tombent au fond de l'eau. La description de ces phenomenes a été faite plus en détail dans le Supplément du Journal des Sçavans de 1707. On a crû long-tems que le Corail n'étoit qu'une pierre, & qu'aujoit-on dit de voir cette pierre

toute couverte de fleurs ? Pour nous-mêmes, qui sçavons que c'est une Plante , ces fleurs-là ne laissent pas d'être quelque chose de fort surprenant. Le Corail en eût bien plutôt dû manquer qu'un grand nombre de Plantes terrestres.

Selon l'analogie des autres Plantes , il sembleroit que les petites boules tombées au fond de l'eau devoient contenir la semence du Corail. Cependant M. Marfigli en les ouvrant n'y trouva , ni graine , ni rien qui en approchât , mais seulement un suc gluant semblable à celui de l'Ecorce. D'ailleurs puisque le Corail est attaché au haut d'une Grotte où il vegere de haut en bas , & que les boules tombent par leur poids au fond de l'eau , il seroit difficile qu'elles reportassent les graines en haut si elles les contenoient , à moins cependant qu'elles ne vinssent à diminuer de pesanteur , ou qu'elles ne s'ouvrisse , & ne laissassent remonter les graines plus legeres qu'elles. Mais il vaut mieux ne point deviner , & attendre du tems qu'il éclaircisse le mystere de la semence du Corail , qui ne fera pas plus étonnant que celui des fleurs.

M. Marfigli a trouvé que les petits globules du Lithophiton épineux & sans écorce dont nous avons parlé , s'allongeoient , pouffoient deux filaments à leur sommet , & enfin devenoient des especes de fleurs , lorsqu'on tenoit la Plante dans de l'eau de mer , reprenoient leur premiere forme quand on l'en retiroit , & redevenoient fleurs si on l'y remettoit , parfaitement semblables à cet égard aux fleurs du Corail. Cela peut durer deux jours. Ces fleurs , non plus que celles du Corail , ne renferment aucune semence solide.

La Classe des Plantes molles a un peu mieux satisfait la curiosité de M. le Comte Marfigli. Il en a trouvé une sans feuilles , qui avoit de très-belles fleurs à six feuilles blanches , avec six filaments blancs , & d'assés gros fruits ronds , qui renfermoient chacun six petits grains de semence jaunes , & d'un goût fort piquant. Il a vu une au-

tre Plante qui avoit des gouffes vuides , & dont apparemment la graine étoit sortie. D'un autre côté , il lui est venu des fruits détachés de leurs Plantes , un fruit en forme de Figue , où sont renfermées des graines , & une espece de petite Olive qu'on dit être le fruit de l'Algue , & qui a un noyau solide. Il a eu aussi quelques Plantes molles , & particulièrement cette *Plante-écorce* dont on a parlé , qui ne lui ont point montré de graine , mais en recompense des fleurs qu'il a vû disparoître & reparoître dans les mêmes circonstances que celles du Corail , & du Lithophiton épineux.

Ainsi on connoît des fleurs à toutes les trois Classes , & des semences à celle des Plantes molles ; commencemens déjà très-considerables d'une Botanique marine , que l'on doit à M. le Comte Marigli , à qui apparemment on devra encore de plus grands progrès de cette partie si inconnue de la Physique.

---

## DIVERSES OBSERVATIONS

### BOTANIQUE S.

#### I.

**A**près le grand & cruel Hiver de 1709 , plusieurs Laboureurs semerent du Bled en Avril à la place de celui qui étoit mort. Comme ils virent qu'il ne produisoit point d'Epics , la plupart d'entre eux en couperent la fane & l'herbe vers la S. Jean , & retournerent leurs terres ; quelques-uns après avoir coupé l'herbe du Bled laissèrent quelque petite partie de leur terre sans la retourner , & d'autres ne toucherent point du tout à une partie de leur Bled.

Le Bled dont on avoit coupé l'herbe , & dont la terre n'avoit point été retournée , poussa en 1710 , & fut de 10 ou 12 jours plus avancé que les autres Bleds de 1710 se-



més vers la S. Martin 1709. Il fut moins fort , & porta moins de grain , mais un grain plus gros , & meilleur pour les Boulangers.

Le Bled auquel on n'avoit point touché fut fort beau en 1710 , & même quelquefois plus beau que celui qui avoit été semé en Automne 1709. L'un & l'autre de ces deux cas a été verifié en differens lieux.

On voit par-là que du moins en ces païs-ci il faut que le Bled passe un Hiver en terre.

## II.

A cette occasion, M. Homberg a dit que si on étête des Plantes *annuelles* avant qu'elles portent leur graine, elles la portent l'année suivante , & que c'est un moyen sûr de les rendre *vivaces*.

## III.

M. Carré écrivit d'une Campagne, où il étoit qu'il y avoit vû du Bled , qu'on appelle *Bled de-Mars* , parcequ'on ne le seme qu'en ce mois-là , & dont par cette raison les Labou-reurs devroient avoir provision en cas d'un malheur comme celui de l'Hiver de 1709. Il faut être connoisseur pour le distinguer d'avec le Froment. L'Epi a des barbes , & est assés court. Il est néanmoins fort different d'un autre Bled, qu'on nomme *Bled barbu*. Il résiste mieux que le Froment à l'effort des vents , comme M. Carré attestoit l'avoir vû lui-même. Il fait d'aussi bon pain que le Froment. Cette espece est dispensée de passer un Hiver en terre.

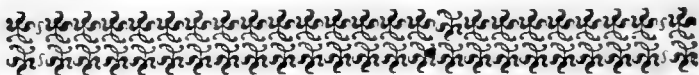
## IV.

M. Jaugeon a dit qu'il a vû deux pieds d'Arbre assés éloignés l'un de l'autre par le bas , qui se sont ensuite unis en un seul tronc , jusqu'à n'avoir qu'une écorce commune.

**M**onsieur Chomel a donné la Description du *Tribuloïdes vulgare aquis innaſcens. Inst. rei Herb. 655.*

M. Marchant celles de la Filipendule , du *Flos Solis Indicus Trachelii folio radice repente* , & du *Narcissus silvestris multiplex calice carens.*

UNE maladie de M. Reneaume l'ayant empêché d'imprimer un Memoire sur la Noix de Galle, nouveau Febrifuge qu'il a trouvé, nous renvoyons entierement cette matiere à l'année prochaine



# ARITHMETIQUE.

## SUR LES QUARRES

### MAGIQUES.

V. les M.  
p. 92.  
\* V. l'Hist.  
de 1705. p. 69.  
& suiv.

NOUS avons déjà fait une petite histoire des Quarres Magiques\*. Nous la supposons ici, & tout ce que nous avons expliqué en même tems sur ce sujet. Ils ont suivi la destinée de toutes les autres productions de l'Esprit humain. Leurs commencemens ont été foibles, & ils ont toujours reçu de nouveaux accroissemens de la main des derniers Mathématiciens qui y ont travaillé. Jusqu'ici M. de la Hire étoit le dernier de tous, maintenant c'est M. Sauveur, & même il y a lieu de croire qu'il le fera toujours, ou du moins long-tems, car il paroît avoir épuisé pour la plus grande partie une matiere, qui d'ailleurs n'intéresse pas beaucoup, & ce qui pourroit encore rester à découvrir coûteroit plus qu'il ne vaut.

Le principal artifice, celui qui influë sur toute la Magie, & en contient tous les fondemens, consiste à résoudre, comme nous l'avons dit, le Quarré qu'on veut construire en deux Quarrés primitifs. La premiere idée de cette décomposition est dûë à M. Poignard. Il est clair que si l'on veut remplir magiquement les 49 Cellules, par exemple, du Quarré de 7, il sera sans comparaison plus

plus facile de les remplir d'abord des 7 nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, de maniere qu'aucun ne soit repeté dans une même bande, & ensuite de 7 autres, 0, 7, 14, 21, 28, 35, 42 avec la même condition, que s'il avoit fallu embrasser à la fois tous ces 49 nombres, & les arranger magiquement. Non-seulement le travail de l'opération est fort diminué par cette méthode, mais on voit beaucoup plus clair à ce qu'on fait, & les démonstrations sautent aux yeux. Aussi M. de la Hire & M. Sauveur ont-ils fait regner cette pratique dans toutes leurs différentes constructions. M. Sauveur appelle les petits nombres 1, 2 &c. 2<sup>ds</sup> nombres, & les grands 0, 7 &c. 1<sup>ers</sup> nombres. Chaque cellule est remplie d'un 1<sup>er</sup> nombre ajouté à un 2<sup>d</sup>.

Il faut pour le Quarré magique de 7, 1<sup>o</sup>. que chacune des 49 cellules contienne un nombre de la progression depuis 1 jusqu'à 49 different de ceux que contiennent toutes les autres; 2<sup>o</sup>. que toutes les bandes horizontales, verticales, & diagonales de cellules fassent la même somme.

On satisfait à la premiere condition en ajoutant successivement chacun des 1<sup>ers</sup> nombres à chacun des 2<sup>ds</sup>, & en mettant chaque somme dans une cellule differente. Par-là on a chaque nombre depuis 1 jusqu'à 49 logé à part. Mais il faut bien remarquer pourquoi par ce moyen on a ces 49 differens nombres. Ce n'est pas, comme on le pourroit croire d'abord, parceque les 7 2<sup>ds</sup> nombres sont en progression arithmetique, ni parceque les 7 1<sup>ers</sup> y sont aussi, & de plus parceque ces 1<sup>ers</sup> sont multiples de 7, & ont 7 pour leur difference; c'est précisément parceque 7 difference des 1<sup>ers</sup> nombres est égale, ou plus précisément encore n'est pas plus petite que 7 le plus grand des 2<sup>ds</sup> nombres, car elle peut être plus grande autant que l'on voudra. Et il n'est pas besoin non plus que la difference des 1<sup>ers</sup> nombres soit toujours la même, ils peuvent avoir des differences inégales, pourvu seulement que la plus petite de ces differences ne soit pas plus petite que le plus grand des 2<sup>ds</sup> nombres. Ainsi en pre-

nant d'un côté pour 2<sup>ds</sup> nombres, 1, 3, 4, 7, 8, 12, 13, & de l'autre pour 1<sup>ers</sup>, 5, 18, 32, 52, 77, 104, 119, ou 5, 19, 33, 53, 78, 105, 120, ou une infinité d'autres, on aura par l'addition des 1<sup>ers</sup> & 2<sup>ds</sup> nombres 49 nombres differens.

On satisfait à la seconde condition du Quarré magique par rapport aux bandes horizontales & verticales, lorsqu'on fait enforte que chacune de ces bandes contienne tous les 7 nombres tant 1<sup>ers</sup> qu'à 2<sup>ds</sup>, car de là s'ensuit necessairement l'égalité perpetuelle de leurs sommes, & il n'est nullement besoin que les uns ni les autres de ces nombres soient en progression arithmetique, il suffit qu'ils soient les mêmes dans toutes les bandes. On satisfait de la même maniere à l'égalité des deux bandes Diagonales, mais comme il peut arriver que plusieurs nombres y soient repetés, il faut alors que la somme de ceux qui sont repetés soit égale à la somme de ceux dont ils occupent la place. Que s'il n'y a qu'un seul nombre dans une Diagonale, il est nécessaire que ce soit un nombre moyen qui multiplié par le nombre des termes fasse un produit égal à la somme de tous les termes, car ce nombre repeté dans toute une Diagonale fera une somme égale à celle de toutes les autres cellules, puisqu'il ne sera repeté qu'autant qu'il y aura de cellules dans toutes les autres bandes, ici, par exemple, 7 fois. Cette propriété du nombre moyen, qui se trouve dans tout moyen arithmetique, semble exiger que les nombres tant 1<sup>ers</sup> qu'à 2<sup>ds</sup> soient en progression arithmetique; cependant elle ne l'exige point. Par exemple, 1, 4, 6, 7, 12, ne sont ni en progression ni en proportion arithmetique, & 6 multiplié par le nombre des termes qui est 5, ne laisse pas d'être égal à la somme de tous les termes qui est 30. On est donc dispensé d'avoir des nombres 1<sup>ers</sup> ni 2<sup>ds</sup> en proportion arithmetique, il suffit que le nombre moyen ait la propriété que nous avons dite. Il n'est pas même nécessaire qu'il soit exactement moyen, c'est-à-dire placé précisément au milieu des autres, car ce n'est pas-là ce qui le rend propre à être repeté dans toute

une Diagonale ; ainsi dans ces nombres 1, 4, 6, 7, 17, 7 qui n'est pas au milieu a cependant la propriété essentielle dont il s'agit. Cette même propriété peut s'exprimer plus commodément & pour la Theorie & pour le calcul. Les différences de 7 aux nombres inferieurs 1, 4, 6, sont 6, 3, 1, on les appelle *negatives*. Sa difference au seul nombre superieur 17 est 10, & on l'appelle *positive*. La somme des différences negatives du nombre moyen doit être égale à celle des positives, & ici elle est égale à la seule positive, parcequ'elle est seule.

De tout cela il suit qu'au lieu qu'on ne prenoit pour la construction des Quarrés magiques que des nombres en progression arithmetique, & même naturelle, le choix est beaucoup plus libre qu'on ne pensoit. C'est cette liberté reconnue par M. Sauveur dans toute son étendue, & avec les seules restrictions absolument necessaires, qui lui a fait naître la pensée de construire les Quarrés magiques par lettres, c'est-à-dire d'une maniere beaucoup plus générale que l'on n'a jamais fait, & aussi générale qu'il soit possible, car dès que des nombres ont quelque chose de général & d'indéterminé, les lettres sont propres à exprimer toute leur généralité & leur indétermination.

Il a donc des 1<sup>eres</sup> & 2<sup>des</sup> lettres qui representent les 1<sup>ers</sup> & les 2<sup>ds</sup> nombres. Il est indispensable que la plus petite difference des 1<sup>eres</sup> lettres soit du moins égale à la plus grande des 2<sup>des</sup> lettres, & de plus que tant dans les 1<sup>eres</sup> lettres que dans les 2<sup>des</sup> il y en ait une moyenne telle que la somme de ses différences negatives soit égale à celle des positives. Après cela, il construit un Quarré qui est le modele & le Type d'une infinité de Quarrés, parcequ'on n'a qu'à substituer aux lettres tels nombres que l'on veut dans les deux conditions prescrites.

Cette construction des Quarrés par lettres demande toujours les Regles communes, necessaires pour rendre égales les sommes de toutes les bandes, mais ces Regles qui n'étoient le plus souvent que particulieres, M. Sau-

veur les rend générales par une plus grande facilité d'apercevoir le général dans des lettres. Differentes Regles qui vont au même effet produisent différentes Méthodes pour une même construction , ou plutôt différentes especes de constructions pour une même espece de Quarré. J'appelle *especes* de Quarrés , les Quarrés pairs ou impairs par opposition les uns aux autres. Il seroit à souhaiter qu'on pût démontrer que pour une espece de Quarré, il n'y a qu'un certain nombre de Méthodes, ou d'especes de construction.

Tout ce qui a été dit jusqu'ici regarde principalement les Quarrés impairs. Pour les pairs , qui ont toujours été traités à part , à cause qu'ils sont beaucoup plus difficiles, & qui par cette même raison n'ont presque été qu'effleurés, M. Sauveur ne les peut construire qu'en ajoutant à ses lettres tant 1<sup>eres</sup> que 2<sup>des</sup> la condition qu'elles soient *analogues*, c'est-à-dire qu'étant prises deux à deux leurs sommes soient toujours égales. Ainsi dans 1, 5, 6, 10, 11, 15, 1, & 15, 5 & 11, &c. sont analogues. Ces nombres ou lettres sont donc moins en proportion arithmetique.

La méthode des Analogues a cela d'heureux qu'elle comprend aussi les Quarrés impairs. Il ne faut que joindre aux 1<sup>eres</sup> & 2<sup>des</sup> lettres analogues destinées à un quarré pair, une 1<sup>ere</sup> & 2<sup>de</sup> lettre moyenne, avec la condition que sa nature de lettre moyenne demande. Jusqu'ici on n'avoit point réduit les deux especes de Quarrés sous une méthode commune.

Par la construction par *analogie*, on voit d'abord que si l'on a mis dans une cellule une lettre quelconque, il faut mettre dans une autre cellule de la même bande son analogue, & toujours ainsi de suite. Si le quarré est impair, on peut mettre dans les deux Diagonales au lieu des deux lettres analogues deux lettres moyennes, qui feront toujours la même somme. Dans ces Quarrés, les Diagonales ne doivent jamais avoir des lettres moyennes qu'en nombre impair, afin que les cellules restantes qui

feront en nombre pair puissent être remplies par des analogues qui ne vont que deux à deux.

Chaque lettre devant être autant de fois répétée qu'il y a de cellules dans une bande, il s'ensuit qu'une lettre avec son analogue peut remplir deux bandes entières parallèles, & alors le Quarré est par bandes *continües* ; il est par bandes *interrompües*, si la même lettre avec son analogue est répandüe dans plus de deux bandes parallèles. Les bandes continües peuvent de plus être *correspondantes*, c'est-à-dire également éloignées des extremités du Quarré, ou non correspondantes, ou enfin mixtes. M. Sauveur a épuisé toutes ces différentes constructions même dans les Quarrés qu'il appelle *impairement pairs*, c'est-à-dire dont la racine comme 6 ou 10 à deux moitiés impaires. On n'en avoit donné jusqu'à present que des cas particuliers.

Si dans une bande quelconque il y a des lettres sans leurs analogues, M. Sauveur met à la place de ces analogues qui manquent, des *reciproques* qui font la même somme.

Si dans un Quarré impair la somme des 1<sup>eres</sup> lettres est plus grande ou plus petite que le produit de la moyenne par le nombre des termes, ce qui est encore la disposition ordinaire, il faut que la somme des 2<sup>des</sup> lettres soit de la même quantité plus grande ou plus petite que ce même produit de sa moyenne, & c'est-là ce que M. Sauveur appelle *Quarrés par excedants & par défailants*.

Il paroît que ces 3 Méthodes, *par analogie*, *par réciprocation*, *par excedants & défailants*, comprennent tout ce qu'on peut jamais observer pour entretenir l'égalité perpétuelle des sommes.

On peut juger que les *Enceintes*, dont nous avons parlé dans l'Hist. de 1705, n'échappent pas à une Théorie si générale. M. Sauveur y ajoute même les *Chassis* & les *Croix*, que l'on ne connoissoit point encore. Les Quarrés géométriques entreront aussi dans cette même Théorie. Il n'y a d'autre changement à faire dans les opérations que

celui que la difference de l'arithmetique au géometrique emporte necessairement.

Il reste en cette matiere une curiosité ; c'est de sçavoir en combien de façons peut varier un Quarré magique. Quand on en a fait un en 1<sup>eres</sup> & 2<sup>des</sup> lettres , & qu'on a fait choix de certains nombres qu'on leur substitué , il est indifferant à quelle lettre on substitué un certain nombre , si ce n'est qu'il n'y ait quelque assujettissement indispensable , comme dans un Quarré impair de substituer le nombre moyen à la lettre moyenne. On trouve aisément par les regles des combinaisons combien il y a de substitutions libres , & ce sont autant de variations dont est susceptible un Quarré magique composé des mêmes nombres. M. Sauveur appelle cela *variation de nombres*. De plus un même Quarré peut être construit par différentes méthodes , dont chacune a une certaine quantité de variations de nombres. La somme de toutes les *variations de nombres de toutes les méthodes* est le nombre de toutes les variations que peut recevoir un Quarré magique déterminé , pourvû cependant qu'il n'y ait pas certaines constructions d'une méthode qui retombent dans celles d'une autre , ce qu'on ne peut pastrop garantir.

A cela près , il seroit à souhaiter qu'on eût des formules générales & algebriques pour les variations des Quarrés , & on en auroit 1°. si dans chaque Quarré d'une racine differente on pouvoit exprimer le rapport des variations de nombres à la racine ; 2°. si on étoit sûr d'avoir toutes les méthodes possibles pour la construction. Mais ni on ne peut dans chaque méthode exprimer toujours le rapport des variations de nombres à la racine , ni on n'est absolument sûr d'avoir toutes les méthodes. On voit bien qu'il seroit très difficile d'en imaginer d'autres que celles de M. Sauveur , & que cette difficulté approche fort de l'impossibilité , mais enfin ce n'est pas-là une certitude de démonstration.

Cependant M. Sauveur a fait sur cela ce qui se pou-



voit faire, & a donné les formules algebriques qui pouvoient être déterminées. On voit par-là, du moins en général, que toutes les variations possibles des Quarrés un peu grands comme du Quarré de 7, doivent monter à des nombres prodigieux, & que celui de  $406425600$  constructions que nous avons marqué pour ce Quarré dans l'Hist. de 1705, est bien éloigné d'être exagéré.

Une utilité nouvelle des lettres de M. Sauveur, & même agreable, c'est qu'un Quarré en nombres étant donné tout construit, il n'y a qu'à changer ces nombres en lettres 1<sup>eres</sup> & 2<sup>des</sup> selon les principes qui ont été établis, & alors on voit par la disposition & l'arrangement des lettres quelle méthode a été employée dans la construction de ce Quarré. L'artifice qui se cachoit dans les nombres, se découvre necessairement par les lettres, qui contiennent tout le fin & tout le mystere. On le démêle plus facilement, quand les nombres dont on a formé le Quarré sont en progression arithmetique. Ils laissent des traces plus visibles, & il est aisé d'en apercevoir la raison. Ce sont eux aussi qu'il est le plus naturel d'employer, & les seuls qu'on ait employé jusqu'ici. Par-là M. Sauveur a eu le plaisir de découvrir à laquelle de ses méthodes se rapportoient les Quarrés construits par les Auteurs qui l'ont précédé.

Enfin à tout cela il ajoute les *Cubes magiques*, espece d'enchantement toute nouvelle. 27 est un Cube, qui peut être conçu comme composé de 27 petites cellules cubiques, dont chacune a 3 pour racine, & on peut concevoir que chacune de ces cellules porte ou renferme un nombre different de ceux de toutes les autres. Si les nombres de toutes les bandes de cellules soit horizontales soit verticales, & de plus des 6 bandes de cellules qui sont dans les 6 Diagonales du Cube, sont toujours une même somme, ou un même produit, le Cube sera magique, soit arithmetique, soit géometrique.

Il faut trois lettres ou nombres pour un Cube, au lieu qu'il n'en falloit que deux pour un Quarré. Mais nous

ne pousserons pas plus loin cette speculation , que M. Sauvreur ne regarde lui-même que comme une simple recreation mathématique. C'est dommage qu'il n'y ait que trois dimensions dans la nature , on voudroit aussi disposer toutes les autres magiquement.



# ALGEBRE.

## SUR LA CONSTRUCTION

### DES EGALITES.

**L**A Regle de M. Descartes pour la construction des Egalités ou Equations déterminées a été expliquée dans les Hist. de 1705 \* & de 1707 \*, & les objections de M. Rolle contre cette Regle dans les Hist. de 1708 \* & de 1709 \*. Elles ont réveillé les idées de M. de la Hire sur cette matiere qu'il avoit traitée dans un petit Livre imprimé en 1678 , où il suivoit les idées de M. Descartes , & de M. Sluze , qui avoit bâti sur celles de Descartes. Il n'a pû se rendre aux objections de M. Rolle , ni se persuader qu'il y eût des erreurs dans des opérations qu'il croit fondées sur des démonstrations géométriques. Mais il est entré dans un examen plus ample , qui lui a valu quantité de vûes , nouvelles non-seulement par rapport à celles qu'il avoit déjà données au Public , mais encore par rapport à tout ce que l'on sçavoit jusqu'ici sur ce sujet.

V. les M. p. 7.  
\* p. 110. &  
suiv.  
\* p. 73. &  
suiv.  
\* pag. 71.  
& suiv.  
\* p. 52. &  
suiv.

1°. M. de la Hire prétend que ce qu'on appelle la Regle de Descartes n'est point proprement une Regle que ce grand Auteur ait proposée dans les formes. Ce sont plutôt quelques exemples de construction qui lui suffisoient alors , mais dont il est vrai qu'on peut tirer , & dont

dont on a tiré effectivement une bonne Regle. L'Inventeur n'a point touché aux difficultés qu'on pouvoit trouver dans l'application, & il y à beaucoup d'apparence qu'il a voulu se conserver une partie de son secret.

2°. Il a suffisamment insinué lui-même que dans ces Constructions le choix du premier Lieu n'étoit pas entièrement arbitraire, & cependant de fort habiles Géomètres semblent avoir crû depuis qu'il l'étoit. On est obligé d'accorder à M. Rolle qu'il ne l'est pas, & il aura toujours empêché le progrès de cette erreur dans la Géométrie, mais la véritable idée de Descartes ne laisse pas de demeurer en son entier.

3°. La regle telle qu'on la prend d'ordinaire peut jeter dans des inconveniens, dans des difficultés, dans des impossibilités même, mais tout cela n'est qu'apparent. Il faut sçavoir ne pas prendre pour un écueil ce qui n'en est pas un, ou si c'en est un, il faut sçavoir l'éviter avec adresse. Voilà surquoi roulent les principales découvertes de M. de la Hire, & nous allons donner ici les exemples les plus instructifs de ses nouveaux préceptes.

Il propose quelque cas où en opérant selon la Regle; on peut pour construire une équation déterminée, ou en trouver les Racines, se contenter d'une Courbe, & d'une ligne droite, qui ne se coupant qu'en deux points ne donneront que deux Racines de l'Equation déterminée, qui cependant en a quatre. La Courbe & la ligne droite ont été bien prises, il est certain même qu'elles doivent donner la construction; où est donc l'erreur? C'est qu'au lieu d'une simple ligne droite, il falloit prendre deux Hyperboles opposées devenues lignes droites.

Telle est la nature de l'Hyperbole, ou des Hyperboles opposées, que quand le *premier* Axe, c'est à dire, celui qui se termine aux deux sommets, est plus petit par rapport à son *conjugué* qu'on appelle le *second*, il s'ensuit que l'angle des Asymptotes entre elles en est plus grand, que celui qu'elles font avec le *second* Axe est plus petit, & qu'elles s'en approchent davantage, & que les Ordon-

nées de différentes Hyperboles correspondantes à des Abscisses égales, sont plus grandes ; de sorte que si le second Axe devient infini, le premier qui est déterminé étant toujours le même, les Asimptotes se confondent avec le second Axe, les Hyperboles dont les Ordonnées sont devenues infinies, ne sont plus que deux lignes droites infinies, parallèles aux Asimptotes & au second Axe, & rencontrées perpendiculairement par le premier, qui mesure leur distance. C'étoient ces deux droites qu'il falloit prendre au lieu d'une seule, elles coupent la Courbe en quatre points. Et ce qui marque la nécessité de les prendre, c'est que le Lieu à la ligne droite que l'on a est un Quarré inconnu égal à un Quarré connu. Or un Quarré à toujours deux Racines égales, affectées des deux Signes contraires.

Voici quelque chose de plus remarquable. M. Rolle avoit fait voir que quoique les Racines égales ne se doivent trouver selon la Regle de Descartes qu'aux points d'attouchement des Courbes, les trois racines égales d'une Equation construite par une Parabole, & par une Hyperbole se trouvoient à un point d'intersection. Certainement la difficulté étoit des plus considerables, tout paroissoit renversé. Mais M. de la Hire dissipe cette apparence de défautosité dans la Regle, en démontrant que dans le point où les deux Courbes se coupent, elles ont une Tangente commune. Or il est constant en Géometrie qu'un point d'attouchement en vaut deux d'intersection; ces deux supposés, & celui d'intersection véritable, c'en sont trois, & ces trois ne doivent donner, & ne donnent effectivement qu'une seule Ordonnée ou Racine, équivalente à trois égales.

Cependant cette réponse elle-même n'est pas sans de grandes difficultés. Car quoique M. de la Hire démontre que les deux Courbes ont une Tangente commune à leur intersection, il est bien sûr qu'elles ne se touchent pas, puisqu'au contraire elles se coupent, & pourquoi, de quel droit, suppose-t-on qu'un point qui n'est pas

d'attouchement vaut deux points ? Il n'en doit valoir qu'un , puisqu'il n'est que point d'interfection. Il faudroit pour en valoir trois qu'il fût en même temps point d'attouchement & d'interfection , ce qu'il n'est pas & ne peut être. Dailleurs comment est-il possible que deux Courbes ayent une Tangente commune sans se toucher , & qu'elles se coupent ayant une Tangente commune ? On voit toujours que quand deux Courbes se touchent , elles ont la même Tangente , & que si elles se coupent leurs Tangentes se coupent aussi , & par conséquent sont différentes , & cela paroît absolument nécessaire. Il reste donc beaucoup d'éclaircissemens à désirer , même dans une chose démontrée. Nous allons tâcher de les donner selon la Géometrie des Infiniment petits , qui seule peut aller à ces sortes de finesse.

Une Courbe quelconque étant conçûe comme un Polygone d'une infinité de côtés infiniment petits , chaque côté fait avec celui qui le précède ou le suit un angle obtus , non pas de 180. degrés , car alors les deux côtés seroient posés bout à bout en ligne droite , ce qui n'arrive que dans des points d'*Inflexion* , mais un angle infiniment peu différent de 180 , de sorte que son complément à 180. est un angle aigu infiniment petit. Les Anciens qui ont appelé *angle de contingence* celui qu'une Tangente de Cercle fait avec sa circonference , ont entendu par-là cet angle aigu , qu'ils ne connoissoient pourtant pas aussi distinctement qu'ils eussent fait par nôtre Géometrie moderne , & quand ils ont démontré qu'il ne pouvoit passer par le point d'attouchement aucune ligne droite entre la Tangente d'un Cercle , & la circonference , ils ont senti & reconnu l'infinie petitesse de l'angle de contingence , puisqu'ils le trouvoient indivisible. Cependant cet angle infiniment petit , & par conséquent indivisible en parties finies est divisible en parties du même genre de petitesse quelui , il peut être 2. fois , 3. fois , & à l'infini plus petit , & delà vient que ne pouvant être divisé par aucune ligne droite , il le peut être par

une infinité de circonferences toujours plus grandes , qui le rendront toujours plus petit. Un côté du poligone infini peut donc faire avec celui qui le précède un angle de contingence différent de celui qu'il fait avec le coté qui le suit , & même cela est ainsi dans toutes les Courbes , hormis dans le Cercle.

Il faut encore supposer deux choses , 1°. que les Tangentes des Courbes ne sont que leurs côtés infiniment petits prolongés , 2°. que ces côtés peuvent être eux-mêmes conçus comme composés d'infiniment petits du 2<sup>d</sup> genre.

Quand deux Courbes se rencontrent de quelque manière que ce soit , elles ont quelque partie commune. Si cette partie n'est que l'infiniment petit d'un de leurs côtés infiniment petits , & c'est tout ce qu'il peut y avoir de moins , les deux côtés qui n'ont rien de commun que cet infiniment petit du 2<sup>d</sup> genre , se coupent donc en ce point , & par conséquent les Tangentes & les Courbes s'y coupent aussi. Si la partie commune est un côté infiniment petit du 1<sup>er</sup> genre , il faut voir comment il est posé dans les deux différentes Courbes auxquels il appartient , ici , par exemple , dans la Parabole , & dans l'Hyperbole. S'il y est posé de manière qu'il fasse dans la Parabole avec les deux côtés dont l'un le précède , & l'autre le suit deux angles de contingence plus grands que ceux qu'il fait dans l'Hyperbole avec les deux côtés voisins , il est évident que la Parabole & avant que d'avoir le côté commun , & après , sera au dedans de l'Hyperbole , c'est à dire , que ces deux Courbes se toucheront. Ce seroit la même chose renversée si les deux angles de contingence du côté commun , étoient plus petits dans la Parabole que dans l'Hyperbole. Mais si le côté commun , fait avec le côté qui le précède dans la Parabole un plus petit angle de contingence que celui qu'il fait avec le côté qui le précède dans l'Hyperbole , & si en même temps il fait avec le côté qui le suit dans la Parabole un plus grand angle que celui qu'il fait avec le côté qui le suit

dans l'Hyperbole, ou si c'est le contraire, la Parabole ayant été au dehors de l'Hyperbole viendra à être au dedans, ou au contraire, & par conséquent elles se couperont. Si à cette explication des interseptions & des attouchements, on veut ajouter celles des *baisements*, qui est dans l'Hist. de 1706\*, on aura toutes les manieres dont les Courbes peuvent se rencontrer.

\* p. 91. &  
92.

Il est donc visible qu'un côté infiniment petit du 1<sup>er</sup> genre commun à deux Courbes ne les détermine pas nécessairement à se toucher, mais seulement à avoir une même Tangente, soit quelles se touchent ou non. D'une autre part, tout point d'attouchement vaut deux points, parceque si l'on imagine qu'une Corde qui coupe une Courbe, un Cercle, par exemple, en deux points, devienne toujours plus petite elle coupera toujours la Courbe en deux points quelque petite qu'elle soit, & par conséquent lors même qu'elle le fera infiniment, & alors elle sera un côté infiniment petit de la Courbe, & une Tangente, si on la prolonge. Par-là, on conçoit qu'un point d'attouchement en vaut deux d'interseccion, puisqu'il y a deux points d'interseccion auparavant éloignés, & qui se sont infiniment rapprochés. Mais cette valeur d'un seul point vient précisément, non de ce qu'il est point d'attouchement, mais de ce qu'il est formé de deux points infiniment rapprochés, & par conséquent il aura toujours cette même valeur si sans être point d'attouchement, il peut être formé de la même maniere. Or tout côté infiniment petit du 1<sup>er</sup> genre peut être concû comme ayant été Corde qui a coupé la Courbe en deux points, donc tout côté infiniment petit du 1<sup>er</sup> genre commun à deux Courbes, vaut deux points, soit qu'à ce côté-là il se fasse un attouchement des deux Courbes, ou une interseccion, ce qui lui est indifferant.

S'il s'y fait un attouchement, les deux Courbes n'ont plus absolument de partie commune, & ce point n'en peut valoir que deux. Mais s'il se fait une interseccion, elle ne se peut faire que les deux Courbes n'ayent encore

quelque partie commune que l'interfection demande nécessairement, & qui n'est point le côté infiniment petit du 1<sup>er</sup> genre, puisqu'il est indifférent à l'attouchement & à l'interfection. Cette nouvelle partie commune sera un infiniment petit du 2<sup>d</sup> genre, qui donnera un troisième point. Ainsi voilà les trois points trouvés assés distincts les uns des autres, & toutes les difficultés éclaircies.

On voit même pourquoi le cas proposée est rare, & pourquoi il a surpris quand il s'est présenté. Ce sont les angles de contingence plus grands ou plus petits, qui rendent la courbure des Courbes plus grande ou plus petite, & ils varient continuellement dans toutes, hormis dans le Cercle seul. Deux Courbes ayant dans une construction une origine commune, ou du moins deux origines peu éloignées, il est assés naturel que dans leurs parties correspondantes la courbure de l'une soit toujours ou plus grande ou plus petite que celle de l'autre, & que par conséquent si elles se rencontrent, elles se coupent ou se touchent simplement. Il faut pour le cas proposé qu'elles se rencontrent justement au point où la courbure de l'une ayant été plus grande ou plus petite que celle de l'autre vient à être le contraire de ce qu'elle étoit, & que de plus elles s'y rencontrent de maniere à avoir un infiniment petit du 1<sup>er</sup> genre commun, & non pas du 2<sup>d</sup>. Ces deux conditions ne doivent se trouver que rarement ensemble. La premiere seule doit même être rare.

Après cette digression, qui peut être pardonnée à la nouveauté du sujet, à la nécessité de le développer, reprenons la matiere principale. Si dans le cas que nous venons de voir, un seul point donne plus de Racines qu'il ne semble en pouvoir donner, il y en a d'autres où l'on trouve plus de Racines que l'on n'en cherche, ou que l'on n'a besoin d'en trouver, M. de la Hire en donne un exemple dans la Trisection de l'angle\*.

\* V. les M.  
p. 200.

Ce Problème se réduit toujours à une Equation déterminée du 3<sup>eme</sup> degré, & M. de la Hire la construit par le



Cercle même dont il faut diviser un arc déterminé en 3. parties égales, & par une Hyperbole ou plutôt par deux Hyperboles équilateres entre leurs Asymptotes. Ces Hyperboles coupent le Cercle en 4. points, & déterminent 4. Racines.

D'abord on pourroit peut-être penser qu'il y auroit une racine de trop, puisque l'Equation que l'on construit n'en a que 3, mais une Equation du 3<sup>eme</sup> degré se construisant par les mêmes Lieux qu'une du 4<sup>eme</sup>, il faut que la construction de ces deux Equations donne également 4 racines. Ce qui remédie à l'excès dans celle du 3<sup>eme</sup> degré, c'est que l'on voit aussi tôt, comme dans le cas proposé, qu'une des 4 racines est la même, & ne fait rien de plus qu'une des quantités connues & données dans l'opération, & par conséquent n'est pas une des grandeurs inconnues que l'on cherche. Si l'équation avoit été véritablement du 4<sup>eme</sup> degré, cette égalité ne s'y fût point trouvée. Il y a toujours selon une progression rapportée dans l'Hist. de 1707 \* un certain nombre d'Equations déterminées de differents degrés, qui se construisent par deux Lieux du même degré, & il est bon de remarquer ici que dans l'Equation moins élevée il doit toujours arriver par rapport à celle qui l'est davantage quelque chose de semblable ou d'équivalent à ce que nous venons d'expliquer dans le cas dont il s'agit. p. 74.

Il reste donc dans ce cas 3 racines ou 3 points d'intersection à considerer. Quand on veut diviser en 3 un arc quelconque, par exemple de 40 degrés, on a nécessairement sa corde, & c'est d'une de ses extremités que doit commencer la division. Ainsi il suffiroit d'avoir sur cet arc un point où dût se terminer la premiere des 3 petites cordes égales qui diviseront l'arc. Il suffiroit donc que la construction donnât ce point, & les deux autres qu'elle donne paroissent inutiles. Mais la corde donnée de l'arc de 40 est la même que celle de son complément à 360, qui est l'arc de 320, & le Problème est autant la trisection de l'arc de 320, que celle de l'arc de 40. Il

faut un point pour chaque arc, & en voilà déjà deux d'utiles.

Le tiers d'un arc ajouté au tiers de l'autre qui lui est contigu est le tiers de la somme des deux arcs, ou du Cercle entier, & par-là le Cercle même est divisé en trois, ce qui dans la même construction produit une solution nouvelle. Mais si la somme des deux arcs y est divisée en trois, leur difference doit l'être aussi, & c'est ce que le troisième point d'intersection exécute. De ces 3 points & des divisions qu'ils donnent naît encore la trisection de la moitié de la difference des deux arcs.

Cette construction si riche & si abondante en solutions, n'en produit point d'inutiles; quoiqu'elle en produise plus qu'on n'en cherchoit, car ou l'on les cherchoit sans le sçavoir, c'est à dire qu'elles tenoient nécessairement à ce qu'on cherchoit, ou elles appartiennent au Problème tourné de plus de sens, & plus compliqué qu'on ne l'envisageoit d'abord. M. Descartes dans la solution du même Problème qu'il a donné par une autre voye, a laissé une de ses Racines sans en marquer l'usage, mais ce n'est pas à dire quelle fût oisive, quoique peut-être l'usage en fût difficile à apercevoir. Non-seulement on fait tout ce qu'on vouloit faire, mais on fait souvent plus qu'on ne pensoit, & souvent même il faut beaucoup de reflexion pour comprendre jusqu'où va tout ce qu'on a fait.

A l'occasion de ce Problème, M. de la Hire donne une nouvelle formule fort simple & fort aisé à démontrer pour la Section indéfinie des Arcs circulaires. Nous

\* p. 52. & avons parlé dans les Hist. de 1702\*, & de 1707\* de cette section indéfinie, & des solutions qu'on en a données.  
 suiv.  
 \* p. 75. &  
 76.

M. de la Hire remarque qu'il y a des Constructions qui donnent des Racines répétées. Ce défaut apparent de la Regle en est effectivement une perfection; car cela n'arrive que lorsque les Lieux dont on se sert sont trop élevés, & que de leurs Equations on en déduiroit une Equation

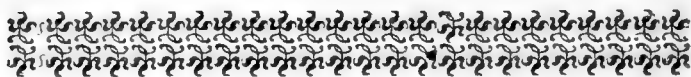
Equation déterminée d'un degré plus élevé que la proposée.

Il y a certaines opérations trompeuses dont il faut se défier. Par exemple, si on a une Courbe exprimée par une certaine Equation, & que l'on quarré ou que l'on cube cette Equation, on croira avoir une Courbe d'un degré plus élevé, & différente de la première; quelquefois cependant ce n'est que la même, & par conséquent on n'aura que le même nombre d'intersections de cette Courbe avec une autre ligne, quoiqu'on se fût peut-être proposé d'en avoir davantage.

Quelquefois ce nombre est trop petit, parcequ'on n'a pas construit la Courbe qu'il falloit, quoiqu'on l'ait employée dans les opérations, & c'est là un des principaux défauts où l'on tombe. Par exemple, on aura pris d'abord pour premier Lieu une Parabole cubique, qui est fort simple, & fort en usage. On n'aura pû s'en servir pour le second Lieu sans la quarrer, & ensuite quand on vient à la construction de l'Equation proposée, on employe pour un des deux Lieux la Parabole cubique telle qu'on l'a prise d'abord, au lieu de l'employer *cubique-quarrée*, comme elle est entrée dans les opérations, ce qui auroit donné une autre Courbe, ou du moins la même Courbe avec plus de *Rameaux*, & un plus grand nombre d'intersections avec le second Lieu.

M. de la Hire ne compte pas pour un défaut de la Règle que l'on ne trouve aucune racine de l'Equation, quand même les Lieux qu'on a pris seroient les plus simples qu'il soit possible, si d'ailleurs ils n'ont par eux-mêmes aucune des racines cherchées. Ils veut qu'on les prenne tels, qu'ils puissent contenir ce qu'on leur demande. Ainsi le plus sûr est, selon lui, de construire une Equation par deux Courbes qui comme la Parabole ayent des Ordonnées depuis Zero jusqu'à l'Infini, tant positives que negatives, car dans ce nombre infini d'Ordonnées de toutes grandeurs, & de toute espece se trouveront celles qui exprimeront les Racines de l'Equation proposée.

sée. Un Cercle ou toute autre Courbe bornée pourroit les manquer. Il est vrai que ce seroit-là une restriction très considérable à la Regle, & qu'elle perdrait infiniment de son universalité, & ce qui est une des prétentions de M. Rolle, mais rien n'oblige à lui conserver la gloire de cette universalité prétendue, & il ne s'agit que de sa vérité.



## G E O M E T R I E.

S U R

U N E I N T E G R A L E D O N N E' E

P A R M. L E M A R Q U I S D E L' H O P I T A L.

O U S U R L E S P R E S S I O N S D E S C O U R B E S

E N G E N E R A L.

V. les M.  
p. 158.  
\* p. 78. &  
suiv.

**L'**Hist. de 1700 \* a expliqué en quoi consistoit le Problème de la Courbe qu'un Corps qui la décriroit en descendant librement presseroit dans tous ses points d'une force toujours égale à celle de sa pesanteur absolue. Feu M. le Marquis de l'Hôpital en résolvant ce Problème se servit d'un tour d'intégration adroit & singulier, dont il borna l'usage à ce qu'il avoit alors entrepris. Mais M. Varignon, dont le zele pour la gloire de ce grand Géometre lui fait dire qu'il ne prétend presque rien donner ici de lui, montre que ce même tour, ou cette même Intégrale peut aller beaucoup plus loin, & s'étendre à tous les Problèmes, où, comme dans celui de M. de l'Hôpital, il s'agit de pressions causées sur des Courbes par la pesanteur & par

la force Centrifuge d'un Corps qui les décrit en tombant librement. Il faut se rappeler ici ce qui a été dit sur la force Centrifuge dans l'Histoire de 1706 \*, & sur les pres-  
 sions des Courbes dans celle de 1708 \*. Ces principes sup-  
 posés, nous allons donner une ébauche de la Théorie de M.  
 Varignon.

\* p. 56. & suiv.

\* pag. 84. & suiv.

En suivant la route que M. de l'Hôpital avoit ouverte, il donne en général la Courbe toujours pressée selon telle puissance qu'on voudra des hauteurs d'où le Corps sera tombé à chaque instant. On suppose d'ordinaire que les vitesses acquises à chaque instant par un Corps qui tombe sont comme les racines des hauteurs d'où il est tombé depuis l'origine de sa chute, & par conséquent si les pressions sont comme ces hauteurs, elles sont comme les quarrés des vitesses, si elles sont comme les quarrés des hauteurs, elles sont comme les 4<sup>èmes</sup> puissances des vitesses, &c. les hauteurs sont les Ordonnées de la Courbe générale.

Tant que l'on y suppose les pressions variables, ce qui comprend tous les cas possibles, hormis le seul où elles sont constantes, on voit que la Courbe ne peut avoir une dernière Ordonnée infinie, car elle devient *imaginaire* dès qu'on lui en veut donner une. Il ne peut donc y avoir de pression infinie, & cela s'accorde avec ce que nous avons dit dans l'Histoire de 1706, que la force centrifuge ne peut être *réellement* & *physiquement* infinie, non plus que la pesanteur qui n'est-elle-même qu'une force centrale. Puisque ces deux forces finies sont la pression, il est nécessaire qu'elle ne soit jamais que finie. Quand une Courbe devient imaginaire, c'est-à-dire que non seulement il n'y a plus alors de Courbe, mais qu'il ne peut pas même y avoir de ligne droite, & en effet la ligne droite ne peut être décrite dans le cas présent, puisque la force centrifuge qu'on y suppose n'en fait jamais décrire une, & qu'au contraire sa fonction perpétuelle est d'en détourner le Corps.

Si dans la Courbe générale de M. Varignon on sup-  
 Nij

pose les pressions constantes , ce qui est le cas de M. de l'Hôpital , on voit naître deux Courbes particulieres , l'une imaginaire , l'autre réelle. Il peut paroître bizarre que la même supposition produise ces deux Courbes d'une nature entièrement opposée , mais voici d'où cela vient , & il n'arrive par le Calcul que ce qui doit arriver selon la simple Metaphysique. Les pressions peuvent être constantes en deux manieres. Elles le seront , si l'action tant de la pesanteur que de la force centrifuge est constante. L'action de la pesanteur ne peut être toujours la même que sur une ligne droite , ou horizontale , ou inclinée ; mais dès que la ligne est droite la force centrifuge n'agit plus , donc il y a contradiction que les pressions soient constantes de cette façon , & la Courbe est imaginaire. Mais si l'action de la pesanteur , & celle de la force centrifuge varient de maniere que toutes deux ensemble elles soient toujours égales à une quantité constante , ainsi que nous l'avons expliqué dans l'Hist. de 1708 , la Courbe , qui est celle de M. de l'Hôpital , est réelle. La variation perpetuelle des deux causes demande que les vitesses , & par conséquent les hauteurs , ou les Ordonnées de la Courbe varient , & delà il suit que ces Ordonnées ne peuvent plus être comme des pressions constantes. Il peut donc y avoir , & il y a effectivement une dernière Ordonnée infinie , qui représente une vitesse & non pas une pression infinie , & de toutes les Courbes enveloppées dans la Courbe générale elle est la seule qui ait une pareille Ordonnée.

Il faut remarquer que dans la supposition des pressions constantes , la Courbe n'est imaginaire que parceque l'on conçoit la pesanteur & la force Centrifuge constantes , & de plus agissant ensemble. Mais si l'on conçoit la pesanteur agissant seule , la Courbe deviendra une ligne droite réelle , horizontale , ou inclinée , comme nous l'avons dit.

Puisque les pressions étant inégales , la Courbe générale ne peut avoir d'Ordonnée infinie , ou ce qui revient

au même, s'étendre à l'infini, les Courbes particulieres qu'elle produira seront *bornées*. Ainsi si les pressions doivent être comme les racines des hauteurs, ou comme les vitesses, on a la Cycloïde trouvée par M. Parent en 1706. Si les pressions sont comme les hauteurs ou les quarrés des vitesses, c'est le Cercle de M. Saurin trouvé dans la même année. Si les pressions sont comme les quarrés des hauteurs, c'est l'*Elastique* de feu M. Bernoulli \* &c.

M. Varignon pour étendre encore plus sa Théorie, & de 1705. p. 133. 134. & 144.  
l'usage de l'Integrale de M. de l'Hôpital, suppose ensuite que les pressions, toujours proportionnées aux puissances quelconques des hauteurs, ne soient causées que par la seule force Centrifuge, & il trouve une seconde Courbe générale presque entierement semblable à la premiere, & il est visible qu'elle doit l'être, puisque la pesanteur & la force centrifuge étant de la même nature, toutes deux, par exemple, incapables d'Infini, la somme des deux, ou une seule ne doivent produire que les mêmes effets pour la génération d'une Courbe. Aussi les Courbes particulieres de ce second cas se trouvent-elles les mêmes que celles du premier.

Si à la supposition de la force centrifuge agissant seule on ajoute qu'elle soit constante, il naîtra deux Courbes, l'une réelle, l'autre imaginaire, nouvelle bisarrerie apparente du Calcul, que nous pouvons encore justifier, pourvu que nous remontions jusqu'à la premiere idée de la force centrifuge.

Elle est d'autant plus grande, ou pour parler plus précisément, elle agit d'autant plus à un point quelconque d'une Courbe, que le Corps qui tombe a plus de vitesse, & que la Courbe est plus courbe en ce point-là. La vitesse se mesure par la hauteur d'où le Corps auroit dû tomber pour l'acquérir, & cette hauteur est comme le quarré de la vitesse acquise. Une Courbe est d'autant plus courbe à un point quelconque que le Rayon de sa Développée y est plus petit. Donc l'action de la force centrifuge à un point quelconque est le quarré de la vi-

tesse divisé par le Rayon de la Développée, ou, ce qui est la même chose, le rapport d'une de ces grandeurs à l'autre. Ce rapport peut être constant en deux manieres; où les deux grandeurs dont il est formé le feront chacune, ou toutes deux varieront toujours selon la même proportion. Si c'est la premiere maniere, & si par conséquent la vitesse est constante, les Ordonnées de la Courbe sont toujours égales, c'est-à-dire qu'elle n'est plus une Courbe, ni même une ligne droite à cause de la force centrifuge supposée. Mais si le rapport varie de la seconde maniere, les vitesses & par conséquent les Ordonnées sont inégales comme il faut qu'elles le soient, & on a une Courbe très réelle. Voilà tout le mystere. Le Calcul ne donne que les effets, & souvent envelope & cache les causes.

Il reste encore deux suppositions de M. Varignon; l'une que la Courbe ne soit pressée que par la seule pesanteur, l'autre que la pression causée par la pesanteur soit à celle de la force centrifuge en telle raison qu'on voudra, mais ni l'une ni l'autre ne nous donne lieu à de nouvelles réflexions, & ce que nous avons dit des Courbes nées des deux premieres suppositions enferme tout ce que nous pourrions dire de celles cy.

## SUR LES FORCES CENTRALES

### I N V E R S E S.

V. les M.  
p. 519. & p.  
533.

**T**Out ce que nous avons dit jusqu'à present sur le Problème des forces Centrales ne regardoit que ce Problème *direct*, c'est-à-dire qu'une Courbe étant donnée il s'agissoit de sçavoir quelle étoit à chaque point de cette Courbe l'action de la force centrale; par exemple, si un Corps décriroit une Section Conique, & que la force centrale le tirât ou le pousât vers un foyer, il falloit trouver que cette action à chaque point de la

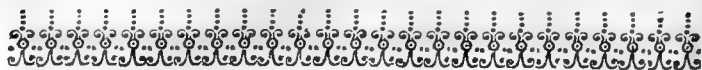


Section étoit en raison renversée des quarrés de la distance de chaque point au foyer. Maintenant le Problème est *inverse*; la force centrale étant donnée il faut trouver la Courbe; si l'on sçait que les actions de cette force sur une Courbe sont en raison renversée des quarrés des distances de chaque point de la circonférence au point où elle tend, il faut déterminer que cette Courbe est une Section Conique.

Le Problème direct ne demande que le Calcul Différentiel, l'Inverse demande le Calcul Integral. Car dans le direct on exprime la force Centrale par les infiniment petits d'une Courbe en général, qui sont ensuite spécifiés par la Courbe donnée; mais dans l'inverse, avec ces infiniment petits ainsi spécifiés on cherche la Courbe dont ils sont infiniment petits, ce qui dépend indispensablement de quelque integration.

Nous avons déjà fait sentir dans l'Hist. de 1702 \* la \* p. 61: difference du Calcul Différentiel & de l'Integral. L'un différentie tout, mais l'autre n'intègre pas tout, soit que tout ne soit pas integrable en soi-même, soit que ce qui l'est en soi-même ne le soit pas toujours pour nôtre Art, ou ne le soit qu'avec de trop grandes difficultés.

M. Herman Professeur en Mathématique à Padouë, & M. Bernoulli ayant travaillé au Problème inverse des forces centrales, M. Varignon qui avoit tant manié le direct, voulut voir si les formules qu'il en avoit données, & qui étoient toutes des expressions de forces centrales où entroient les infiniment petits des Courbes, souffriroient l'integration. Il eut le plaisir de voir que de 18 de ces formules générales, 14 s'integroient assés facilement, & rétomboient dans les solutions de M<sup>rs</sup> Herman & Bernoulli trouvées par d'autres voyes. Cette integrabilité facile est un bonheur, dont on n'a qu'à jouir, quand il s'offre naturellement; sinon, il faut sçavoir éviter les écueils qui se presenteroient d'un côté, & essayer de se tourner de quelque autre, & c'est ce que M. Bernoulli a pratiqué avec beaucoup d'adresse dans la route qu'il avoit prise.



## A S T R O N O M I E.

## S U R   L E   M O U V E M E N T

## D E   L A   L U N E.

V. les M.  
p. 292.

**L**A proximité de la Lune a donné aux Astronomes la commodité d'observer sûrement & exactement la variation de la grandeur apparente de son diamètre, qui suit nécessairement la même proportion que la variation de ses distances à la Terre. Ainsi son plus petit diamètre apparent étant de  $29' 30''$ , & le plus grand de  $33' 30''$ , ce qui est selon la raison de 177 à 201, si la plus grande distance de la Lune à la Terre est 201, la plus petite sera 177.

Delà il suit que si l'on suppose que la Lune décrive une Ellipse dont la Terre occupe un des foyers, le grand Axe de cette Ellipse sera 378, somme de 177, & de 201, & la distance des foyers 24, ce qui donne 12 pour la distance d'un des foyers au centre, & pour le petit Axe un nombre irrationnel un peu plus grand que 376. Si on a d'ailleurs par la parallaxe de la Lune sa distance à la Terre évaluée en demi diamètres de la Terre, tous ces nombres se changeront en d'autres qui auront rapport à la grandeur absolue de ce demi-diamètre de la Terre qui est de 1500 lieux. Ainsi au lieu de 177 & de 201 on aura, selon M. de la Hire, 5597 & 6356 qui auront le même rapport, & dont chaque unité vaut une centième partie du demi-diamètre de la Terre, c'est-à-dire 15 lieux.

L'Ellipse de la Lune étant donc établie & déterminée sur le fondement de la variation apparente de son diamètre,

mètre, il est certain que son mouvement, fût-il égal & uniforme en lui-même, doit paroître inégal à la Terre placée dans un foyer, & que cette inégalité doit dépendre de la nature de l'Ellipse, ou ce qui est la même chose, du rapport de la distance de ses foyers au grand Axe; car si la distance des foyers devenoit nulle, c'est-à-dire que l'Ellipse devint Cercle, un mouvement qui seroit égal, le paroîtroit aussi, & si cette distance devenoit égale au grand Axe, l'Ellipse ne seroit plus qu'une ligne droite sur laquelle le mouvement paroîtroit le plus inégal qu'il soit possible. Puisque le mouvement de la Lune nous paroît inégal d'une certaine inégalité déterminée par la nature particulière de l'Ellipse, il faut, selon ce qui a été dit dans l'Hist. de 1704 \*, trouver pour chaque point de l'Orbite de la Lune quelle est la différence de ce mouvement inégal, qui est *l'apparent* ou le *vrai*, à un mouvement feint qui seroit égal & qu'on appelle *moyen*. Cette différence est *l'Equation du centre* de la Lune.

\*p. 65. &amp; 66.

Les Astronomes appellent *Anomalie* un arc quelconque de l'Orbite d'une planète depuis son Aphélie, si son mouvement se rapporte au Soleil; ou depuis son Apogée, s'il se rapporte à la Terre, ce qui n'est que pour la Lune seule. Ils comptent aussi l'Equation du centre depuis l'Aphélie ou l'Apogée, & supposent que la Planète parte de l'un ou de l'autre de ces points. Comme ils sont les plus éloignés du foyer où se rapporte le mouvement, & d'où l'on suppose qu'il est vû, c'est vers ces points que le mouvement apparent ou vrai est le plus lent, & le plus surpassé par le moyen. Donc l'Equation du centre étant nulle précisément au point de l'Aphélie ou de l'Apogée, puisque c'est-là qu'on suppose que le mouvement de la Planète commence, cette Equation sera *soustractive* pour les degrés d'anomalie suivans, parceque du mouvement moyen que l'on a toujours il en faudra ôter alors une certaine quantité pour avoir le mouvement vrai. Le moyen ayant commencé par devancer le vrai, il le de-

vance toujours , parceque ses avantages sur le vrai s'accumulent toujours ; mais comme ces mêmes avantages vont en diminuant à mesure que l'anomalie augmente , ou , ce qui est le même , que la Planete s'éloigne de son Aphelie ou Apogée , le mouvement moyen devance toujours le vrai de moins en moins , & enfin ils se retrouvent ensemble au Perihelie ou au Perigée. Delà vient que l'Equation est soustractive dans tout le premier demi-cercle d'Anomalie , qu'elle croît toujours jusqu'au point de la *moyenne distance* , qui est au quart de cercle , & qu'ensuite elle diminue toujours jusqu'au Perihelie ou Perigée , où elle est Zero. Ensuite elle est *additive* dans tout le demi-cercle suivant , &c. car ce n'est que ce qu'on vient de dire , mais renversé. La plus grande Equation du centre de la Lune , ou celle des moyennes distances , est selon les Tables de M. de la Hire de  $4^{\circ} 59' 16''$ .

Pour avoir dans l'Ellipse d'une Planete les mesures du mouvement vrai & du moyen , Kepler divise tout son aire elliptique en parties égales par des lignes droites , qui du foyer où se rapporte le mouvement , sont tirées à toute la circonference. Puisque ces lignes comprennent des Secteurs ou triangles elliptiques égaux en superficie , les arcs auxquels elles se terminent sont nécessairement inégaux , plus grands aux endroits plus proches du foyer , & réciproquement. Ces triangles égaux représentent les parties du mouvement moyen , ou , ce qui revient au même , les tems pendant lesquels se font les différentes parties du mouvement vrai , représentées par les arcs elliptiques inégaux correspondants. Cette hypothese est Physique aussi bien qu'Astronomique , c'est-à-dire qu'elle peut non-seulement fonder les calculs , auxquels il suffit de se rencontrer avec les phenomenes , mais encore fournir l'explication de la mécanique des mouvements célestes. Car si une matiere fluide contenuë dans un plan elliptique se meut autour d'un foyer , il est fort naturel que par rapport à ce foyer elle parcoure en tems égaux des Secteurs elliptiques ou des superficies égales , ce qui rend

inégaux les arcs décrits en même tems par une Planete qu'elle eniportera. On prend des angles qui soient entre eux comme les superficies elliptiques par rapport à la demi-superficie elliptique totale , & la différence de ces angles à ceux du vrai mouvement de l'Equation du centre.

Mais M. de la Hire fait voir par un calcul qu'il expose tout du long , que selon cette hipothese l'Equation du centre de la Lune dans la moyenne distance seroit de  $7^{\circ} 16' 54''$  , au lieu de  $4^{\circ} 59' 16''$  , ou du  $5^{\circ}$  quelle ne doit jamais passer , de l'aveu même de Kepler ; car il ne trouve pas par son calcul cette exorbitante Equation , mais c'est que dans l'Ellipse de la Lune il ne pose pas la distance des foyers assés grande. Dès qu'on vient à la poser telle qu'elle est , cette Equation qu'on ne peut recevoir suit de son hipothese.

D'autres Astronomes venus après lui en ont pris une autre , qui à la verité n'a rien de physique , mais qui suffit pour l'Astronomie. Autour du second foyer de l'Ellipse , c'est-à-dire de celui où ne se rapporte pas le mouvement , ils décrivent au dedans de l'Ellipse un Cercle , qui étant divisé en arcs égaux , ils tirent par ces divisions des lignes jusqu'à la circonference de l'Ellipse , & des points ainsi déterminés sur cette circonference , ils tirent des lignes droites au premier foyer. Par-là il se forme des angles égaux & inégaux correspondants , dont les differences sont l'Equation du centre.

M. de la Hire prétend encore qu'à l'égard de l'Equation de la Lune cette seconde hipothese jette dans l'erreur , mais qu'on peut la rectifier en décrivant le Cercle qui mesure le mouvement moyen , non autour du second foyer , mais autour d'un autre point qui soit plus proche du premier , & dont il détermine géométriquement la position sur le grand Axe.

En un mot la distance des foyers étant necessairement telle qu'elle est dans l'Ellipse de la Lune par l'observation de ses diametres apparens , & la plus grande Equation

du centre ne pouvant être plus grande que  $5^{\circ}$ , comme tous les Astronomes en conviennent, il est impossible de trouver une mesure du mouvement moyen & du vrai, qui dépend directement & immédiatement des foyers. Et si l'hypothese de Kepler qui s'y rapporte uniquement ne laisse pas de réussir pour les autres Planetes, c'est que la distance des foyers de leurs Ellipses n'est pas absolument déterminée par l'observation, & qu'on est assez libre de la poser telle que les autres besoins la demandent. Du moins est-ce là ce que M. de la Hire soupçonne avec assez de vrai-semblance.

Il est à remarquer que la plus grande & la plus petite distance de la Lune à la Terre, d'où dépend la distance des foyers, & la nature de l'Ellipse, ne sont 6356, & 5597, que quand l'Apogée ou le Perigée de la Lune sont joints au Soleil, ce qui revient à ce qu'on a dit dans l'Hist. de  
 \* p. 77. 1702 \*. Si cet Apogée ou ce Perigée sont à 3 Signes du Soleil, la plus grande distance ne change point, mais la plus petite est de 5769 au lieu de 5597, ce qui change le rapport des deux distances, & par conséquent la nature de toute l'Ellipse, qui depuis la conjonction au Soleil a dû n'arriver à ce terme que par degrés, c'est-à-dire en variant toujours. On ne sera pas surpris que les calculs astronomiques manquent quelquefois d'attraper juste les points de cette Ellipse toujours variable, ne le fût-elle que par des principes connus; mais il y a bien de l'apparence qu'elle l'est encore par des irregularités physiques, & imprévûes, qui ne se soumettent point au calcul. La grande proximité de la Lune nous les rend plus sensibles que dans le cours des autres Planetes, où elles ne doivent pas avoir moins de lieu. De plus comme il est certain que les mouvements de la Lune variant selon les différentes situations où elle est par rapport au Soleil, on peut croire avec raison que le Soleil a plus d'empire sur elle, que sur les Lunes ou Satellites de Jupiter & de Saturne dont il est beaucoup plus éloigné, & qu'à cet égard ces Satellites doivent être moins irreguliers. Ainsi

tout concourt à rendre contre toute apparence ce qui est plus proche de nous plus difficile à connoître.

## SUR LES REFRACTIONS.

**L**A matiere des Refractions est trop Physique , & trop dépendante des expériences pour pouvoir être promptement finie. Le P. Laval qui continuë de s'y appliquer avec soin & avec succès , a ajoûté une observation singuliere à toutes celles qu'il avoit déjà communiquées à l'Académie \*.

La hauteur meridienne du centre du Soleil observée exactement tant au Solstice d'Hiver qu'au Solstice d'Été donne la distance des deux Tropiques , & la moitié de cette distance est celle de l'Equateur à l'Ecliptique , ou , ce qui est la même chose , l'angle sous lequel l'Ecliptique coupe l'Equateur , Element très important dans toute l'Astronomie. Differents Observateurs , & souvent le même en differents tems , trouvent cet angle different , quelquefois d'une quantité assés considerable , & cela avec les Instruments les plus parfaits , & en opérant avec la plus grande exactitude. Seroit-ce qu'effectivement l'obliquité de l'Ecliptique changeroit ? Quelques-uns l'ont crû possible ; mais outre que dans ce changement prétendu il ne paroît rien de réglé , ce qui est déjà un grand préjugé contre le changement , le P. Laval leve entierement par une observation qu'il a faite le scrupule qu'on pourroit avoir.

\* V. l'Hist.  
de 1706. p.  
101. & suiv.  
de 1707. p.  
89. & suiv.  
& de 1708,  
p. 105. &  
suiv.

Le 22 Juin 1710 il observa la hauteur meridienne apparente du bord superieur du Soleil de  $70^{\circ} 25' 50''$  , & le lendemain 36 heures après que le Solstice étoit passé , & par conséquent le Soleil devant être plus bas , il observa cette même hauteur de  $70^{\circ} 26' 0''$  , c'est-à-dire , de  $10''$  plus grande , au lieu qu'elle eût dû être plus petite. Il est vrai qu'à un Quart de Cercle de 3 pieds de rayon , tel

que celui dont il se servoit, 10" ne font pas une grandeur bien sensible, mais enfin il est sûr que la hauteur du 23 étoit au moins égale à celle du 22, ce qui ne devoit pas être, & ne peut être attribué qu'à l'irrégularité de la Refraction.

Le P. Laval avoit remarqué que la Refraction étoit plus grande en Hiver qu'en Eté, mais il doutoit qu'elle pût varier sensiblement d'un jour à l'autre à la même heure, & c'est ce que son observation lui a appris.

Elle s'accorde avec ce que nous avons déjà dit d'après lui dans l'Hist. de 1706, que la refraction est moindre par un Nord-Oüest, ou un Sud-Est frais. En effet le 22 il souffloit un Nord-Oüest frais, & le 23 un Sud-Oüest foible.

Jusqu'à présent c'est une circonstance qui n'a point été marquée dans le détail des observations Astronomiques, que celle du Vent, & l'on n'eût pas crû qu'elle eût dû jamais y entrer. Cependant si la découverte naissante du P. Laval se confirme, si la Refraction a quelques variations qui se reglent par rapport aux Vents, ou en général à la constitution de l'Air, il faudra ajouter à la Table astronomique de la Refraction, c'est-à-dire à celle où elle n'est calculée que pour les différentes hauteurs sur l'Horison, une Table Physique, qui représentera ses inégalités dépendantes de la constitution de l'air, & l'on consultera ces deux Tables pour corriger les hauteurs apparentes des Astres, & les réduire aux vraies. Le P. Laval entrevoit déjà un commencement de cette seconde Table, qui seroit & fort curieuse, & fort utile, quoiqu'elle laissât toujours quelque chose à desirer. L'extrême précision, & nos soins pour y parvenir ressemblent aux Courbes qui ont des Asimptotes.





## SUR LES TACHES

## DU SOLEIL.

**M**Essieurs Cassini, de la Hire, & Maraldi n'ont vû cette année qu'une Tache dans le Soleil. Elle parut tout d'un coup le 24. Octobre, car on n'avoit rien aperçû le jour précédent, elle étoit fort grande, seule, & déjà dans la partie Occidentale du Disque, éloignée seulement du centre apparent de 1' 7 ou 8" en longitude. Les nuages empêcherent qu'on ne pût observer ce jour là sa latitude ou déclinaison, mais le lendemain on la trouva Meridionale de 3' à peu près. Le 28 qu'elle fut encore observée, elle continuoit son cours vers l'Occident selon l'hypothese des 27 jours  $\frac{1}{2}$ , mais sa déclinaison étoit devenuë Septentrionale presque de la même quantité dont elle étoit Meridionale le 25. On ne pût l'observer les jours suivans à cause des nuages. Quoiqu'elle fût fort grande, elle ne répara point dans le tems où elle l'auroit pû après avoir fait sa révolution derriere le Soleil.

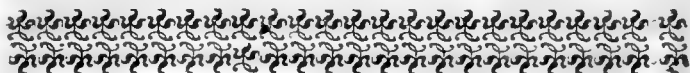
M. Cassini le fils ayant placé cette Tache sur le globe du Soleil suivant la Méthode expliquée dans l'Hist. de 1707\*, \* p. 106. trouva que le 24 Octobre à 7 heures  $\frac{1}{2}$  du soir elle étoit précisément au milieu du disque avec une latitude meridionale de 12 à 13 degrés, le demi-diametre du Soleil étant supposé en avoir 90. & suiv.

**N**ous renvoyons entierement aux Memoires

Les Observations de l'Eclipse de Lune & de celle de Soleil de cette année faites par M<sup>rs</sup> de la Hire, Cassini, & Maraldi. V. les M. p. 169. 172. 175. 195. 196. 198.

L'Observation de la Conjonction de la Lune & d'une des Pleiades par M. Maraldi. 215. V. les M. 218.

- V. les M. L'Ecrit de M. Cassini le fils sur la necessité de bien centrer les Verres de Lunette.  
 P. 223.  
 V. les M. L'Observation du passage de Jupiter proche d'une Etoile du Scorpion par M. Maraldi.  
 P. 310.



## CATOPTRIQUE.

### DES FOYERS PAR REFLEXION

#### EN GENERAL.

V. les M. **L'**Article de Dioptrique qui est dans l'Hist. de 1704\* sur les Foyers par refraction, fait une espece de simetrie avec celui-ci où l'on considere les Foyers par reflexion, & si l'on faisoit un Corps d'Optique, ce dernier devroit marcher avant l'autre, parceque la Catoptrique comme plus simple precede la Dioptrique. Ce que M. Guisnée avoit fait sur une des deux especes de Foyers, M. Carré l'a fait aussi sur l'autre; les deux Theories se rapportent également à celle des Caustiques expliquée dans l'Hist. de 1703\*. Il s'agit maintenant de déterminer sur l'Axe d'un Verre de courbure quelconque quel est le point où cet Axe touche la Caustique par reflexion, ou, ce qui revient au même, quel est le point où les rayons d'un point lumineux qui se sont réfléchis à la rencontre du Verre, & qui en se réfléchissant ont pris de nouvelles directions, se réunissent en plus grande quantité que par tout ailleurs.

\* p. 69. & suiv.

Comme le rapport constant des Sinus d'incidence & de refraction est le grand principe de la Dioptrique, celui de la Catoptrique est l'égalité perpetuelle des angles d'incidence, & de réflexion. Après cela, il ne reste à  
 considerer

considerer que la courbure du Verre, & la direction des rayons incidents. Aussi la Formule générale de M. Carré, qui est la même que celle de M. de l'Hôpital pour les Caustiques par réflexion, ne comprend-elle que le Rayon de la Développée d'où dépend la courbure du verre, & la distance du point lumineux au verre, d'où dépend la direction des rayons incidents. Nous supposons ici les idées expliquées dans l'Hist de 1704.

Si l'on ne veut considerer que des verres sphériques, qui sont effectivement les plus ordinaires, le rayon de la Développée devient le demi-diamètre de la Sphère dont ils sont une portion. Prenons d'abord les Miroirs sphériques concaves, dont les représentations sont les plus surprenantes, & en apparence les plus bizarres. Tantôt l'Image est au-delà du Miroir, tantôt elle est en deçà, & quand elle est en deçà, tantôt elle est entre le Miroir, & l'Objet, tantôt elle se confond avec l'Objet même, tantôt elle est derriere lui. Tout cela dépend de la distance de l'Objet au Miroir, car on voit par la Formule de M. Carré que selon que cette distance varie, le lieu du Foyer par reflexion, ou, ce qui est la même chose, le lieu de l'Image varie aussi. Nous allons tâcher de rendre sensible la nécessité de ces phenomenes.

Il faut imaginer que le Miroir concave ait un Axe prolongé à l'infini. Le point où cet axe rencontre la surface du Miroir en est le *sommet*. Si l'on place d'abord l'Objet ou le point lumineux à ce sommet, & qu'ensuite on le fasse mouvoir vers l'autre extrémité de l'Axe infiniment éloignée, jusqu'à ce qu'enfin il y soit parvenu, il seroit aisé de prouver, & même on conçoit aisément sans preuve, que le *chemin* de l'Objet étant toujours de même part, & en un mot *regulier*, le chemin correspondant de l'Image ne peut être que *regulier* aussi, c'est à dire tel que la variation des Ordonnées d'une Courbe, toujours assujetties à certaines loix. Cela supposé, quand j'aurai par la Formule de M. Carré quelques lieux de l'Image, la nécessité de la variation réguliere me donnera tous les

autres ; je trouve qu'il ne m'en faut que deux.

Si je place l'Objet au sommet du Miroir, ou, ce qui est le même, si la distance de l'objet au Miroir est nulle, la Formule donne la distance de l'Image au Miroir nulle aussi, mais négative, ce qui signifie que cette Image est au-delà du Miroir, & comme appliquée sur sa convexité, parcequ'en faisant le calcul de la Formule on a pris pour positives toutes les grandeurs qui étoient du côté de la concavité. Si ensuite j'éloigne l'Objet du Miroir & le place au quart du diamètre de la Sphere ; je vois par la Formule le Foyer devenu infini, c'est à dire que l'Image est infiniment éloignée, & je puis concevoir qu'elle est encore au-delà du Miroir, puisqu'elle a commencé par y être. Voilà les deux lieux seuls que j'ai besoin d'avoir par la Formule, les autres viennent ensuite d'eux-mêmes.

Puisqu'au chemin fini, & même très-court qu'a fait l'Objet en deçà du Miroir, depuis son sommet jusqu'au quart de son diamètre, répond un chemin infini de l'Image au delà du Miroir, il faut qu'elle s'en éloigne toujours plus de son côté que l'Objet ne fait du sien. Cependant il faut remarquer que la progression selon laquelle elle s'en éloigne, quoiqu'elle ait un dernier terme infini, ne fait pas de grands sauts, tant qu'elle demeure dans le fini. Ainsi si l'on divise le quart du diamètre de la Sphere en 10 parties égales à compter du sommet où sera Zero, & que l'on conçoive l'Objet placé successivement sur chacune de ces divisions, en sorte que les pas qu'il fera seront, 0, 1, 2, 3, &c. jusqu'à 10, les pas correspondants de l'Image seront, 0,  $1\frac{1}{2}$ ,  $2\frac{1}{2}$ ,  $4\frac{2}{3}$ ,  $6\frac{2}{3}$ , 10, 15,  $23\frac{1}{3}$ , 40, 90, l'Infini. Il peut paroître surprenant que cette progression qui croît peu saute si brusquement de 90. à l'infini, mais tout autre nombre, quelque prodigieux qu'il fût, n'auroit pas plus de rapport à l'infini que 90. De plus si le dernier pas de l'Objet qui est depuis 9 jusqu'à 10 est encore divisé en 10 parties égales qu'il parcourra successivement, & qui seront  $9\frac{1}{10}$ ,  $9\frac{2}{10}$ , &c. on

trouvera pour les pas correspondants de l'Image des nombres plus grands que 90, & toujours croissants, & ce seroit encore la même chose si l'on divisoit en 10 le dernier pas de l'Objet, qui sera depuis  $9\frac{2}{10}$  jusqu'à 10 & ainsi à l'Infini, de sorte que tandis que l'Objet ira de 9 à 10, les pas de l'Image seront une infinité de nombres toujours croissants, & à de très petits pas de l'Objet, il en répondra de très-grands de l'Image.

Si du quart du diametre de la Sphère je continuë à mouvoir l'Objet vers le centre, quel doit être le chemin de l'Image? Il est clair qu'elle ne doit pas revenir sur ses pas puisque l'Objet ne revient pas sur les siens, & qu'au contraire il poursuit son chemin vers un même côté. Mais comment poursuivra-t-elle le sien après être arrivée à une distance infinie? Il est impossible qu'elle aille au delà. Voici le dénouement de la difficulté, il est tiré des mysteres de l'Infini, subtils, si l'on veut & delicats, mais cependant sûrs & invariables. Comme Zero est le terme commun des grandeurs positives décroissantes, & des negatives croissantes, ou réciproquement, de sorte qu'il lie ensemble ces deux Suites & les rend continuës, de même l'Infini est le terme commun qui lie les Suites positives croissantes, & les negatives décroissantes; ou réciproquement, & par son moyen les unes sont la continuation des autres. On doit se souvenir que le chemin de l'Image étoit negatif; donc pour le continuer, étant arrivée à l'Infini, elle n'a qu'à le changer en positif, c'est à dire qu'au lieu qu'elle étoit au-delà du Miroir, il faut maintenant qu'elle soit en deçà, & qu'elle a passé du derriere du Miroir au devant. L'Infini est tellement par sa nature le terme commun du positif & du negatif, qu'après qu'on a trouvé les 9 nombres  $1\frac{1}{9}$  &c. 90, tous negatifs, on ne trouve point que l'Infini le soit, quoiqu'il appartienne à la même progression; c'est qu'il appartient en même temps à une autre qui est positive, & à proprement parler il n'a point de signe, non plus que Zero. Ainsi l'Image infiniment éloignée du Miroir n'est pro-

prement ni au delà ni en deçà. Elle n'a point de lieu.

L'Objet étant au centre de la Sphère, il est évident que l'Image y est aussi, car tous les rayons que l'Objet envoie alors au Miroir lui étant perpendiculaires, ils ne peuvent se réfléchir que sur eux-mêmes, & delà vient qu'un Oeil placé au centre d'un Miroir concave ne voit que lui-même dans tout le Miroir. Donc tandis que l'Objet s'est mû depuis le quart du diamètre de la Sphère jusqu'au centre, l'Image a fait le chemin infini qui est depuis l'extrémité de l'Axe infiniment prolongé jusqu'au centre, & pendant ce mouvement de l'Objet l'Image étoit toujours derrière lui, & alloit à sa rencontre. Elle paroît alors suspendue en l'air.

Pour trouver la progression selon laquelle l'Image fait ce second chemin infini, il ne faut que continuer la division du quart de diamètre jusqu'au centre, & par conséquent compter 10, 11, &c. jusqu'à 20. Ce seront-là 10. nouveaux pas de l'Objet. Ceux qui leur répondront dans le chemin de l'Image seront, l'infini, 110, 60,  $43\frac{1}{3}$ , 35, 30,  $26\frac{2}{3}$ ,  $24\frac{2}{7}$ ,  $22\frac{1}{2}$ ,  $21\frac{1}{2}$ , 20. Quand l'Image est à 20 elle est au centre. On entend assez que toutes ces parties dont les unités sont égales à celles de la division du demi-diamètre se comptent ainsi que ces divisions depuis le sommet du Miroir sur l'axe prolongé.

Il est visible que cette seconde progression est la même que la première renversée, & dont chaque terme seroit augmenté de 20 parcequ'ici 20 tient lieu du Zero de la première, & que le second chemin infini de l'Image se termine à 20, comme le premier commençoit à Zero. Dans le premier l'Image s'éloigne peu d'abord du terme d'où elle part & dans le second elle s'approche sur la fin à petits pas du terme où elle doit arriver, & c'est de la même quantité de part & d'autre, &c.

Si l'on présente une Epée à un Miroir concave, de sorte qu'elle soit dans l'axe du Miroir, & sa pointe entre le quart du diamètre & le centre, il faut donc, puisque l'Image est alors derrière l'Objet, & plus éloignée que

lui du Miroir ; que l'on voye l'image de cette pointe en l'air s'élancer hors du Miroir vers l'œil de celui qui tient l'Epée , comme si la véritable Epée s'étoit retournée d'elle-même pour se mettre dans une position contraire à celle où on la tenoit. Plus la pointe de l'Epée sera près du quart du diamètre , plus son image s'élancera loin du Miroir.

Puisque l'Objet & l'Image se rencontrent au centre , il faut qu'ils se séparent si l'Objet en sort. Faisons-lui continuer le chemin qu'il a commencé vers l'extrémité de l'Axe , l'Image continuera aussi celui qu'elle a commencé vers le Miroir , c'est à dire qu'alors elle sera entre le Miroir , & l'Objet , toujours suspendue en l'air.

Lorsqu'en s'approchant toujours du Miroir , elle sera arrivée au quart du diamètre , l'Objet doit être à l'extrémité de l'Axe infiniment éloignée , car quand il étoit à ce même quart du diamètre , l'Image étoit à cette même distance infinie , or l'Objet ou point lumineux , & l'Image ou le Foyer , sont deux points *réci-proques* , comme nous avons dit dans l'Hist. de 1704 \*. L'Objet arrivé à l'extrémité de l'Axe infiniment éloignée ne peut plus faire de mouvement , donc l'Image n'en peut plus faire non plus , & elle ne peut jamais être entre le quart du diamètre , & le Miroir.

\* pag. 87.

Il ne sera peut-être pas hors de propos de remarquer ici , que quand on parle absolument du Foyer d'un Miroir concave , on entend celui qui se fait au quart du diamètre , & qui répond à la distance infinie de l'Objet , ou , ce qui revient au même , qui est formé par des rayons d'un même point si éloigné qu'ils sont censés parallèles. Tels sont ceux d'un point quelconque du Soleil. La nature de la Caustique faite de ces rayons réfléchis fait voir que s'il tombent sur une demi-Sphère concave parallèlement à son axe , ils occupent après la réflexion un espace presque égal à la demi-Sphère sur laquelle ils sont tombés , que cependant ils sont beaucoup plus serrés vers l'axe qu'ils ne l'étoient auparavant , & qu'ils occupent sur

la Caustique une espace beaucoup moindre que l'espace correspondant de la demi-Sphère sur lequel ils sont tombés, que par conséquent si l'on veut avoir un Foyer brûlant, il ne faut prendre de toute la demi-Sphère qu'un certain espace autour de son axe, & que le Foyer correspondant à cet espace est fort éloigné d'être géométriquement un point, quoiqu'on le puisse prendre physiquement pour en être un, & qu'il croît selon la même proportion que la Sphère est plus grande, ou, ce qui revient au même, selon qu'il est lui-même à une plus grande distance du Miroir, d'où il suit que sa force de brûler diminue à mesure que cette distance augmente. Cela revient en partie à ce qui a été dit sur les Foyers par réflexion dans l'Hist. de 1700 \*. Celle de 1704 en traitant de ces mêmes Foyers a assez fait entendre comment ce qui est concave devient plan ou convexe dans une même formule. Ainsi celle de M. Carré qui nous a donné jusqu'ici les propriétés des Miroirs concaves, doit s'étendre également aux Miroirs plans ou convexes.

\* pag. 128.  
& 129.

On y voit d'abord pour ceux qui sont plans que la distance de l'Image au Miroir est égale à celle de l'Objet, mais négative, c'est à dire que l'Objet est vu autant au-delà du Miroir qu'il est en deçà. De cette propriété très-connue s'ensuivent un grand nombre d'autres qui ne le sont gueres moins.

Quant aux Miroirs convexes, l'Image est toujours au-delà. Si la distance de l'Objet au Miroir est nulle, celle de l'Image l'est aussi. Si l'Objet est infiniment éloigné, l'Image est au quart du diamètre de la Sphère dont le Miroir est portion, & il est visible qu'elle ne peut jamais être plus loin, ni même être si loin réellement. En divisant toujours le demi-diamètre de la Sphère en 20. à compter du sommet du Miroir, le chemin de l'Objet fera cette progression déjà trouvée pour les Miroirs concaves, l'Infini, 90, 40, &c. & celui de l'Image, 10, 9, 8, &c.

Après avoir considéré les rapports de distance que



l'Objet & l'Image ont aux trois différentes especes de Miroirs, il reste à considérer leurs rapports de grandeur.

Dans un Miroir plan, l'Image est égale à l'Objet, par ce qu'elle est vûë autant au-delà du Miroir que l'Objet est en deçà. On se peut convaincre de cette raison de l'égalité de l'Image par une expérience tres facile. Que l'on se regarde dans une Glace, & que l'on y pose un fil qui aille depuis le point où l'on voit le haut du front jusqu'à celui où l'on voit le bas du menton, on trouvera que ce fil n'a que la moitié juste de la longueur du visage. Or il marque précisément la grandeur dont est l'Image prise sur la Glace, donc elle n'y est que la moitié de l'Objet, & si elle est vûë égale à l'Objet ou une fois plus grande que sur la Glace, c'est qu'elle est vûë & rapportée une fois plus loin que la Glace, ou, ce qui revient au même, à une distance de la Glace égale à celle de l'Objet. On pourroit donc prendre pour principe, & M. Carré le démontre géométriquement, que la grandeur de l'Objet & celle de l'Image sont entre elles comme leurs distances au Miroir. On entend ici que ces grandeurs ne soient prises que pour des lignes, car si on les prenoit pour des surfaces, il est évident qu'elles seroient comme les quarrés des distances.

Cela posé, nous avons les grandeurs de l'Image tant dans les Miroirs concaves, que dans les convexes, puisqu'on nous a les distances au Miroir comparées à celles de l'Objet. Par exemple, le premier chemin que nous avons fait faire à un Objet placé devant un Miroir concave étant 0, 1, 2, &c. jusqu'à 10, & celui de l'Image au delà du Miroir étant 0,  $1\frac{1}{2}$ ,  $2\frac{1}{2}$ , &c. jusqu'à l'Infini, les rapports de 0 à 0, de 1 à  $1\frac{1}{2}$ , de 2 à  $2\frac{1}{2}$ , &c. qui sont ceux des distances, seront aussi ceux des grandeurs de l'Objet & de l'Image. Or on trouvera par un calcul très-aisé que ces rapports sont  $\frac{10}{10}$ ,  $\frac{2}{10}$ ,  $\frac{8}{10}$ , &c. jusqu'à  $\frac{1}{10}$ , de sorte que le dénominateur étant toujours 10, les numerateurs suivront la progression des nombres naturels, d'où il suit

que la grandeur de l'Objet sera d'abord à celle de l'Image comme 10 à 10, c'est à dire égale, ensuite comme 9 à 10, &c. enfin comme 1 à 10, ou, ce qui est la même chose, que l'Objet étant pris pour 1 la grandeur de l'Image sera 1, 2, 3, &c. jusqu'à 10, après quoi elle sera infinie. Cette augmentation de l'Image, remarquable par son extrême simplicité, l'est encore davantage en ce qu'elle suit, non les distances de l'Image même dans le Miroir, mais celles de l'Objet hors du Miroir, qui sont aussi 1, 2, 3, &c. Ce qui a été dit cy-dessus fait assez entendre que l'augmentation finie de l'Image n'est bornée à 10, que quand on fait passer l'Objet immédiatement de 9 sur 10, mais que si on le fait passer par toutes les divisions infinies dont cet intervalle fini est capable, l'Image augmentera au dessus de 10 selon une infinité de nombres differents. Cela explique en même temps les diminutions de l'Image dans les Miroirs concaves, puisqu'elles ne sont que cette même augmentation renversée.

Dans les Miroirs convexes, où l'Image est toujours plus petite que l'Objet, à moins qu'il ne soit au sommet du Miroir, elle a les mêmes diminutions que dans les Miroirs concaves. Elle est infiniment petite quand elle est au quart du diametre, l'Objet étant alors infiniment éloigné, mais comme il ne peut l'être réellement, une Image infiniment petite n'existe point. Seulement on peut prendre pour telle physiquement celle du Soleil dans un Miroir convexe, aussi n'y est-elle qu'un point. Il sembleroit au contraire qu'une Image infiniment grande devoit exister, parcequ'elle dépend d'une position de l'Objet très-possible, mais sa grandeur infinie la rend aussi infiniment confuse, & fait qu'elle n'est plus une Image. La Nature n'est pas obligée à exécuter réellement toutes les idées abstraites de la Géometrie



# DIOPTRIQUE.

## SUR LES REFRACTIONS

D'UNE ESPECE DE TALC.

**S**I l'on vouloit donner aux Philosophes une grande V. les M. p. 341.  
défiance des principes qu'ils reçoivent le plus généralement, l'exemple du Cristal d'Islande y seroit fort propre. Après avoir bien connu les Refractions qui se font dans l'Eau & dans le Verre, ils étoient en droit de croire que celles de tous les autres corps transparents, étoient en général de la même nature, & ne différoient que par les différentes proportions des Sinus d'incidence & de refraction, dépendantes de la différente densité des corps. Cependant en 1670 parut pour la première fois à leur grand étonnement dans un livre d'Erasme Bartholin sçavant Danois, le Cristal d'Islande, qui renversoit les Regles établies, ou plutôt en faisoit naître de nouvelles, tout à fait imprévûes.

Ce Cristal est toujours naturellement formé en parallelepipedes non rectangle, & par conséquent ses 6 faces sont des parallelogrammes non rectangles aussi. M. de la Hire donne la mesure de tous ses angles aigus & obtus, plans & solides, ce qu'il est assez difficile de déterminer avec précision. Ce Cristal est plus proprement un Talc puisqu'il se fend aisément en tous sens, mais toujours parallelement à quelqu'une de ses 6 faces. Delà il suit que tous les fragmens de cette Pierre sont des parallelepipedes, qui ont les mêmes angles qu'avoit la Pierre entiere, & semblablement posés.

*Hist.* 1710.

Q

Un Rayon qui tombe sur une surface de ce Talc, s'y partage en deux, ce qui fait paroître doubles les Objets qu'on regarde au travers, sur-tout ceux qui sont tout contre. Les deux nouveaux rayons formés du premier ont chacun une refraction différente. Dans l'Eau & dans le Verre, l'angle d'incidence, d'où dépend celui de refraction, se prend par rapport à une perpendiculaire tirée sur la surface du Diaphane au point où le rayon tombe. Ici, il faut considérer pour le même rayon deux angles d'incidence, l'un qui se prend, comme nous venons de le dire, par rapport à une perpendiculaire, l'autre par rapport à une autre ligne assés inclinée à la même surface du Cristal. A ces deux angles d'incidence repondent deux refractions. La premiere peut être nommée *reguliere*, la seconde *irreguliere*. Elles different non-seulement en ce qu'elles dépendent de deux differens angles d'incidence, mais encore en ce que les Sinus de leurs angles d'incidence & de refraction suivent différentes proportions. Dans la *reguliere*, ils sont comme 5 à 3, dans l'*irreguliere*, comme  $4\frac{1}{2}$  à 3, or  $\frac{5}{3}$  étant plus grand que  $\frac{3}{2}$  qui est la refraction du Verre, &  $4\frac{1}{2}$  à 3, ou  $\frac{2}{3}$  étant égal à  $\frac{3}{2}$  la refraction *reguliere* du Cristal d'Irlande, quoique ce soit une pierre fort tendre, est plus grande que celle du Verre, & l'*irreguliere* lui est égale.

Puisqu'une certaine ligne inclinée à la surface du Cristal regle l'angle d'incidence dans la refraction *irreguliere*, il est naturel qu'un rayon qui tombera selon la direction de cette ligne n'ait point de refraction *irreguliere*, & passe tout droit à cet égard, mais souffre seulement la refraction *reguliere*. C'est aussi ce qui arrive, car il est dans le même cas où est le rayon perpendiculaire dans la refraction ordinaire & commune. Et puisque les deux refractions sont inégales, il faut que la plus forte eleve d'avantage l'Objet, & c'est effectivement ce que fait la *reguliere*. Monsieur de la Hire a déterminé par des observations fort délicates quelle est & la ligne qui regle la refraction *irreguliere*, & celle où se voient les deux Images d'un même objet.

Le Cristal d'Islande a encore d'autre phenomenes singuliers. Quand les rayons tombent d'un certain sens, ils sortent par la refraction du plan perpendiculaire où ils étoient en tombant, & s'en détournent à droite ou à gauche, ce qui n'arrive jamais dans les refractions communes. Si l'on met deux morceaux de ce Cristal l'un sur l'autre, séparés ou non par quelque intervalle, on voit selon la maniere dont ils sont posés, que tantôt les deux rayons venus d'un seul se repartagent chacun en deux en passant du cristal superieur dans l'inferieur, tantôt ils ne se repartagent point, mais que dans ce second cas quelquefois chacun fait dans le cristal inferieur la même refraction qu'il a déjà faite dans le superieur, quelquefois ils échangent leurs refractions ensemble. On diroit que la Nature a eu peur que cette pierre transparente ne fût pas une Enigme assez inexplicable pour les Physiciens, & qu'elle l'a chargée à plaisir d'obscurités, & de difficultés.

Cependant M. Huguens entreprit de penetrer ce mystere du moins en partie, dans son *Traité de la Lumiere* imprimé en 1690. Il suppose que la Lumiere se répand par ondes comme le Son, ce que nous n'expliquerons pas ici plus en détail. Il prétend qu'un corps peut être transparent en deux manieres, ou parceque les intervalles que laissent entre elles ses parties sont remplis de matiere étherée dans laquelle les ondes *lumineuses* se continuent, ou parceque ses parties solides étant dures & à ressort, elles prennent elles-mêmes le mouvement d'ondulation, aussi-bien que la matiere étherée. De laquelle de ces deux manieres qu'un Corps soit transparent, il est aisé de concevoir que l'ondulation en passant de l'air dans ce Corps doit se ralentir, ce qui rend le Sinus de refraction plus petit que celui d'incidence; mais si le Corps est transparent de la seconde maniere, l'ondulation doit se ralentir plus que s'il l'étoit de l'autre, & rendre le Sinus de refraction plus petit par rapport à celui d'incidence; la raison en est assez visible.

Si un Corps étoit transparent des deux manieres tout à la fois, il s'y feroit donc aussi tout à la fois deux refractions différentes du même rayon, & le même Objet y feroit vû double, & c'est ce que M. Huguens avoit observé avec soin dans le Cristal commun, qui par-là ne peut servir aux Lunettes d'approche, auxquelles il seroit d'ailleurs si propre par la netteté de sa transparence.

Cette double émanation d'Ondes observée dans le Cristal commun étoit déjà un degré pour arriver à un Système sur le Cristal d'Islande. Mais les deux Ondulations du Cristal commun ne pouvoient être que circulaires, l'une seulement un peu plus lente que l'autre, ce qui produisoit deux refractions différentes à la vérité, mais regulieres toutes deux. Il falloit pour l'irreguliere du Cristal d'Islande quelque chose de nouveau & de plus singulier, & M. Huguens s'avisa de la faire dépendre d'Ondes elliptiques, différentes par leur espece & par leur nature des Ondes circulaires, d'où la refraction reguliere dépendoit. Cette idée réussit à son inventeur sur une grande partie des phenomenes.

Il n'étoit pas moins difficile de justifier cette heureuse supposition, qu'il l'avoit été de l'imaginer. Sans doute il n'y a que la figure & l'arrangement des parties insensibles du Cristal d'Islande, qui puisse déterminer les ondulations naturellement circulaires à se changer en elliptiques, mais comment aller jusqu'à une recherche si délicate ? Il nous suffit présentement que l'on entrevoie que les Ondes supposées, le tissu interieur du corps diaphane en peut changer l'espece ; ou qu'enfin dans tout autre Système de la Lumiere il peut produire des refractions fort différentes de la commune.

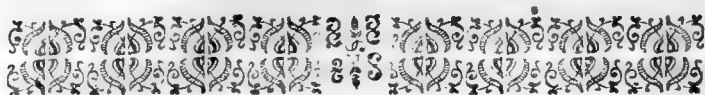
Aussi dans une autre espece de Talc, qu'on trouve auprès de Paris au-dessus des bancs de pierre de Plâtre, & qui a quelque rapport à celui d'Islande, M. de la Hire a-t-il cherché fort curieusement en l'observant quelle pouvoit être la figure & la disposition de ses parties *élémentaires*. Il a trouvé que chacune des lames qui le com-

posent étoit un assemblage de petits triangles, dont les angles sont toujours de 50, 60 & 70 degrés, particularité fort singulière. Il seroit inutile que nous fissions une plus ample description de cette Pierre, après celle que M. de la Hire en a faite.

De quelque sens qu'on la prenne, ses refractions sont  $\frac{10}{7}$ , ce qui est à fort peu près  $\frac{3}{2}$ , refraction du Verre, & refraction irregulière du Cristal d'Islande. L'Objet n'y est doublé qu'imparfaitement, & ce n'est même que quand on le pose sur de certaines fentes ou fêlures qui sont aux côtés.

M. de la Hire promet l'explication de ces phenomenes aussi bien que de ceux du Cristal d'Islande. Il ne seroit peut-être pas aisé de décider laquelle de ces deux especes de Talc doit mener à la connoissance de l'autre. Il est vrai que celui d'Islande est de beaucoup le plus compliqué, mais sa double refraction aussi sensible & aussi bien marquée qu'elle est, doit être un grand principe pour tout ce qu'il y aura d'approchant dans les autres Diaphanes. Quelquefois un sujet plus composé expose dans une plus grande étendue, & met mieux au jour ce que le simple envelopoit, & cachoit dans sa simplicité même.





# MECHANIQUE.

---

## SUR LA RESISTANCE

### DES SOLIDES.

V. les M.  
p. 177.  
\* p. 116. &  
suiv.

\* V. l'Hist.  
de 1702. p.  
102 & suiv.

**L**A Theorie de M. Parent sur la résistance des Poutres exposée dans l'Hist. de 1708 \* cesse d'être aussi particuliere qu'elle étoit, & s'élève présentement à cette universalité dont toute la Géometrie moderne se pique. Il s'agit donc maintenant de la Résistance des Solides en général, matiere déjà traitée à fond par M. Varignon \*, mais qui ne laissera pas de prendre une face nouvelle.

Nous avons prouvé en 1708 d'après M. Parent que dans une Poutre posée horizontalement & retenuë fixement par un bout, la résistance de sa base à être rompuë, & par conséquent la résistance totale de la Poutre, est le produit du quarré de la hauteur de cette base par sa longueur. Cette idée n'est pas bornée aux Poutres seules, car si l'on considère dans un Solide quelconque sa résistance à être rompu dans toutes les *tranches* parallèles à la base, qui sont elles-mêmes comme autant de bases, il est visible que cette résistance sera exprimée en général & indéterminément par le même produit, pourvu que toutes ces tranches soient semblables entre elles, comme le seront, par exemple, toutes celles d'un Cône ou d'un Conoïde, ou du moins qu'elles soient proportionnelles, c'est à dire que l'axe particulier de chaque tranche étant divisé en un nombre égal de parties égales, les Ordonnées correspondantes soient en même raison. Ainsi si un Solide étoit tel & tellement posé que



son plan vertical fût le plan d'une certaine Courbe , & son plan horizontal celui d'une autre , & que toutes deux eussent pour axe commun sa longueur horizontale , la hauteur d'une de ses bases quelconques seroit une Ordonnée de la 1<sup>re</sup> Courbe , la largeur l'Ordonnée correspondante de la 2<sup>de</sup> , & sa résistance indéterminée , le produit du quarré de la 1<sup>re</sup> Ordonnée par la 2<sup>de</sup>. Il paroît d'abord que si l'on change ce même solide de position , & que son plan vertical devienne l'horifontal , sa résistance changera , comme nous l'avons dit d'une Poutre quadrangulaire posée sur le chan , ou sur le plat , & cela par la même raison. Mais il n'y aura nul changement , si les deux plans du solide appartiennent à la même Courbe , ou ce qui revient au même , s'il est formé par une révolution circulaire d'une Courbe autour de son axe , ce qu'on peut appeller en général un *Conoïde*.

La résistance du Solide étant trouvée , il faut trouver aussi la puissance qui agit contre elle. C'est ou le poids même du Solide , ou un poids étranger , l'un & l'autre agissant par un bras de levier d'une certaine longueur , ou géométriquement parlant , multiplié par ce bras.

Ces deux produits , dont l'un exprime l'action du poids qui tend à rompre le Solide , & l'autre sa résistance à être rompu , ont un certain rapport. Si la figure du Corps est telle que ce rapport y soit toujours le même dans toutes ses parties , elles seront toutes également tirées , & également tendues par le poids , & si le Corps rompt , toutes ses bases qui sont en nombre infini doivent se séparer les unes des autres en même temps , ce qui n'est qu'une idée géométrique ou métaphysique , car réellement & physiquement il y aura toujours quelque base plus foible où se fera la fraction. On dit que ce Corps est *d'égale résistance*. Mais si le rapport des deux produits est tel en quelque endroit que l'action du poids y surpasse la résistance plus que partout ailleurs , le Corps y rompra : & ce sera dans cette base seule que se fera la séparation. Dans le premier cas le rapport des deux pro-

duits est donc toujours égal à une quantité constante, dans le second il devient *un plus grand*, & ce plus grand se trouve par les Methodes ordinaires. Comme il est possible que dans une Courbe il y ait plusieurs *plus grands*, de même il peut y avoir dans un même Solide plusieurs endroits où il rompe par le même poids, ou plusieurs bases de fraction.

Il n'y a de difficulté qu'à exprimer le produit qui représente l'action du poids, & voici d'où elle vient. Si un Solide arrêté par un bout dans un Mur, & tiré seulement par son propre poids; rompoit toujours, comme un Cilindre, par son bout arrêté, le produit dont il s'agit seroit toujours, le poids de ce Corps multiplié par la distance de son centre de gravité au Mur où est la base de fraction. Mais le Solide peut aisément être de telle figure qu'il rompra par un autre endroit, par exemple, à la base qui sera au tiers de son axe à compter depuis le Mur. Alors ce sont seulement les deux tiers de ce Corps pris sur son axe qui ont agi, c'est à dire le poids de ces deux tiers multiplié par la distance de leur centre de gravité à la base de fraction. Le poids de la partie *agissante* & son levier varient donc selon la figure des Corps, & il faut les traiter dans le calcul comme des quantités variables.

En effet lorsqu'un Solide n'est tiré que par son propre poids, il en faut considerer chaque base infiniment peu épaisse comme un poids qui le tire, or dans la Theorie générale toutes ces bases sont inégales entre elles, puisqu'elles sont formées par des Ordonnées de Courbes, & par conséquent M. Parent considere un Corps tiré par son propre poids, comme s'il l'étoit par des puissances variables. Ce poids seroit une puissance constante, si l'on sçavoit en quel endroit ce Corps doit rompre, car ce seroit le poids de la partie agissante, mais c'est ce qu'on ne sçait pas, & ce qui varie selon les figures.

De même si un Solide, par exemple, une Piramide ou un Cône, est exposé à l'action du Vent, le Vent est une  
puissance

puissance variable, parcequ'il fait d'autant plus d'impression sur les parties inégales de la surface de ce Corps, qu'elles sont plus grandes.

Enfin dans la Theorie générale un Corps n'est proprement tiré par une puissance constante, que quand on fait abstraction de son propre poids, & qu'on lui attache un poids étranger connu. Si on vouloit considerer les deux poids, ce seroit un mélange d'une puissance constante, & d'une variable.

Dans l'hipothese d'un Corps sans pesanteur tiré par un poids étranger, il peut arriver que le Corps n'ait aucune base de fraction. Car si l'on conçoit le poids attaché justement à la base qui par elle-même est la moins résistante, il n'aura aucun levier à son égard, & par conséquent aucune action contre elle, & il peut d'ailleurs être tellement placé qu'il n'ait qu'un trop petit levier à l'égard des autres qui sont plus résistantes. Ainsi ce poids qui étoit capable de rompre le Corps, s'il eût été autrement placé, ne le rompra point. Ce seroit la même chose, si le poids n'avoit qu'un trop petit levier à l'égard de la base la moins résistante, & ensuite à l'égard des autres. Ce cas n'a point de lieu pour les Corps tirés seulement par leur propre poids, parceque ce poids qu'on suppose assez grand pour les rompre ne peut être placé ailleurs que dans le centre de gravité soit du tout, soit de la partie agissante.

Toutes ces idées supposées, M. Parent arrive par le calcul à deux Theorèmes fort remarquables. 1°. Un Corps tiré par une puissance variable est d'égale résistance, si les infiniment petits d'infiniment petits ou les différences secondes des résistances de ses bases sont par tout en même raison que les puissances rompantes appliquées à ses bases, c'est à dire en même raison que ces bases mêmes, lorsque le Corps n'est tiré que par son propre poids. 2°. Si le Corps rompt en quelque endroit, qui est par conséquent sa base de fraction, le levier par lequel la puissance ou les puissances rompantes ont agi est

égal au produit des deux Soûtangentes de la hauteur & de la largeur de cette base de fraction, divisé par la Soûtangente de la hauteur, plus deux fois la Soûtangente de la largeur.

Il suit du 1<sup>er</sup> Theorème qu'il y a une infinité de Corps d'égale résistance, quoiqu'on n'en ait jusqu'ici découvert qu'un assez petit nombre. Car si un Corps est terminé d'un côté par un plan vertical d'une Courbe, & de l'autre par un plan horizontal d'une autre Courbe, toutes deux encore indéterminées, il est clair que dès qu'on en aura déterminé l'une à être, par exemple, une Parabole, l'autre se déterminera nécessairement ensuite par la propriété essentielle qui appartient à l'égale résistance. Or la première détermination étant entièrement libre, il naîtra une infinité de figures différentes. Si le Corps étoit un Conoïde, cette reflexion n'auroit point de lieu, parcequ'il ne seroit formé que d'une seule Courbe.

Il suit du 2<sup>d</sup> Theorème que si un Corps est de telle figure que la quantité tirée des Soûtangentes de chaque base soit toujours égale au levier par lequel les puissances rompantes ont dû agir à l'égard de cette base, ce Corps est d'égale résistance, puisque, s'il rompt, il doit rompre également par tout. Hors delà, il peut avoir une base de fraction.

C'est cette base qu'il s'agit maintenant de déterminer; & qui donne lieu à plusieurs considérations selon les différentes circonstances. M. Parent n'envisage ici que les plus simples d'où il passera aux autres. Il suppose les Solides sans pesanteur, tirés seulement par un poids constant attaché à leur sommet, de sorte que le levier de ce poids est toujours la distance du sommet à la base de fraction. Cette distance indéterminée & inconnue devant être toujours égale à la quantité tirée des Soûtangentes de la base de fraction, elle deviendra déterminée & connue par les grandeurs constantes & connues de l'expression des Soûtangentes.

Si un corps est un Conoïde, les deux Soûtangentes d'u-

ne base quelconque étant toujours égales, il saute aux yeux que la quantité tirée des Soûtangentes sera toujours le tiers d'une Soûtangente quelconque. Si le levier indéterminé, par lequel agit le poids attaché au sommet, est toujours le tiers de la Soûtangente de chaque base, ce Conoïde est visiblement d'égale résistance. Tel est celui qui est formé par la révolution d'une 1<sup>re</sup> Parabole Cubique autour de son axe, car dans cette Courbe une Abscisse quelconque est toujours le tiers de la Soûtangente correspondante, or le levier indéterminé du poids attaché au sommet est une Abscisse. Si le Conoïde étoit formé par la révolution d'une Parabole ordinaire autour de son axe, comme dans cette Parabole une Abscisse quelconque est toujours la moitié de la Soûtangente correspondante, on trouveroit que le levier indéterminé du poids devoit être égal aux deux tiers de lui-même, ce qui est absurde, & par conséquent ce Conoïde n'a point de base de fraction, le poids étant placé comme il l'est. Il faudra afin que quelque autre Conoïde en ait une, qu'il ait quelque Soûtangente triple de son Abscisse.

Si l'on considère des Corps qui ne soient point des Conoïdes, mais dont une face soit un parallelogramme, & les autres formées par des Courbes, à peu près comme sont les Consoles, il faut observer que les Ordonnées des Parallelogrammes sont des lignes toutes égales, dont les Soûtangentes sont infinies, ou les côtés mêmes des parallelogrammes prolongés à l'infini. Ainsi dans la quantité tirée des deux Soûtangentes, il y a une Soûtangente qui devient infinie, & qui aneantit l'autre. Si le Corps est tellement posé que ce soit la Soûtangente de la largeur de la base qui devienne infinie, ou ce qui est la même chose, si la face qui est un parallelogramme est horizontale, auquel cas le corps est posé de chan, la quantité tirée des Soûtangentes sera la moitié de la Soûtangente de la hauteur, & un Corps ou cette moitié sera toujours égale à l'Abscisse, sera d'égale résistance étant posé de chan, & tiré par un poids attaché à son sommet; telle

seroit une espece de Console dont les deux plans verticaux seroient des Paraboles ordinaires. Si ce même Corps est posé sur le plat, auquel cas sa face qui est un parallélogramme est verticale, & la Soûtangente de sa hauteur est infinie, la quantité tirée des Soûtangentes n'est que la Soûtangente même de sa largeur. Or ce n'est que dans un Triangle dont on considerera toutes les bases paralleles comme autant d'Ordonnées, que l'on peut trouver des Soûtangentes toujours égales à leurs Abscisses, & de là il est aisé de former la figure du Corps qui posé sur le plat & tiré à son sommet par un poids sera par tout d'égale résistance. Toutes ses faces ne seront que des triangles & des parallélogrammes.

Si au lieu de supposer toujours un Corps sans pesanteur, & de lui attacher un poids à son sommet, on le considere comme devant rompre par son propre poids, qui est une puissance variable, il est aisé de voir par ce qui a été dit, que le levier indéterminé ne sera plus une Abscisse, mais seulement la distance du centre de gravité de la partie agissante à la base de fraction & il faudra que cette distance soit égale en quelque endroit ou en plusieurs à la quantité tirée des Soûtangentes, s'il doit rompre en un endroit seulement ou en plusieurs, ou égale par tout, s'il doit rompre également par tout ou être d'égale résistance. Pour cette recherche, il faut avoir par les Méthodes ordinaires les Centres de gravité du Corps & de ses portions quelconques.

C'est la même chose si un Corps est exposé à l'action du Vent, ou de quelque autre puissance variable, pourvu que l'on ait égard à la maniere dont cette action s'y applique. Lorsqu'elle varie comme les bases du Corps, elle ne fait que le même effet que sa propre pesanteur.

Toutes les fois que M. Parent trouve par son Theorème des Soûtangentes qu'un Corps est d'égale résistance à l'égard d'une puissance variable, il lui confirme cette propriété par son 1<sup>er</sup> Theorème, c'est à dire qu'il fait voir que les differences secondes des résistances de ses bases

sont par tout comme les puissances rompantes. Ainsi une Console posée sur le plat, ayant son plan horisontal supérieur & l'inférieur formés par deux plans égaux de Logarithmique, & tirée seulement par sa propre pesanteur, sera par tout d'égale résistance; car d'un côté les puissances rompantes qui sont les bases ne sont dans cette position que comme les largeurs de ces bases, ou comme les Ordonnées de la Logarithmique, puisque toutes les hauteurs qui appartiennent à un parallelogramme sont égales, & d'un autre côté les résistances des bases ne sont par la même raison que comme leurs largeurs ou les mêmes Ordonnées de Logarithmiques, dont par la propriété essentielle de cette Courbe les différences 1<sup>eres</sup>, 2<sup>des</sup>, &c. à l'infini, sont comme les Ordonnées mêmes.

Nous n'entrerons point avec M. Parent dans un plus grand détail d'Exemples, Il suffira de remarquer qu'il en donne aussi quelques-uns de figures, qui n'ayant par elles mêmes aucune base de fraction pour un poids attaché à un certain point, en ont une à l'égard de ce même poids demeurant immobile, pourvu qu'on les augmente de quelque autre figure. Cet expedient revient au même que celui de déplacer le poids, mais il demande un autre calcul & d'autres tours géométriques. On se plaît présentement à multiplier les difficultés, on les recherche avec soin, tant on est sûr de l'Art qui les doit vaincre.

---

## S U R L A R E S I S T A N C E D E S M I L I E U X A U M O U V E M E N T.

**D**Es trois Hypotheses les plus vrais semblables qu'on puisse faire sur la Résistance des Milieux au Mouvement, & les seules que M. Varignon ait jugées dignes de  
V. les M.  
p. 243 &  
491.

les examiner, les deux premières étant entièrement finies \*, il passe à la troisième, c'est celle où la Résistance croît comme la somme de la vitesse & de son carré. Tout le reste demeure le même que dans les deux autres Hypotheses.

\* V. l'Hist.  
de 1707.  
p. 139. &  
suiv. celle de  
1708. p. 123.  
& suiv. & cel-  
le de 1709. p.  
97. & suiv.

Nous avons supposé dans la première que la vitesse du 1<sup>er</sup> instant qui étoit 1, la résistance du Milieu en retranchoit la 10<sup>eme</sup> partie. Cette même supposition a subsisté dans la seconde Hypothese, parceque soit que la résistance croisse comme les vitesses ou comme leurs carrés, la vitesse du 1<sup>er</sup> instant, & son carré sont également 1. Mais ce n'est plus la même chose dans la troisième Hypothese. La somme de la vitesse du 1<sup>er</sup> instant & de son carré est 2, & par conséquent si dans les 2 premières Hypotheses la résistance qui suivoit ou les vitesses ou leurs carrés a retranché  $\frac{1}{10}$  de la vitesse du 1<sup>er</sup> instant, maintenant qu'elle suit les sommes des vitesses & de leurs carrés, & que par-là elle est dans le 1<sup>er</sup> instant double de ce qu'elle étoit, elle doit retrancher  $\frac{1}{7}$  de la vitesse de cet instant. Cette vitesse qui de 1 ou  $\frac{10}{10}$  devenoit  $\frac{9}{10}$  devient donc  $\frac{8}{10}$ , ou  $\frac{4}{5}$ .

Sur ce pié-là, pour avoir la vitesse du 2<sup>d</sup> instant, il ne faut que faire le même raisonnement qui a été fait pour la seconde Hypothese dans l'Hist. de 1709 \*. La vitesse primitive du 2<sup>d</sup> instant, qui, si le Milieu ne résistoit plus, seroit  $\frac{4}{5}$  plus 1 ou  $\frac{9}{5}$ , perdra une partie qui sera à  $\frac{1}{7}$ , comme la somme de la vitesse  $\frac{9}{5}$  & de son carré, est à la somme de la vitesse 1 & de son carré ou à 2. Cette partie sera donc  $\frac{6\frac{1}{5}}{12\frac{1}{5}}$  qui étant retranchée de la vitesse primitive du 2<sup>d</sup> instant  $\frac{9}{5}$  ou  $\frac{21\frac{1}{5}}{12\frac{1}{5}}$  la réduit à n'être plus que  $\frac{14\frac{1}{5}}{12\frac{1}{5}}$ , de sorte que les vitesses des deux premiers instants, qui sans la résistance auroient été 1 & 2, ne seront plus que  $\frac{4}{5}$  &  $1\frac{17}{12\frac{1}{5}}$ . Et si on multiplie par 1000 afin de les pouvoir comparer aux mêmes vitesses qui ont été calculées pour les deux premières Hypotheses, on trouvera que les vitesses primitives qui étoient 1000 & 2000, deviennent dans la 1<sup>ere</sup> Hypothese 900 & 1710, dans la 2<sup>de</sup> 900 & 1536, & dans la 3<sup>eme</sup> 800, & 1299.

\* p. 99.



La vitesse va donc toujours en diminuant d'une Hypothese à l'autre, & si dans les deux premieres elle ne devenoit au bout d'un temps infini qu'une vitesse terminale finie, elle doit à plus forte raison le devenir dans cette troisieme Hypothese, & même être moindre.

Dans la 1<sup>re</sup>, la Résistance que fait le Milieu en quelque instant que ce soit est à la Pesanteur du Corps qui tombe, comme la vitesse actuelle qu'il a en ce même instant, est à la vitesse terminale qu'il aura au bout d'un temps infini. Delà nous avons conclu que pour la 2<sup>de</sup> Hypothese il n'y avoit qu'à faire dans cette proportion le changement que demande naturellement & necessairement le changement d'Hypothese, & que la Résistance seroit à la Pesanteur comme le quarré de la vitesse actuelle au quarré de la terminale. Il est donc naturel de conclure que pour la 3<sup>eme</sup> Hypothese, il n'y a qu'à mettre dans la même proportion au lieu des quarrés des vitesses, les sommes de leurs quarrés & d'elles, & cela est effectivement vrai, quoiqu'avec une certaine modification.

Il s'agit dans toute cette Theorie générale de trouver des Courbes par le moyen desquelles des lignes ou des surfaces representent les grandeurs qu'on veut connoître, vitesses, résistances, espaces parcourus. Il faut donc suivre les loix que la Geometrie observe necessairement en considerant differentes grandeurs. Ici la résistance se proportionne toujours à la somme faite de la vitesse actuelle & de son quarré, mais en Geometrie on ne sçauroit faire une somme d'une grandeur & de son quarré, d'une ligne & d'une surface, parceque ces deux grandeurs ne peuvent être comparées, & que l'une n'est que l'élément infiniment petit de l'autre. Il faut donc, si l'on veut les comparer, les réduire à l'*homogeneité*, & les rendre de même espece en divisant le quarré par quelque grandeur arbitraire, moyenannt quoi le quotient de cette division n'est qu'une ligne, grandeur de même espece que la racine du quarré, & l'on fait fort naturellement

une somme de cette racine, & de la nouvelle ligne. Afin que ces nouvelles lignes qui naissent de la division des quarrés soient toujours en même raison qu'eux, la division se fait toujours par une même grandeur constante, & entant qu'il n'est question que de rapports, il n'y a rien de changé.

Mais il arrive du changement à l'égard des grandeurs *absolues*. Plus la grandeur arbitraire & constante par laquelle se font les divisions est grande, plus les quotients sont petits, & réciproquement. Or dans l'hipothèse présente la résistance d'un instant quelconque s'exprime par la vitesse de cet instant, plus son quarré divisé par la grandeur constante, donc plus cette grandeur est grande, plus les résistances sont petites en elles-mêmes, quoique toujours proportionnées aux sommes des vitesses & de leurs quarrés, & réciproquement. Mais d'un autre côté la résistance d'un instant quelconque est toujours à la pesanteur constante du Corps, comme la somme faite de la vitesse actuelle de cette instant & de son quarré, est à une pareille somme faite de la vitesse terminale. Donc si les résistances sont plus petites en elles-mêmes & par conséquent aussi par rapport à la pesanteur, les vitesses actuelles seront aussi plus petites par rapport à la Terminale, ou, ce qui est la même chose, la Terminale sera plus grande. Donc la grandeur de la terminale dépend de cette grandeur arbitraire & constante par laquelle on divise les quarrés; & en effet M. Varignon trouve que la Terminale est toujours un peu plus de la moitié de cette grandeur.

Il peut paroître étrange que la terminale soit dépendante d'un choix arbitraire, car n'a-t-elle pas par elle-même sa grandeur déterminée? Qu'un Corps tombe librement dans l'air, & que l'air lui résiste selon l'hipothèse présente, ce Corps n'acquerra-t-il pas au bout d'un temps infini une certaine vitesse, nécessairement réglée par les causes physiques, & qui seroit toujours la même dans toute autre chute égale? Cela est vrai, mais  
cette

cette vitesse Terminale n'est pas connuë. Si on la connoissoit, on en prendroit un peu moins que le double pour faire la division des quarrés, & tout seroit fixe & déterminé. Mais à son défaut, on prend une grandeur arbitraire & constante qui tient sa place, & fait le même effet à l'égard des simples rapports, mais qui selon qu'elle est prise plus ou moins grande fait varier les grandeurs absolues.

Dans la proportion dont les 4 termes sont la résistance, la pesanteur, la somme faite d'une vitesse quelconque & de son quarré, & une pareille somme de la vitesse Terminale, la nécessité de diviser les quarrés par une grandeur constante y fait entrer dès le 3<sup>eme</sup> terme cette grandeur d'où dépend la Terminale, ainsi cette Terminale inconnuë ne peut être trouvée par les 3 premiers termes, comme elle l'a été dans les deux hypotheses précédentes. On ne peut que la supposer.

Après cet éclaircissement sur la nouvelle espece dont est ici la Terminale, il ne nous reste plus de reflexions importantes à faire sur les deux Courbes qui représentent ou les vitesses *actuelles* & qui restent au Corps malgré la résistance du Milieu, ou les vitesses *perduës*. M. Varignon les trouve toutes deux comme dans la seconde hypothese, d'abord par la Logarithmique ensuite par l'Hiperbole.

L'espace parcouru dans cette troisième hypothese est aussi-bien que dans les deux autres infini en un temps infini, mais il arrive ici une chose particuliere; c'est que quand on se sert de l'Hiperbole pour la construction de la Courbe qui doit représenter par ses aires curvilignes les espaces parcourus, on trouve que cet espace parcouru en un temps infini est infiniment infini, ou infini du 2<sup>d</sup> genre. Or que veut dire cela? pourquoi cet espace de l'ordre du fini où il étoit *saute-t-il* dans l'infini du 2<sup>d</sup> genre? & peut-il y sauter sans avoir passé par l'infini du 1<sup>er</sup>? Pour répondre à ces difficultés M. Varignon fait une digression, dont nous donnerons les principes, en y

ajoutant quelques reflexions.

Si l'on considere une progression géometrique quelconque , comme 1 , 2 , 4 , &c. il est certain que chacun des intervalles égaux qui sont entre 1 & 2 , entre 2 & 4 , &c. peut être rempli par une infinité de nombres irrationnels , qui entreront dans la même progression géométrique. Par exemple , entre 1 & 2 est la Racine de 2 , moyenne proportionnelle géometrique entre 1 & 2 ; entre 1 & la Racine de 2 , est la Racine 4<sup>eme</sup> de 2 ; entre 1 & la Racine 4<sup>eme</sup> de 2 , est la Racine 8<sup>eme</sup> de 2 , & toujours ainsi en s'approchant de 1 , de sorte que la dernière d'un nombre infini de ces racines irrationnelles de 2 ne sera que 1. De même entre la Racine de 2 & 2 , on trouvera un nombre infini de grandeurs irrationnelles qui s'approcheront toujours de 2 , & dont la dernière lui sera égale. Il n'y a point d'intervalle entre deux grandeurs , quelque petit qu'il soit , qui ne soit divisible à l'infini , c'est à dire qui ne puisse être rempli par une infinité de grandeurs *intermediaires* , qui entreront dans la progression des *extrêmes* ou *principales*.

Ces grandeurs intermediaires sont d'une autre nature que les principales , non en elles-mêmes , puisqu'elles entrent dans la même progression , mais par rapport à nous , qui ne les concevons pas aussi distinctement que les autres. Ainsi tous ces nombres irrationnels qui sont entre 1 & 2 , sont fort obscurs pour l'esprit humain , & ce qui le prouve bien entre plusieurs autres choses , c'est que , comme dit M. Varignon , tous les nombres dont nous avons une idée nette , sont pairs ou impairs , cependant ceux-là ne sont ni l'un ni l'autre.

Si l'on imagine les differents Ordres d'Infini que je suppose démontrés à toute rigueur , le Fini , l'Infini du 1<sup>er</sup> genre , l'Infini du 2<sup>d</sup> &c. il est évident qu'ils sont ensemble une progression géometrique croissante ; mais de quoi sont remplis leurs intervalles ? Le premier ne le peut être que d'une infinité de grandeurs moyennes proportionnelles entre le Fini , & l'Infini du 1<sup>er</sup> genre , & qui par

consequent ne sont ni de l'un ni de l'autre ordre, ni finies, ni infinies, ce qui n'est pas plus incomprehenfible, & est prouvé de la même maniere que les nombres irrationnels. Ces grandeurs intermediaires entre le Fini & l'Infini du 1<sup>er</sup> genre, qui sont les seules que nous considérons ici, peuvent être appellées *Infinis imparfaits*.

Ces Infinis imparfaits ne laissent pas d'être infiniment grands par rapport au Fini dans le même temps qu'ils sont infiniment petits par rapport à l'Infini du 1<sup>er</sup> genre. Ainsi l'essence de la Parabole consistant en ce que son Parametre, grandeur constante & finie, une Ordonnée, quelconque, & l'Abscisse correspondante sont toujours en progression géométrique, si l'on conçoit cette Courbe prolongée à l'infini, & par conséquent sa dernière Ordonnée & son Abscisse ou l'Axe devenus infinis, il faut nécessairement que cette Ordonnée soit un Infini imparfait, infiniment grand par rapport au Parametre, & infiniment petit par rapport à l'Axe devenu infini du 1<sup>er</sup> genre, car la propriété essentielle d'une Courbe se conserve jusque dans l'Infini, lorsque la Courbe y peut aller. Et il faut remarquer que sans cette idée d'Infini imparfait, & dans la supposition des seuls Infinis parfaits, la Parabole prolongée à l'Infini, comme elle peut certainement l'être, renfermeroit une difficulté inexplicable. Il faudroit que l'Ordonnée fût un Infini du 1<sup>er</sup> genre, & l'Axe du 2<sup>d</sup>, or les Ordonnées & l'Axe ayant toujours crû ensemble & de compagnie, il seroit inconcevable que l'Axe eût passé de l'ordre du Fini à l'Infini du 2<sup>d</sup> genre sans passer par celui du 1<sup>er</sup>, tandis que l'Ordonnée n'auroit fait que le chemin *regulier* de l'ordre du Fini dans l'Infini du 1<sup>er</sup> genre.

Selon le système que nous établissons ici, il y a des Infinis imparfaits, qui quoiqu'ils soient toujours infiniment plus grands que le Fini, s'en approchent pourtant toujours de plus en plus. On peut trouver un exemple d'un Infini imparfait le moins au-dessus du Fini qu'il se puisse dans la Logarithmique, dont les Ordonnées séparées

par des intervalles égaux infiniment petits sont en progression géométrique , & peuvent s'étendre sur l'Axe à l'infini. Car si l'on conçoit qu'elle arrive à une Ordonnée infinie du 1<sup>er</sup> genre , il est de sa nature qu'entre cette Ordonnée infinie , & la dernière des finies , il y en ait une infinité qui seront des moyennes proportionnelles du genre de l'Infini imparfait. Et si l'on conçoit que la Logarithmique se termine à la première Ordonnée infinie qu'elle peut avoir , car à quoi serviroit-il de la pousser au-delà ? cette première Ordonnée sera la première de ces moyennes proportionnelles , moins différente que toute autre de la dernière Ordonnée finie.

Comme toutes les Courbes cheminent par les degrés les plus insensibles qu'il se puisse , on peut de même imaginer , lorsqu'elles arrivent à l'Infini , que c'est à quelque Infini imparfait , à moins qu'il ne soit nécessaire de l'imaginer parfait , ainsi que l'Axe de la Parabole devenue infinie. Le Calcul ne détermine pas nécessairement & par lui même la différente espèce de l'Infini parfait & de l'imparfait , car ils n'ont tous deux à cet égard qu'un caractère commun , qui est que toute grandeur finie disparoît devant eux.

Toutes ces idées & ces raisonnemens sur l'Infini se transportent naturellement à l'Infiniment petit. Il y a entre le fini & l'infiniment petit du 1<sup>er</sup> genre une infinité de moyennes proportionnelles , toutes infiniment plus petites que le fini , & infiniment plus grandes que l'infiniment petit du 1<sup>er</sup> genre. Un exemple seul suffira pour prouver la nécessité de les admettre.

On connoît plusieurs Courbes qui n'ayant qu'un axe fini qu'elles rencontrent à leur origine , ont sur cet axe une dernière Ordonnée infinie , & asymptotique à la Courbe. Il est certain que cette dernière Ordonnée n'est que la somme de toutes les *différences* infiniment petites précédentes , mais comment peut-elle l'être ? Il n'y a de différences infiniment petites précédentes qu'autant qu'il y a d'intervalles infiniment petits pris sur l'Axe entre les

Ordonnées. Or l'Axe étant supposé fini, il ne peut avoir qu'un nombre de ces intervalles infini du 1<sup>er</sup> genre tout au plus. Donc le nombre des différences n'est non plus qu'un infini du 1<sup>er</sup> genre. Donc puisqu'elles sont infiniment petites, leur nombre infini ne peut faire qu'une somme, & par conséquent une dernière Ordonnée finie; cependant elle est infinie. Il est évident que si l'Axe étoit infini, & que par conséquent il contiât une infinité d'intervalles infiniment petits, cette difficulté n'auroit pas lieu.

Il ne paroît pas qu'on la puisse résoudre autrement qu'en concevant que les différences dont il s'agit sont des infiniment petits *imparfaits* plus petits, à la vérité, que toute grandeur finie, mais infiniment plus grands que les infiniment petits du 1<sup>er</sup> genre, & qui par conséquent font une somme infiniment plus grande, ou infinie.

Après cet éclaircissement qui étoit important pour la Géométrie de l'Infini, & qui n'est pas le seul qu'elle demandât encore, M. Varignon reprend sa matière, & passe aux Mouvements qui ayant commencé par une vitesse finie quelconque, auroient été toujours ensuite accélérés par la pesanteur, & auroient éprouvé de la part du Milieu la résistance de la troisième Hypothèse. Cette vitesse *initiale* seroit plus petite que la terminale, ou égale, ou plus grande, mais nous avons déjà épuisé dans les deux hypothèses précédentes les raisonnemens généraux que l'on peut faire sur ces trois cas.

---

**M**onsieur Jaugeon a donné un Ecrit de l'Origine des Caractères Latins, composé à l'occasion de la construction des nouveaux Caractères, à laquelle il a travaillé.

# MACHINES OU INVENTIONS

APPROUVEES PAR L'ACADEMIE

DES SCIENCES EN MDCCX.

## I.

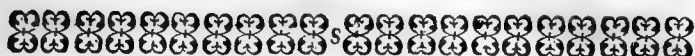
**U**Ne Machine inventée par M. Olaine, Gentilhomme Irlandois, pour mouler un très-grand nombre de Chandeles tout à la fois, & très-facilement. De plus le Suif qu'il employe à ces Chandelles est tellement préparé qu'elles brûlent fort bien sans couler, n'ont aucune mauvaïse odeur, & sont presque aussi seches au toucher que de la Cire.

## I I.

Un Fauteuïl mobile sur des Roulettes, que celui qui est assis dedans, peut faire mouvoir seul dans une Chambre, & tourner du côté qu'il veut. Il a été présenté par le Sieur de Bezu, & a paru simple, & d'usage.







## E L O G E

DE M. DE CHAZELLES.

**J**EAN MATHIEU DE CHAZELLES naquit à Lyon le 24. Juillet 1657. d'une Famille honnête, qui étoit dans le Commerce. Il fit toutes ses études dans le grand Collège des Jesuites de cette Ville, après quoi il vint à Paris en 1675. La passion qu'il avoit d'y connoître les gens de mérite le conduisit chés feu M. du Hamel, Secrétaire de cette Académie, qui de son côté favorisoit de tout son pouvoir les jeunes gens, dont on pouvoit concevoir quelque esperance. Il remarqua dans celui-cy beaucoup de disposition pour l'Astronomie, car le jeune homme étoit déjà Géometre, il le présenta à M. Cassini, qui le prit avec lui à l'Observatoire, école où Hipparque & Ptolomée eux-mêmes auroient encore pû apprendre.

La Théorie & la Pratique, toujours si différentes, le sont peut-être plus en fait d'Astronomie qu'en toute autre matiere, & le plus habile Astronome, qui ne le feroit que par les Livres, seroit tout étonné, quand il viendrait à manier la Lunette, qu'il ne verroit presque rien. Les Observations sont une manœuvre très-fine & très-délicate. M. de Chazelles étudia cet art à fond, & en même tems il embrassa toute cette vaste science, dont il est le fondement. Il travailla sous M. Cassini à la grande Carte Géographique en forme de Planisphère qui est sur le pavé de la Tour Occidentale de l'Observatoire, & qui a 27 pieds de diametre. Elle avoit été dressée sur les observations que l'Académie avoit déjà faites par ordre du Roi en differens endroits de la Terre, & ce qui en est le plus remarquable, c'est qu'elle fut en quelque sorte pro-

phétique. Elle contenoit sur de certaines conjectures de M. Cassini des corrections anticipées & fort importantes, qui ont été justifiées depuis par des observations incontestables.

En 1683. l'Academie continua vers le Septentrion, & vers le Midi le grand ouvrage de la Meridienne commencé en 1670, & M. Cassini a qui le côté du Midi étoit tombé en partage, associa à ce travail M. de Chazelles. Ils poussèrent cette ligne jusqu'à la campagne de Bourges.

Après avoir pris des leçons de M. Cassini à l'Observatoire pendant 5 ans, M. de Chazelles devoit être devenu un excellent Maître. Feu M. le Duc de Mortemar le prit pour lui enseigner les Mathematiques, & le mena avec lui à la campagne de Genes en 1684. Il lui fit avoir l'année suivante une nouvelle place de Professeur d'Hydrographie pour les Galeres à Marseille, car il y en avoit depuis long-temps une ancienne remplie par un Pere Jesuite, à qui il falloit donner du secours, parceque la Marine de France s'étoit considerablement fortifiée.

Ces Ecoles sont des especes de petits Etats assez difficiles à gouverner. Tous les sujets qui les composent sont dans la force de leur jeunesse, impetueux, indociles, amoureux de l'indépendance avec fureur, ennemis presque irréconciliables de toute application, & ce qui est encore pis, ils sont tous gens de guerre, & leur Maître n'a sur eux aucune autorité militaire. Cependant on rend ce témoignage à M. de Chazelles, qu'il fut toujours respecté, & même aimé de ses redoutables sujets. Il avoit cette douceur ferme & courageuse, qui sçait gagner les cœurs avec dignité. Le succès qu'il avoit eu l'encouragea à se charger encore d'une nouvelle école de jeunes Pilotes destinés à servir sur les Galeres. Elle a fourni, & fournit encore tous les jours un grand nombre de bons Navigateurs.

Pendant l'Eté de 86 les Galeres firent 4 petites campagnes, ou plutôt 4 promenades, où elles ne se proposoient

soient que de faire de l'exercice. M. de Chazelles s'embarqua toutes les 4 fois, & alla tenir ses écoles sur la Mer. Il montrait aux Officiers la pratique de ce qu'il leur avoit enseigné. Il fit aussi plusieurs observations géométriques & astronomiques, par le moyen desquelles il donna ensuite une nouvelle Carte de la Côte de Provence.

Nous passons sous silence deux campagnes, quoique plus longues, & plus considérables, qu'il fit en 87 & 89. Elles produisirent toutes deux un grand nombre de Plans qu'il leva, soit des Ports & des Rades, où il aborda, soit des Placés qu'il pût voir. On sçait assez que ces Plans ne sont pas de simples curiosités, & qu'étant déposés entre les mains des Ministres d'Etat, ils deviennent en certains temps la matière des plus importantes délibérations, & les reglent d'autant plus sûrement, qu'ils ont été faits de meilleure main.

Il y a long-temps que l'Expérience, maîtresse souveraine de tous les Arts, a fait entre les deux espèces des grands Bâtimens de Mer un partage, où tous les peuples de l'Europe ont souscrit; elle a donné l'Océan aux Vaisseaux, & la Méditerranée aux Galeres. Elles ont trop peu de bord pour soutenir une vague aussi haute que celle de l'Océan. Mais aussi les Vaisseaux ont ce défaut essentiel qu'ils ne peuvent rien sans le Vent; ce sont de grands corps absolument dépendants de cette ame étrangère, inconstante, & qui les abandonne quelquefois entièrement. Au commencement de la dernière guerre quelques Officiers de Marine, & M. de Chazelles avec eux, imaginèrent qu'on pourroit avoir des Galeres sur l'Océan, qu'elles y serviroient à remarquer les Vaisseaux, quand le Vent leur seroit contraire, ou leur manqueroit, qu'enfin elles les rendroient indépendants du Vent, & par conséquent beaucoup plus agissants que ceux des Ennemis. Elles devoient aussi assurer & garantir les Côtes de Ponant. Ces sortes d'idées hardies, pourvu qu'ellesle soient dans certaines bornes, partent d'un

courage d'esprit, rare même parmi ceux qui ont le courage du cœur. Sans cette audace, un faux impossible s'entendrait presque à tout. Comme M. de Chazelles avoit beaucoup de part à la proposition, il fut envoyé en Ponant au mois de Juillet 1689. pour visiter les Côtes par rapport à la navigation des Galeres. Enfin en 90, 15 Galeres nouvellement construites partirent de Rochefort presque entierement sur sa parole, & donnerent un nouveau spectacle à l'Océan. Elles allerent jusqu'à Torbay en Angleterre, & servirent à la descente de Tingsmouth. M. de Chazelles y fit les fonctions d'Ingenieur, fort différentes de celles de Professeur d'Hydrographie. Quoiqu'il ne se fût pas destiné à la guerre, & qu'il ne soit guerres naturel qu'un Soldat ait été élevé à l'Observatoire, il marqua & en cette occasion, & en plusieurs autres pareilles, toute l'intrépidité que demande le métier des armes. Les Officiers généraux sous qui il a servi, attestent que quand ils l'avoient envoyé visiter quelque poste ennemi, ils pouvoient compter parfaitement sur son rapport. Il n'est que trop établi que ceux qui sont chargés de ces sortes de commissions, n'y portent pas tous, ou n'y conservent pas une vûë bien nette. M. de Chazelles n'étoit originairement qu'un Sçavant, & les Sciences mêmes en avoient fait un homme de guerre. Ce qui élève l'esprit devoit toujours aussi élever l'ame.

Les Galeres après leur expédition revinrent à l'embouchure de la Seine dans les Bassins du Havre & de Honfleur, mais elles n'y pouvoient pas hiverner, parce qu'il étoit nécessaire de mettre de tems en tems ces Bassins à sec, pour éviter la corruption des eaux. M. de Chazelles proposa de faire monter les Galeres à Rotien, tous les Pilotes y trouvoient des difficultés insurmontables, il soutint seul qu'elles y monteroient; si s'étoit acquis une grande confiance, on le crut, & elles monterent heureusement. Une grande habileté ne suffit pas pour ofer se charger d'un événement considérable, il faut encore un zele vif, qui veuille bien courir les ris-

ques de l'injustice des hommes, toujours portés à ne donner leur approbation qu'aux succès.

Les Galeres hivernerent donc à Rouën, & celui qui les y avoit amenées devoit naturellement les préserver des accidens dont elles étoient menacées dans ce séjour étranger. Aussi imagina-t-il une nouvelle sorte d'amarrage, & une petite jettée de pilotis, qui les mettoient à couvert des glaces qu'on craignoit, & cela à peu de frais, au lieu que de toute autre maniere la dépense eût été considérable.

Pendant qu'il étoit à Rouën, il mit en ordre les observations qu'il venoit de faire sur les Côtes de Ponant, & en composa 8 Cartes particulieres accompagnées d'un *Portulan*, c'est-à-dire d'une ample description de chaque Port, de la maniere d'y entrer, du fond qui s'y trouve, des marées, des dangers, des reconnoissances, &c. Ces sortes d'Ouvrages, quand ils ont toute leur perfection, sont d'un grand prix, parceque, comme nous l'avons déjà dit dans l'Histoire de 1701\*, & à l'occasion de M. de Chazelles même, les Sciences qui sont de pratique sont les moins avancées. Deux ou trois grands Genies suffisent pour pousser bien loin des Théories en peu de tems, mais la pratique procede avec plus de lenteur, à cause qu'elle dépend d'un trop grand nombre de mains, dont la plupart même sont peu habiles. Les nouvelles Cartes de M. de Chazelles furent mises dans le *Neptune François*, qui fut publié en 1692. Dans cette même année il fit la campagne d'Oneille, & servit d'Ingenieur à la descente.

En 93 M. de Pontchartrain alors Secretaire d'Etat de la Marine, & aujourd'hui Chancelier de France, ayant résolu de faire travailler à un second Volume du *Neptune François*, qui comprît la Mer Mediterranée, M. de Chazelles proposa d'aller établir par des observations astronomiques la position exacte des principaux points du Levant, & il ne demandoit qu'un an pour son voyage. Il eût été difficile de lui refuser une grace si peu briduée. Il partit, & parcourut la Grece, l'Egypte, la Tur-

quie, toujours le Quart de cercle & la Lunette à la main. Il est vrai que ce n'est là que recommencer continuellement les mêmes opérations, sans acquérir de lumieres nouvelles, au lieu qu'un Sçavant de Cabinet en acquiert tous les jours avec volupté & avec transport, mais plus ce plaisir est flateur, plus il est beau de le sacrifier à l'utilité du Public, qui profite plus de quelques faits bien sûrs, que de plusieurs spéculations brillantes.

Le voyage de M. de Chazelles donna sur l'Astronomie un éclaircissement important, & long temps attendu. Il est nécessaire pour la perfection de cette Science que les Astronomes de tous les Siècles se transmettent leurs connoissances, & se donnent la main. Mais pour profiter du travail des Anciens, il faut pouvoir calculer pour le lieu où nous sommes, ce qu'ils ont calculé pour les lieux où ils étoient, & par conséquent sçavoir exactement la longitude, & la latitude de ces lieux. On ne peut pas trop s'en rapporter aux Anciens eux-mêmes, parcequ'on observe présentement avec des Instrumens, & une précision qu'ils n'avoient pas, & qui rendent un peu suspect tout ce qui a été trouvé par d'autres voyes. Les Astronomes dont il étoit le plus important de comparer les observations aux nôtres, étoient Hipparque, Ptolomée, & Ticho Brahé. Les deux premiers étoient à Alexandrie en Egypte, & ils la rendirent la Capitale de l'Astronomie. Ticho étoit dans l'Isle d'Hüene, située dans la Mer Baltique; il y fit bâtir ce fameux Observatoire, qu'il appella Uranibourg, *Ville du Ciel*. L'Academie presque encore naissante avoit formé le noble dessein d'envoyer des Observateurs à Alexandrie & à Uranibourg, pour y prendre le fil du travail des grands hommes, qui y avoient habité. Mais les difficultés du voyage d'Alexandrie firent que l'on se contenta de celui d'Uranibourg, que M. Picard voulut bien entreprendre en 1671.

Il y traça la Meridienne du lieu, & fut fort étonné de la trouver differente de 18' de celle que Ticho avoit déterminée, & qu'il ne devoit pas avoir déterminée negli-

gement, puisqu'il s'agissoit d'un terme fixe, où se rapportoient toutes ses observations. Cela pouvoit faire croire que les Meridiens changeoient, c'est-à-dire, que la Terre, supposé qu'elle tourne, ne tourne pas toujours sur les mêmes Poles, car si un autre point devient Pole, tous les Meridiens qui doivent passer par ce nouveau point ont nécessairement changé de position. On voit assés combien il importoit aux Astronomes de s'assurer ou de la variation, ou de l'invariabilité des Poles de la Terre, & des Meridiens.

M. de Chazelles étant en Egypte mesura les Pyramides, & trouva que les 4 côtés de la plus grande étoient exposés précisément aux 4 Regions du Monde. Or comme cette exposition si juste doit selon toutes les apparences possibles avoir été affectée par ceux qui éleverent cette grande masse de pierres, il y a plus de 3000 ans, il s'ensuit que pendant un si long espace de temps rien n'a changé dans le Ciel à cet égard, ou, ce qui revient au même, dans les Poles de la Terre, ni dans les Meridiens. Se seroit-on imaginé que Ticho, si habile & si exact observateur, auroit mal tiré sa Meridienne, & que les anciens Egyptiens si grossiers, du moins en cette matiere, auroient bien tiré la leur? L'invariabilité des Meridiennes a été encore confirmée par celle que M. Cassini a tirée en 1655 dans l'Eglise de S. Pétrone à Bologne.

M. de Chazelles rapporta aussi de son voyage de Levant tout ce que l'Académie souhaitoit sur la position d'Alexandrie. Aussi M. de Pontchartrain crut-il lui devoir une place dans une Compagnie, à qui ses travaux étoient utiles. Il y fut associé en 1695. Il retourna ensuite à Marseille reprendre ses premieres fonctions.

Tout le reste de sa vie n'est guere qu'une repetition perpetuelle de ce que nous avons vû jusqu'ici. Des campagnes sur mer presque tous les ans, soit en guerre, soit en paix, quelques unes seulement plus considerables, comme celle de 1697. où Barcelone fut prise, des positions qu'il prend de tous les lieux qu'il voit, des Plans qu'il leve, des fonc-

tions d'Ingenieur qu'il fait affés souvent, & avec gloire, & puis un retour paisible à son école de Marseille. Il ne s'en dégoûtoit point pour avoir eu quelques occupations plus brillantes, jamais il ne songea à la quitter. Les plus grandes ames sont celles qui s'arrangent le mieux dans la situation presente, & qui dépendent le moins en projets pour l'avenir.

Lorsqu'en 1700 M. Cassini par ordre du Roi alla continuer du côté du Midi la Meridienne abandonnée en 83, M. de Chazelles fut encore de la partie. Il ne pût joindre qu'à Rodez M. Cassini, qui, pour ainsi dire, filoit la Meridienne en s'éloignant toujours de Paris. Mais depuis Rodez M. de Chazelles s'attacha si fortement à ce travail, & cela; pendant la plus fâcheuse saison de l'année, que sa santé commença à s'en alterer considerablement.

La ligne étant poussée jusqu'aux frontieres d'Espagne, il revint à Paris en 1701, & il y fut malade ou languissant pendant plus d'une année. Ce fut alors qu'il communiqua à l'Académie le vaste dessein qu'il méditoit d'un Portulan général de la Mediterranée\*. On peut compter que dans les Cartes Géographiques, & Hidrographiques des trois quarts du Globe le portrait de la Terre n'est encore qu'ébauché, & que même dans celles de l'Europe, il est affés éloigné d'être bien fini, ni bien ressemblant, quoiqu'on y ait beaucoup plus travaillé.

Malgré plusieurs soins differents, & les infirmités même qui deviennent le plus grand de tous les soins, M. de Chazelles ne perdoit point de vûe ses Galeres égarées dans l'Océan. Etant encore à Paris en 1702, il proposa qu'elles pouvoient rester à sec dans tous les Ports, où il entroit affés de marée pour les y faire entrer. Par-là il triplait le nombre des retraites qu'elles pouvoient avoir, & par conséquent aussi le nombre des occasions, où elles pouvoient être employées. On fit à Ambleteuse l'épreuve de sa proposition sur deux Galeres qu'on échoüa, & elles soutinrent l'échoüage pendant 15 jours sans aucun inconvenient. Au contraire il donna une merveilleuse commodité pour espalmer. Il faut ofer en tout genre,

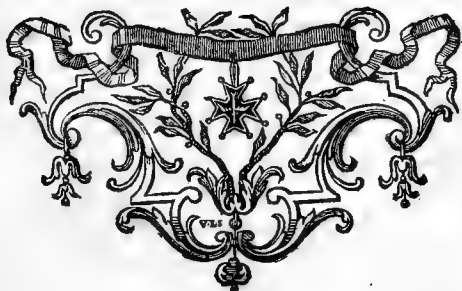
\* V. l'Hist.  
de 1701. p.  
121. & suiv.



mais la difficulté est d'oser avec sagesse ; c'est concilier une contradiction.

Les 9 dernieres années de la vie de M. de Chazelles , quoiqu'aussi laborieuses que les autres , furent presque toujours languissantes , & sa santé ne fit plus que s'affoiblir. Enfin il lui vint une fièvre maligne qu'il négligea dans les commencemens, soit par l'habitude de souffrir, soit par la défiance qu'il avoit de la Medecine , à laquelle il préferoit les ressources de la Nature. Enfin il mourut le 16. Janvier 1710. entre le bras du P. Laval Jesuite , son Collegue en Hidrographie , & son intime ami. Quand deux amis le sont dans des postes qui naturellement les rendent rivaux , il ne faut plus leur demander des preuves d'équité , de droiture , ni même de générosité. A ces vertus , & à celles que nous avons déjà représentées , M. de Chazelles joignit toujours un grand fond de Religion , c'est à-dire , ce qui assure & fortifie toutes les vertus.

Sa place d'Académicien Associé a été remplie par M. Ozanam.



## E L O G E.

DE M. GUGLIELMINI.

**D**OMENICO GUGLIELMINI nâquit à Bologne d'une honnête Famille le 27. Septembre 1655. Il étudia en Mathématique sous M. Geminiano Montanari Modenois, & en Medecine sous l'illustre Malpighi. Il embrassa ces deux genres d'étude à la fois, comme un homme né avec d'heureuses dispositions en auroit pû embrasser un seul, & il s'attira la même affection de ses deux Maîtres, que si chacun d'eux eût eu seul la gloire de le former.

En 1676 il parut dans une grande partie de l'Italie un Meteore aussi lumineux que la Lune en son plein. M. Montanari fit un petit ouvrage intitulé *Fiamma volante*, où par les observations qu'il avoit euës de differents endroits il recherchoit géométriquement quelle étoit la ligne du mouvement de cette Flame, sa distance à la Terre, & sa grandeur. Selon son calcul, la distance étoit à peu près de 15. lieuës moyennes de France, ce qui est une hauteur extraordinaire pour ces sortes de Feux. M. Cavina qui avoit observé le même Phenomene à Faënza en avoit fait un calcul fort different, la hauteur où il le mettoit, par exemple, étoit triple de celle de M. Montanari, & celui-ci d'ailleurs avoit negligé dans son Ecrit les observations de Faënza, non pas en les rejettant avec mépris, mais en disant qu'il étoit bien fâché de les trouver trop éloignées de toutes les autres, & qu'apparemment l'erreur venoit de ceux qui les avoient données, & à qui on s'étoit fié. Cette politesse n'empêcha pas M. Cavina de repliquer aigrement à M. Montanari, qui voyant cette dispute dégenger en injures, se sentit assés fort pour oser déclarer publiquement qu'il y renonçoit. M. Guglielmini âgé alors de 21 an, & disciple aussi zelé de

de Montanari, que nous avons dit il y a quelques années que Viviani l'étoit de Galilée\*, car ces sortes d'attache- \* V. l'Hist de mens semblent avoir plus de force en Italie, demanda 1703. p. 138. à son Maître la permission de répondre pour lui. Il la lui refusa, de peur que son Adversaire ne crût toujours voir le Maître caché sous le nom du Disciple, mais M. Guglielmini trouva moyen de vaincre cette difficulté. Il proposa & il obtint de soutenir des Theses publiques, où M. Montanari n'assisteroit pas, & où M. Cavina, dont elles attaquoient l'opinion, seroit invité, & attendu pendant un certain temps. Il n'y vint point, il traita ce défi comme un Duel seroit traité en France, & il paroît qu'il fit bien. Quoique M. Guglielmini avoué qu'il n'étoit pas encore entierement sorti des Sections Coniques, il terrassoit en Géometrie son Adversaire. Il y eut assés d'écrits & assés gros sur une matiere, qui au fond ne les meritoit pas. Deux ou trois pages auroient suffi pour la Verité, les passions firent des Livres.

M. Guglielmini fut reçu Docteur en Medecine dans l'Université de Bologne en 1678, mais au milieu de l'application & des études que demande cette penible profession, un nouveau Phenomene, qui parut au Ciel, le rappella encore pour un temps du côté des Mathematiques. Ce fut la Comete de 1680 & 81, qui par je ne sçai quelle destinée particuliere remua plus qu'une autre le Monde sçavant. Le sentiment de ceux qui croient les Cometes des Corps éternels, aussi bien que les Planetes, avoit été attaqué par M. Montanari, sur ce fondement que cette derniere Comete qui avoit disparu à la fin de Fevrier 1681 n'étoit point alors assés éloignée de la Terre pour disparoître par son éloignement seul, & qu'il devoit y avoir eu par consequent quelque dissolution physique. Cette raison, qui pouvoit n'être pas démonstrative, le devint en quelque sorte pour M. Guglielmini, parcequ'elle venoit d'un Maître qu'il cherissoit, & elle l'engagea à chercher quelque moyen d'expliquer la génération des Cometes. Il en imagina un assés singulier, dont

il fit un ouvrage intitulé *De Cometarum natura & ortu Epistolica Dissertatio. Bononiæ 1681*. Il donne aux planetes des Tourbillons fort étendus, de sorte que ceux, par exemple, de Jupiter & de Saturne, qui ont leur centres éloignés de 165 millions de lieues, lorsqu'ils s'approchent le plus qu'il est possible, peuvent alors se couper vers leurs extrémités. Dans cet entrelasement, & cet embarras de la matiere de deux Tourbillons, il se forme en vertu des mouvemens opposés qui se combattent un Tourbillon nouveau, dont les parties les plus grossieres, car la matiere céleste n'est pas toute homogene, vont occuper le centre, & produisent un nouveau Corps solide, qui est à la tête de la Comete. Nous ne rapporterons ni les preuves, ni les difficultés de ce système, l'Auteur déclare qu'il ne le croit ni vrai, ni même vraisemblable, mais seulement propre à expliquer les faits, & il ne le propose qu'avec une modestie, qui en répare la foiblesse, & desarme les Critiques.

Il donna de nouvelles preuves de son sçavoir dans l'Astronomie par l'observation qu'il fit à Bologne de l'Eclipse solaire du 12 Juillet 1684, & qu'il imprima en Latin la même année.

Le merite de M. Guglielmini fut reconnu jusque dans son Païs. Le Senat de Bologne le fit premier Professeur de Mathematique, & lui donna en 1686 l'Intendance générale des Eaux de cette Etat. Les Voyageurs nous rapportent qu'en Perse la Charge de Sur-intendant des Eaux est une des plus considerables, à cause de la secheresse du Païs, & de la difficulté de l'arroser suffisamment, & également. Par une raison toute contraire, cette Charge est de la même importance dans le Bolonnois, & en général dans la Lombardie, où la grande quantité & la disposition des Rivieres & des Canaux, si utiles d'ailleurs au Païs, peuvent cependant produire de grands inconveniens, à moins que l'on n'y veille continuellement, & avec des yeux fort éclairés. M. Guglielmini eut cette délicatesse assés rare de regarder sa commission de Sur-

Intendant des Eaux, non comme une de ces Commissions, dont on s'acquie toujours assez bien avec quelques connoissances ordinaires, & où il suffit de ne rien gêter, mais comme un engagement serieux à tourner ses principales pensées de ce côté-là, & à servir le Public à toute rigueur.

Il donna donc dès l'année 1690 la premiere Partie, & en 91 la seconde d'un Traité d'Hidrostatique intitulé *Aquarum fluentium mensura nova methodo inquisita*, & dédié au Senat de Bologne. Son principe fondamental, & reçû de tous les Philosophes modernes, est que les vitesses d'une eau qui sort d'un tuyau vertical ou incliné, sont à chaque instant comme les Racines des hauteurs de sa surface superieure, ce qui amene necessairement la Parabole dans toute cette matiere. Quand même l'eau coule dans un canal horizontal, ce qui se peut pourvû qu'elle ait une issue pour se décharger, c'est encore le même principe, parceque l'eau superieure pressant l'inferieure, lui imprime de la vitesse à raison de sa hauteur.

Si l'on veut trouver dans un canal horizontal la vitesse moyenne entre celle du fond qui est la plus grande, & celle de la superficie qui est la plus petite, ou même nulle geometriquement, on voit aussi-tôt par la quadrature de la Parabole que cette vitesse est toujours à celle du fond comme 2 à 3, & qu'elle est toujours placée aux  $\frac{4}{5}$  de la hauteur du canal divisé de haut en bas.

Quand on a une experience fondamentale sur la vitesse de l'eau, par exemple, celle de M. Guglielmini, par laquelle une eau qui est tombée de la hauteur de 1 pied de Bologne parcourt en 1 minute 216 pieds 5 pouces d'un mouvement égal, on a sa vitesse pour toutes les chutes possibles, & il en a calculé une Table qu'il n'a poussée que jusqu'à 30 pieds de chute, parceque les plus grands Fleuves de l'Europe ne passent pas cette profondeur. Si l'on veut mesurer la quantité d'eau qui passe en 1 minute par un canal horizontal, comme on sçait que sa vitesse moyenne est aux  $\frac{4}{5}$  de sa hauteur, il faut avoir ces  $\frac{4}{5}$  en

pieds & en poudes; on trouve ensuite par la Table quelle vitesse convient à une chute ou pression de cette hauteur, c'est-là la vitesse moyenne de l'eau, & en la multipliant par la hauteur & largeur du canal, on a la quantité d'eau cherchée. M. Guglielmini trouve par cette methode que le Danube supposé horizontal à son embouchure, comme le sont presque toujours les grands Fleuves, du moins sensiblement, jette dans le Pont Euxin en 1 minute près de 42 millions de pieds cubiques Bolonnois d'eau.

Pour les Canaux inclinés, il ne faut qu'un peu plus de calcul, & de plus la connoissance de l'angle d'inclinaison du canal, après quoi tout le reste est pareil,

Telle est l'idée générale de tout l'Ouvrage. Il est fort net & fort methodique. Peut-être seulement paroîtroit-il un peu diffus à ceux qui ont pris le goût & l'habitude de cette brieveté vive de l'Algebre, assez semblable en fait de Mathematique à ce qu'on appelle en Eloquence, & en Poësie le Stile serré. Mais chaque Auteur écrit principalement pour son País, & quoique l'Italie ait été, du moins en Europe le berceau de l'Algebre, cette Science n'y avoit pas encore beaucoup prospéré du temps de M. Guglielmini, & elle avoit trouvé les climats du Nord bien plus favorables.

Les Actes de Leipfic ayant rendu compte en 1691 du Livre de la Mesure des Eaux, M. Papin fit quelques remarques & quelques objections sur l'Extrait qu'il y en avoit vû, & les fit inserer dans ce même Journal. Cela revint en gros à M. Guglielmini par des Lettres de M. Leibnits, avant qu'il pût avoir en Italie les Actes de Leipfic. Au nom de M. Papin, il eut peur de s'être trompé, car on n'en peut douter après l'aveu qu'il en fait lui-même, à moins qu'on ne veuille tenir pour un peu suspect cet aveu si glorieux, à qui entend la veritable gloire. Il vit enfin les Actes de Leipfic, & se rassura. Il écrivit à M. Leibnits pour le rendre Juge du differend.

M. Papin croyoit & prétendoit démontrer que l'eau

qui sort d'un tuyau toujours plein a la moitié moins de vitesse, que la premiere eau qui sort du même tuyau qui se vuide. Sa raison étoit que dans le premier cas l'eau n'a qu'un mouvement égal & uniforme, au lieu que dans le second elle a un mouvement accéléré, puisqu'elle tombe, ou est censée tomber. M. Guglielmini détruisit cette prétention avec toute l'honnêteté que devoit garder un homme qui s'étoit crû sincerement capable d'erreur, il paroît par toute sa Lettre qu'il doit avoir entièrement gain de cause, & cependant il paroît aussi qu'il y avoit encore en cette matiere quelque chose qu'il ne dé-mêloit pas, & qui lui échappoit à lui-même. Les vitesses de l'eau qui sont comme les racines des hauteurs, ayant précisément entre elles le même rapport que les vitesses des corps pesants qui tombent, les deux Adversaires, & tous les autres Philosophes avoient également pris cette idée fort naturelle, que les vitesses de l'eau dépendent donc d'une acceleration causée par une chute; mais nous avons fait voir après M. Varignon dans l'Hist. de 1703 <sup>\* \* p. 125. & 126.</sup> que cette idée si naturelle n'est point vraie, & qu'il y a un autre principe de ce rapport des vitesses de l'eau, tout différent de l'acceleration, & en même temps si simple, qu'il ne feroit pas un grand merite à son Inventeur, s'il n'avoit été long-temps caché aux plus habiles Géometres. Faute de l'avoir connu, M. Guglielmini ne peut éviter certains embarras, d'où il tâche à se sauver par des pressions de l'air. Il ne suffit pas de tenir une verité, il faut aussi, quand on veut la suivre un peu loin, en tenir la veritable cause, autrement la fausse cause d'une verité revient à enfanter des erreurs, ses productions naturelles. La Lettre de M. Guglielmini à M. Leibnits fut suivie en 1692 d'une autre adressée à M. Magliabecchi sur les Siphons, parcequ'il avoit trouvé dans les Actes de Leipzig que M. Papin en examinant un Siphon fait à Viremberg, s'étoit servi de sa fausse proposition. Les deux Lettres furent imprimées sous le titre de *Epistola duæ Hydrostaticæ*.

Ils s'éleva en ce temps-là un différent sur les eaux entre les Villes de Bologne & de Ferrare. Il s'agissoit principalement de sçavoir si on devoit remettre le cours du Reno dans le Po. Le Pape maître de ces deux Etats envoya les Cardinaux Dada & Barberin pour juger de cette affaire. Bologne chargea de ses interets le seul qu'elle en pût charger, M. Guglielmini. Les deux Cardinaux avec qui il traita prirent une si grande idée de sa capacité, qu'ils l'employèrent, non-seulement pour les eaux du Bolonnois, mais encore pour celles du Ferrarois, & du territoire de Ravenne, & l'engagerent à faire des desseins de differens travaux utiles, ou necessaires. Mais il lui arriva alors ce que nous avons déjà dit \* qui étoit arrivé à M. Viviani en pareille matiere; des Projets qui ne regardoient que le bien public n'eurent point d'exécution.

\* V. l'Hist. de  
1703. p. 142.

Comme M. Guglielmini avoit porté la Science des Eaux plus loin qu'elle n'avoit encore été, du moins en Italie, & qu'il en avoit fait une Science presque nouvelle, Bologne fonda dans son Université en 1694 une nouvelle Chaire de Professeur en *Hidrometrie*, qu'elle lui donna. Le nom d'*Hidrometrie* étoit nouveau aussi-bien que la place, & l'un & l'autre rappelleront toujours la memoire de celui qui en a rendu l'établissement necessaire.

Il se permettoit cependant quelques distractions de son étude des Eaux, dans des occasions où il eût été difficile de résister à d'autres Sciences qui l'appelloient. Quand M. Cassini retourna à Bologne en 1695, & y raccommoda la fameuse Meridienne qu'il avoit tracée 40 ans auparavant dans l'Eglise de S. Petrone, & que differents accidens avoient alterée, M. Guglielmini l'aïda dans ce grand travail astronomique, & fit même imprimer un Memoire des operations qu'on avoit fait pour la construction, & pour la verification de ce prodigieux Instrument. Il s'en servit depuis pendant plusieurs années à observer les mouvemens du Soleil & de la Lune.



En 1697 il publia son grand ouvrage *Della natura de' Fiumi*, qui passe pour son Chef-d'œuvre. Il le dédia à M. l'Abbé Bignon, qui l'année précédente l'avoit fait associer à l'Academie Royale des Sciences, & dont le nom & le merite, sans le secours d'un pareil bienfait, s'attirent souvent des Sçavans même étrangers de pareils hommages. La Préface roule sur la necessité de porter dans la Phisique la certitude de la Géometrie, & sur la difficulté souvent insurmontable de faire entrer les idées simples de la Géometrie dans la Phisique, aussi compliquée qu'elle est.

Un Phisicien ordinaire ne doutera peut-être pas qu'il ne connoisse suffisamment la nature des Rivieres, mais après avoir lû le Livre de M. Guglielmini, il demeurera convaincu qu'il ne la connoissoit point. Nous ne rapporterons ici que les vûes générales de ce Traité, & nous laisserons à imaginer ce que peuvent produire les différentes combinaisons des principes, & les applications aux cas particuliers.

Les Fleuves près de leurs sources descendent ordinairement de quelques Montagnes, & là il tirent leur vitesse de l'acceleration de la chute, mais à mesure qu'ils s'éloignent cette vitesse diminuë, parceque l'eau frotte toujours contre le fond & contre les rives, qu'elle rencontre en son chemin differents obstacles, & qu'enfin venant à couler dans les Plainès elle a toujours moins de chute, & s'incline davantage à l'Horizon. Le Reno y est à peine incliné de 52 secondes vers le bas de son cours. Si la vitesse acquise par sa chute se perd entierement, ce qui peut arriver à force d'obstacles redoublés, & après que le cours sera devenu tout à fait horizontal, il n'y a plus que la hauteur, ou la pression toujours proportionnée à la hauteur, qui puisse rendre de la vitesse à l'eau, & la faire couler. Heureusement cette ressource croît selon le besoin, car à mesure que l'eau perd de sa vitesse acquise par la chute, elle s'élève, & augmente en hauteur.

Les parties superieures de l'eau d'une Riviere, & éloignées des bords, peuvent couler par la seule cause de la déclivité, quelque petite qu'elle soit, car n'étant arrêtées par aucun obstacle elles peuvent sentir avec délicatesse, pour ainsi dire, la moindre difference du niveau, mais les parties inferieures, qui frotent contre le fond, ne seroient pas suffisamment muës par une si petite déclivité, & elles ne le sont que par la pression des superieures.

La viscosité naturelle des parties de l'eau, & une espece d'engrainement qu'elles ont les unes avec les autres, fait que les inferieures muës par la hauteur entraînent les superieures, qui dans un canal horizontal n'auroient eu d'elles-mêmes aucun mouvement, ou dans un canal peu incliné en auroient eu peu. Ainsi les inferieures en ce cas rendent aux superieures une partie du mouvement qu'elles en ont reçu. Delà vient aussi qu'assés souvent la plus grande vitesse d'une riviere est vers le milieu de sa hauteur, car ces parties du milieu ont l'avantage & d'être pressées par la moitié de la hauteur de l'eau, & d'être libres des frottements du fond.

On peut reconnoître si l'eau d'une riviere à peu près horizontale coule par la vitesse acquise dans la chute, ou par la pression de la hauteur. Il ne faut qu'opposer à son cours un obstacle perpendiculaire; si l'eau s'élève subitement contre cet obstacle, elle couloit en vertu de sa chute, si elle s'arrête quelque temps, c'étoit par la pression.

Les Fleuves se font presque toujours leur lit. Que le fond ait d'abord une grande pente, l'eau qui par conséquent aura beaucoup de chute & de force emportera les parties de ce terrain les plus élevées, & les entraînant plus bas, rendra ce fond plus horizontal. C'est sous le fil de l'eau qu'est sa plus grande force de creuser, & par conséquent c'est-là que le fond s'abaisse le plus, & il s'y fait une plus grande concavité. L'eau qui a rendu son lit plus horizontal l'est devenuë aussi davantage, & par-là elle

elle a moins de force de creuser , enfin cette force étant diminuée jusqu'à n'être plus qu'égale à la résistance du fond , voilà le fond en état de consistance , du moins pour un tems considerable. Les fonds de craye résistent plus que ceux de sable , ou de limon.

D'un autre côté , l'eau ronge & mine ses bords , & avec d'autant plus de force que par la direction de son cours elle les rencontre plus perpendiculairement. Elle tend donc en les rongeannt à les rendre paralleles à son cours , & quand elle y est parvenue autant qu'il est possible , elle n'a plus d'action sur eux à cet égard. En même temps qu'elle les a rongés , elle a élargi son lit , c'est-à-dire qu'elle a perdu de sa hauteur & de sa force , ce qui étant arrivé à un certain point , il se fait encore un équilibre entre la force de l'eau , & la résistance des bords , & les bords sont établis.

Il est manifeste par l'experience que ces équilibres sont réels , puisque les rivières ne creusent & n'élargissent pas leurs lits à l'infini.

Tout le contraire de ce que nous venons de dire arrive pareillement. Les Fleuves dont les eaux sont troubles & bourbeuses haussent leur lit , en y laissant tomber les matières étrangères , lorsqu'ils n'ont plus la force de les soutenir. Ils rétrécissent aussi leurs bords , parce que ces mêmes matières s'y attachent , & y forment comme des éruduits de plusieurs couchés. Ces matières rejetées loin du fil de l'eau à cause de leur peu de mouvement , peuvent même suffire pour faire des bords.

Ces effets opposés se rencontrent presque toujours ensemble , & se combinant très-differemment selon le degré dont ils sont chacun en particulier , il n'est pas aisé de juger le produit qui en résultera. Cependant c'est cette combinaison embarrassée qu'il faut saisir assez juste , quand on a affaire à un fleuve , qu'on veut , par exemple , détourner de son cours. On peut compter qu'il agira toujours selon sa nature , & qu'il s'accommodera lui-même un lit , & se fera un cours tel qu'il lui conviendra

M. Guglielmini rapporte qu'au commencement du Siècle passé le Lamone qui se rendoit dans le Po di Primaro en fut détourné , parcequ'on vouloit qu'il s'allât jeter seul dans le Golphe Adriatique. Il est arrivé que le Lamone devenu plus foible quand il n'a eu que ses propres eaux , a tellement haussé son lit par des dépositions de limon & de fange , qu'il s'est trouvé plus haut que n'est le Po dans ses plus fortes cruës , & qu'il a eu besoin de levées très-hautes.

La nécessité de faire des levées ou digues aux rivières peut venir de plusieurs causes. Voici les principales. 1°. Si les rivières sont tortueuses , leurs bords qui les arrêtent à l'endroit des sinuosités font élever les eaux , & leur donnent plus de force pour les ronger eux-mêmes , & pour les percer , après quoi elles se répandent dans les campagnes. 2°. Les rives peuvent être foibles , comme celles que les fleuves se font faites eux-mêmes par la déposition des matieres étrangères qu'ils charioient. Telles sont les rives de la plupart des fleuves de la Lombardie , & non-seulement ces rives , mais les plaines mêmes ont été formées par les fleuves. Il est bon de remarquer que les plaines faites ainsi par *alluvion* sont plus hautes vers les bords des rivières qui les ont produites , & toujours ensuite plus basses. 3°. Les fleuves qui courent sur du gravier fort gros sont sujets dans leurs cruës à en faire de grands amas , qui ensuite détournent leur cours. Ils sont indomptables le plus souvent , témoin la Loire , au lieu que ceux qui ont un fond de sable léger sont plus traitables.

Un petit fleuve peut entrer dans un grand sans augmenter sa largeur , ni même sa hauteur. Ce paradoxe apparent est fondé sur ce qu'il est possible que le petit n'ait fait que rendre coulantes dans le grand les eaux des bords qui ne l'étoient point , & augmenter la vitesse du fil , le tout dans la même proportion qu'il a augmenté la quantité de l'eau. Le bras du Po de Venise a absorbé le bras de Ferrare , & celui du Panaro sans aucun élar-

gissement de son lit. Il faut raisonner de même à proportion de toutes les cruës qui surviennent aux Rivières, & en général de toute nouvelle augmentation d'eau, qui augmente aussi la vitesse.

Si un fleuve qui se présenteroit pour entrer dans un autre fleuve, ou dans la Mer, n'étoit pas assez fort pour en surmonter la résistance, il s'élèveroit, ou parceque sa vitesse seroit retardée, ou parceque les eaux qui devroient le recevoir regorgeroient dans les siennes; mais par cette élévation il acquerroit la force nécessaire pour entrer, il la tireroit de l'opposition même qu'il auroit à combattre.

Un fleuve qui entreroit perpendiculairement dans un autre, ou même contre son courant, seroit détourné peu à peu de cette direction par celui qui le recevrait, & obligé à se faire un nouveau lit vers son embouchure.

L'union de deux rivières en une les fait couler plus vite, parce qu'au lieu du frottement de 4 rives elles n'ont plus que celui de 2 à surmonter, que le fil plus éloigné des bords va encore plus vite, & qu'une plus grande quantité d'eau muë avec plus de vitesse creuse davantage le fond, & diminue la première largeur. Delà vient aussi que les rivières unies occupent moins d'espace sur la surface de la Terre, permettent plus facilement que les campagnes un peu basses y déchargent leurs eaux superflues, & ont moins besoins de levées qui empêchent leurs inondations. Ces avantages sont tels que M. Guglielmini les croit dignes d'avoir été envisagés par la Nature, lorsqu'elle a rendu l'union des fleuves si ordinaire.

Ce sont-là les principes les plus généraux du *Traité Della natura de' Fiumi*. L'Auteur en fait l'application à tout ce qu'il appelle *l'Architecture des Eaux*, c'est-à-dire, à tous les Ouvrages qui ont les Eaux pour objet, aux nouvelles communications de rivières, aux Canaux que l'on tire pour arroser des Pays qui en ont besoin, aux Ecluses, au dessèchement des Marais, &c.

Ce Livre, original en cette matière, eut un grand

éclat. Cremone, Mantouë, & quelques autres Villes eurent recours au fameux Architecte des Eaux. Il ordonna les travaux qui leur étoient nécessaires, mais son art brilla principalement dans des levées qu'il fit au Po audeffous de Plaisance, où ce fleuve faisoit de grands ravages, & menaçoit d'en faire encore de plus grands.

La Republique de Venise l'envia à l'Etat de Bologne, & lui donna en 1698 la Chaire de Mathématique à Padouë. Cependant sa Patrie pour se le conserver autant qu'il étoit possible, & pour se pouvoir toujours vanter qu'il lui appartenoit, voulut qu'il gardât le titre de Professeur dans son Université, & lui continua même ses appointemens.

Venise ne le laissa pas long-temps dans des exercices tranquilles & dans l'ombre d'une Université. En 1700 elle l'envoya en Dalmatie réparer les ruines de Castelnovo, & quelque temps après dans le Frioul, où un Torrent très-impetueux qui avoit déjà détruit plusieurs Villages étoit prêt à tomber sur l'importante Forteresse de Palme. M. Guglielmini fait sentir tant d'amour pour le bien public dans ses ouvrages, même dans ceux où la sécheresse mathématique domine, qu'il faut lui compter tous ses voyages, & toutes ses fatigues, pour autant d'agréemens dans sa vie.

Peut-être l'envie de servir le Public de toutes les manieres dont il le pouvoit servir, le fit-elle retourner à la Medecine, qu'il sembloit avoir sacrifiée aux Mathématiques. Il prit en 1702 la Chaire de Professeur en Medecine Théorique à Padouë, & quitta celle qu'il avoit auparavant. Une Dissertation qu'il avoit publiée l'année précédente *De Sanguinis natura & constitutione*, avoit pû être un préface de ce changement, c'étoit du moins une preuve de son grand travail, & de la grande étendue de ses connoissances.

Mais il en donna une beaucoup plus éclatante par son Livre intitulé *De Salibus Dissertatio Epistolaris Physico-Medico-Mechanica*, imprimé à Venise en 1705. Il n'y a

pas encore fort long-temps que tous les raisonnemens de Chimie n'étoient que des especes de fictions poétiques, vives, animées, agréables à l'imagination, inintelligibles, & insupportables à la raison. La saine Philosophie a paru, qui a entrepris de réduire à la simple mécanique corpusculaire cette Chimie si mystérieuse, & en quelque façon si fiere de son obscurité. Cependant il faut avouer qu'il lui reste encore chez quelques Auteurs des traces de son ancienne poésie, des unions presque volontaires, des combats qui ne sont guere fondés que sur des inimitiés, & quelques autres idées qui peuvent ne pas convenir au sévere mécanisme. M. Guglielmini paroît avoir eu une extrême attention à ne leur pas permettre de se glisser dans sa Dissertation chimique, il y rappelle tout avec rigueur aux regles d'une Physique exacte & claire, & pour épurer la Chimie encore plus parfaitement, & en entraîner toutes les saletés, il y fait passer la Géométrie. Le fondement de tout l'ouvrage est que les premiers principes du Sel commun, du Vitriol, de l'Alun, & du Nitre ont par leur premiere création des figures fixes & inalterables, & sont indivisibles à l'égard de la force déterminée qui est dans la matiere. Le Sel commun primitif est un petit Cube, le Sel du Vitriol un Parallelepipede rhomboïde, celui du Nitre un Prisme qui a pour base un Triangle équilatéral, celui de l'Alun une Pyramide quadrangulaire. De ces premieres figures viennent celles qu'ils affectent constamment dans leurs cristallisations, pourvû qu'on les tienne aussi exempts qu'il se puisse de tout mélange, & de tout trouble étranger. Quand il s'agit de l'action des Sels, M. Guglielmini examine géométriquement & mécaniquement les propriétés de ces figures par rapport au mouvement, & en vient à un détail assés curieux, & fort nouveau dans un Traité de Chimie. Il ne rapporte pas d'expériences, ni d'observations nouvelles qu'il ait faites, il établit son système sur celles des plus fameux Auteurs, parmi lesquels il cite souvent les Confreres qu'il avoit dans cette Académie,

M<sup>rs</sup> Homberg, Lémery, Boulduc, Geoffroy. En un mot, ce n'est pas tant la Chimie qui domine dans ce Traité que la Géometrie, & ce qui vaut encore mieux, l'esprit géométrique.

Quand on achevoit l'Impression de ce Livre, il reçût l'Histoire de l'Academie de 1702 Il y trouva un sentiment de M. Homberg tout opposé au sien, que les figures constantes des Sels Acides dans leurs cristallisations ne viennent pas des premieres particules qui les composent, mais des Alkali avec lesquels il se sont unis. Il avouë qu'il eut peur que l'autorité d'un si grand Chimiste ne fut seule suffisante pour renverser tout son système, & il se hâta de le mettre à couvert par une Réponse, qui pour être fort honnête & fort polie ne perd rien de sa force, & peut-être en a davantage.

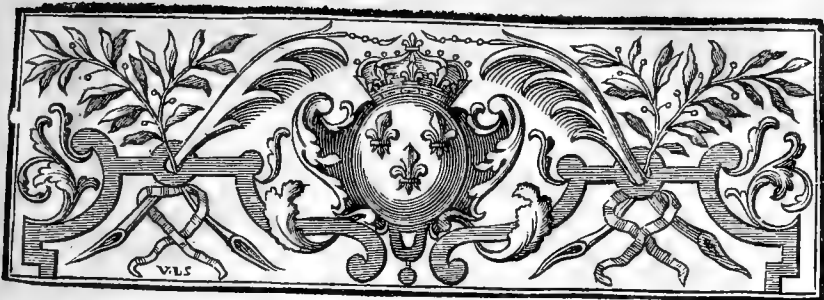
Il fit encore deux ouvrages de Phisique, l'un intitulé *Exercitatio de Idearum vitiis, correctione, & usu ad statuendam & inquirendam morborum naturam* en 1707., & l'autre *De Principio Sulphureo* en 1710, & ce qui est fort glorieux pour lui, la datte de ce dernier ouvrage est celle de sa mort. Sa vie entiere a été dévouée aux Sciences. Ceux qui les aiment avec moins d'emportement pourroient lui reprocher ses excès, qui à la verité ruinerent en lui un temperament très-robuste, mais qui cependant ne peuvent être blâmés qu'avec respect. Il avoit cet extérieur que le Cabinet donne ordinairement, quelque chose d'un peu rude & d'un peu sauvage, du moins pour ceux à qui il n'étoit pas accoutumé; il méprisoit, dit le Journal des Sçavans d'Italie, cette politesse superficielle dont le monde se contente, & s'en étoit fait une autre qui étoit toute dans son cœur.

Sa place d'Academicien Associé Etranger a été remplie par Mylord Comte de Pembroke.

F I N.

MEMOIRES





# MEMOIRES

DE

## MATHEMATIQUE

ET

## DE PHYSIQUE.

TIREZ DES REGISTRES

*de l'Académie Royale des Sciences.*

De l'Année M. DCCX.

## EXPERIENCES

SUR LE RESSORT DE L'AIR.

PAR M. CARRE.



ISANT il y a quelques jours dans <sup>juillet</sup> l'Histoire de l'Académie de l'année 1709. 1708, page dix-huitième quelques expériences faites par Monsieur Parent, par lesquelles il prétend appuyer l'opinion qu'il a, que l'air n'a point de ressort : il me parut que la matiere étoit assez de conséquence pour ne me pas rendre aux raisonne-

*Mem.* 1710.

A

mens ni aux expériences de M. Parent, sans l'avoir examinée de nouveau : Car il faut bien remarquer une chose à laquelle on ne fait peut-être pas assez d'attention ; c'est qu'on est sujet à tomber dans l'erreur lorsqu'on veut établir ses Conclusions sur une expérience ou deux, qui auront réussi conformément à nos idées, sur tout quand il s'agit de détruire un sentiment reçu par les Esprits du premier ordre, fondé sur un grand nombre d'expériences, & confirmé par des raisonnemens solides.

Je me suis donc déterminé à réitérer les expériences de M. Parent, & à les accompagner de plusieurs autres qui pourront servir à éclaircir la matiere. Mais avant que de les rapporter, il est bon de transcrire ce qu'en a dit M. Fontenelle. Le voici. *Une expérience singuliere & fort surprenante s'accorde avec cette pensée ou plutôt la prouve. M. Parent a pris plusieurs petites phioles de verre rondes, d'environ un pouce de diametre, avec un col fort long comme 8 à 10. ponces, & large d'une ligne. Il a mis dans chacune de ces phioles une liqueur differente & en assez petite quantité, de l'eau, du vin, de l'esprit de vin, de l'huile de tartre, de l'huile de petrole, du mercure : Ensuite il a fait entrer leur col dans un trou fait au Recipient d'une machine pneumatique, il a pompé l'air, après quoi il a fondu avec la lampe la partie du col qui étoit en dehors, en la tortillant, & aussi-tôt le poids de l'air environnant l'a scellée hermetiquement, de sorte qu'on étoit sûr que toutes ces Phioles étoient bien vuides d'air. Il y en avoit en même tems d'autres toutes pareilles, & bien scellées aussi, où l'on avoit laissé tout l'air qu'elles pouvoient contenir. On mettoit les unes & les autres sur les charbons ardents ; celles qui étoient pleines d'air, & qui par la grande augmentation que la chaleur causoit à sa force de ressort, auroient dû crever avec grand bruit, ne faisoient que se fondre paisiblement par cette ouverture. Celles au contraire qui ne contenoient point d'air, mais seulement un peu de liqueur faisoient toutes une grande détonation, & sautoient en éclats. Que devient dans ce phénomène le ressort de l'air ? Il paroît que la matiere étherée introduite par le feu dans les phioles ne*

*pouvoit pas faire contre leurs parois interieures un aussi grand effort par le moyen des particules de l'air, subriles & déliées comme elles le sont, que par le moyen des particules plus massives de ces autres liqueurs.*

*Parlà on expliqueroit fort aisément pourquoi l'humidité augmente à un si haut degré les effets qu'on attribuoit au ressort de l'air. On ne seroit plus en peine de sçavoir comment ce ressort peut agir dans de grandes rarefactions, où il ne semble pas que les parties de l'air puissent se toucher ni s'appuyer les unes sur les autres. Mais nous étendrions peut-être les conséquences plus loin qu'il ne nous est permis présentement, il y a pour les veritez de Physique une certaine maturité, que le tems seul peut leur donner. Voici maintenant mes expériences.*

J'ai fait faire d'abord par le sieur de Ville Emailleur, quatre petites phioles de verre à long col, semblables à celles de M. Parent, & préparées de la même maniere. La 1<sup>re</sup> étoit pleine d'air grossier: la 2<sup>e</sup> vuide d'air grossier: la 3<sup>e</sup> pleine d'air grossier avec une petite quantité d'eau commune: la 4<sup>e</sup> étoit vuide d'air grossier, & où il y avoit aussi une très-petite quantité d'eau. Elles étoient toutes scellées hermetiquement. Les ayant mises les unes après les autres sur les charbons ardens, voici ce qui est arrivé. Celle où il n'y avoit que de l'air grossier, & qui a été quelque tems sans faire son effet à cause qu'elle étoit un peu plus épaisse que les autres, s'est ouverte par un endroit qui s'est un peu allongé auparavant, & on a entendu une espèce de sifflement causé par l'air qui en est sorti sans un bruit éclatant. La 2<sup>e</sup> a fait à peu près le même effet: le sifflement a été un peu plus fort; la partie de la phiole la plus échauffée s'est allongée un peu davantage & a cédé plus promptement. La 3<sup>e</sup> a fait en fort peu de tems une grande détonation & a sauté en éclats fort petits. La 4<sup>e</sup> a aussi crevé avec bruit & fort promptement, quoiqu'il ne s'y soit fait qu'un petit trou.

J'ai ensuite fait faire quatre autres petites phioles semblables aux précédentes. La 1<sup>re</sup> qui étoit pleine d'air a demeuré assez long-tems sur les charbons sans faire son ef-

fet, puis elle a crevé avec assez de bruit en s'allongeant ; & il s'y est fait un assez grand trou.

La 2<sup>e</sup> qui étoit aussi pleine d'air, a fait à peu près le même effet, mais avec moins de bruit, l'endroit par où elle a crevé, s'est plus allongé, & le trou étoit plus petit.

La 3<sup>e</sup> & 4<sup>e</sup> qui étoient vuides d'air grossier, ont rentré en dedans sans crever, sur tout la 4<sup>e</sup>, de maniere que la moitié de la convexité qui touchoit les charbons, s'est appliquée assez exactement sur l'autre moitié, & ne composoit plus qu'un hemisphere creux. Il paroît que c'est-là ce qui doit toujours arriver dans cette expérience, parce que l'air extérieur, quoique très-dilaté par la chaleur, doit presser plus fort, que l'air subtil du dedans ne lui résiste, & obliger ainsi la partie la plus échauffée de la phiole de rentrer en dedans. Et si cela n'est pas arrivé dans la première expérience semblable, c'est apparemment parce qu'il étoit resté assez d'air ou de quelque autre matiere dans la phiole pour la faire crever.

N'étant pas encore content de ces expériences, j'ai fait faire quinze autres petites phioles semblables aux précédentes, dont voici le détail avec les effets que le feu a produits.

La 1<sup>re</sup> étoit pleine d'air naturel : l'ayant mise sur les charbons, elle s'est cassée en morceaux en fort peu de tems avec un peu de bruit : ce qui n'étoit pas arrivé dans les premières expériences semblables.

La 2<sup>e</sup> étoit vuide d'air grossier : elle s'est fondue sans crever, & s'est changée en hemisphere creux comme cy-devant.

La 3<sup>e</sup> étoit pleine d'air avec un peu d'eau, elle a crevé avec grand bruit en peu de tems.

La 4<sup>e</sup> étoit vuide d'air avec un peu d'eau ; elle a crevé en peu de tems, & le bruit a été un peu plus fort que celui de la précédente.

La 5<sup>e</sup> étoit pleine d'eau : elle est demeurée fort peu de tems sur les charbons, qu'elle a jettez de tous côtez en crevant avec un très-grand bruit.

La 6<sup>e</sup> étoit pleine d'eau vidée d'air: le col s'est cassé, & a fait une espece d'Eolipile qui a duré assez de temps, & quoique le feu fut fort ardent, la phiole n'en a reçu aucun changement.

La 7<sup>e</sup> étoit vuide d'air avec un peu d'esprit de vin coloré: elle a crevé presque aussi tôt qu'elle a été mise sur les charbons avec assez de bruit.

La 8<sup>e</sup> étoit pleine d'air avec un peu de sel marin en poudre: elle s'est fondue, & il s'y est fait un petit trou avec bruit.

La 9<sup>e</sup> étoit pleine d'air avec un peu de salpêtre: il s'y est fait un petit trou en très-peu de tems avec un peu de bruit.

La 10<sup>e</sup> étoit pleine d'air avec un peu d'urine: elle a crevé en peu de tems avec assez de bruit.

La 11<sup>e</sup> étoit vuide d'air avec un peu d'eau salée: elle a crevé avec un fort grand bruit & en peu de tems.

La 12<sup>e</sup> étoit vuide d'air avec un peu d'or fulminant: elle a crevé presque aussi-tôt qu'elle a été mise sur les charbons avec un peu de bruit.

La 13<sup>e</sup> étoit vuide d'air avec un peu de soufre: elle s'est fondue, & a rentré en dedans sans crever, le soufre s'est aussi fondu, & a monté au haut du col de la phiole.

La 14<sup>e</sup> étoit pleine d'air avec un peu d'huile de lampe: elle a demeuré assez long-tems sur les charbons, puis elle a crevé avec un assez grand bruit.

La 15<sup>e</sup> étoit vuide d'air avec une goutte de mercure d'une ligne de diametre ou environ: elle est demeurée sur les charbons pendant trois minutes sans recevoir aucun changement. Quand elle a été refroidie, on l'a remise sur le feu pendant 7 ou 8 minutes sans produire aucun effet, le mercure se tenant toujours au haut du col. On y a seulement apperçu une petite felure.

Il paroît que toutes ces expériences, bien loin de détruire le ressort de l'air, servent plutôt à l'établir. Mais il semble aussi que la dilatation ni le ressort de l'air enfermé, ne sont pas la cause immediate du bruit, & de

l'éclat des parties du verre , puisque quelques-unes des phioles qui ont été remplies d'air , ont crevé sans faire de bruit ; dont la raison est que la force du ressort de l'air aussi-bien que des autres corps , ne consistant que dans le débandement de ses parties , & poussant également de tous côtez , & cela successivement & uniformément , à proportion de l'action de la matiere subtile dans ses pores , cette force se distribuant sur toutes les parties de la phiole où il est enfermé , celle qui est la plus échauffée venant à se fondre , cede & donne passage à l'air qui sort à peu près de même , que celui d'une Eolipide : Car ne se dilatant pas assez promptement , il ne brise pas les parois de la bouteille. Mais quand l'air est mêlé avec quelques autres parties de matiere susceptibles d'un grand mouvement , & d'une dilatation prompte & subtile , alors il produit le bruit que l'on entend , & met le vaisseau en pieces. L'on ne voit pas bien la mécanique de l'action de ces petites parties de matiere pour causer ce fracas. Et il faut avouer que les moindres expériences sont souvent capables d'embarasser l'esprit d'un Physicien , qui ne reconnoît point d'autre force ni d'autre vertu dans les corps , que celle qui se tire du mouvement & de la figure de leurs parties. Mais quoique souvent l'on ne fasse que deviner , en voulant expliquer quelques effets ou quelques expériences particulieres : on ne laisse pas de reconnoître que c'est un sentiment veritablement ridicule , que de vouloir établir un Pyrrhonisme absolu dans la Physique , & qu'en cette science aussi-bien que dans plusieurs autres , on est réduit à cette proposition , qu'on est venu à connoître qu'on ne peut rien sçavoir.

Voici encore deux expériences qui meritent d'être rapportées ici , à cause du rapport qu'elles ont avec les précédentes , & qui prouvent la force étonnante de la dilatation des liqueurs : à quoi ceux qui en font des expériences doivent prendre garde , de crainte d'être blessez. Une Eolipide ayant été mise sur les charbons , & le feu ayant été poussé un peu violemment , elle sauta de dessus

le rechaut, & alla donner contre un pilier de table qui étoit à deux ou trois pieds de là, avec assez de force pour se bossuër, & piroüetta encore pendant quelque tems.

La seconde expérience a été faite à l'Académie *del Cimento*. On a pris un tuyau de verre long d'un pied & demi ou environ, dont les extremités se terminoient en boule d'une égale capacité : une de ces boules étoit ouverte comme si le tuyau étoit prolongé en passant au travers. On a versé dans le tuyau une quantité d'eau de vie suffisante pour remplir la boule inferieure & la moitié du tuyau : puis on a scellé hermetiquement l'ouverture de la boule superieure. L'on a plongé le tout dans un vaisseau plein d'huile, que l'on a fait bouillir sur le feu en soufflant continuellement sur les charbons ; l'eau de vie a monté dans la boule superieure, & a fait crever le tout avec tant d'impetuosité, qu'ayant employé un vaisseau de cuivre au lieu d'un de verre, le fond s'est rompu. Et ayant employé une autre fois un vaisseau de fer de l'épaisseur d'une piastra, il s'est aussi crevé & a emporté un éclat de pierre du pavé.

## REMARQUES.

*Sur la construction des Lieux Géometriques & des Equations.*

PAR M. DE LA HIRE.

**N**ous ne trouvons pas qu'avant M. Descartes on eût donné une Méthode pour la construction des Equations, par deux lieux dont les rencontres servent à en déterminer les racines, & dont il a seulement proposé quelques exemples dans sa Géometrie. On s'est appliqué depuis à expliquer cette Méthode, & il ne paroïssoit pas à ceux qui en ont écrit, qu'elle dût être soupçonnée d'aucune erreur, puisqu'elle étoit fondée sur des principes si

7. Decembre  
1709.

clairs & si simples , que la démonstration en étoit toute évidente & ne meritoit pas de s'y arrêter. Cependant des Géometres du premier ordre ont crû y trouver des défauts , & l'on est venu jusqu'à dire qu'on n'en peut imaginer aucune qui n'y soit , ce qu'on fait voir par des exemples. Enfin on a crû ces exemples si convainquans qu'un Auteur celebre souhaite une démonstration *à priori* de la cause de ces erreurs.

C'étoit aussi mon sentiment lorsqu'on publia ces exemples , & le même Auteur ajoute que cette démonstration dépendroit d'une Théorie d'Algebre fort nouvelle & fort curieuse , & que les grands progrès que l'on fait de jour en jour , semblent promettre qu'on ira bientôt jusque là.

Mais il me semble qu'on ne doit pas accuser de défaut une Méthode géométrique , dont l'application qu'on en fait dans quelques exemples pourroit avoir des défauts ; & c'est ce qui m'a engagé à reprendre cette espece d'étude que j'avois abandonnée depuis plus de 30 ans.

En 1678 je donnai au Public dans un petit Livre trois Traitez , le premier contenoit des Elemens des Sections coniques décrites sur un plan par une propriété de leurs foyers , & j'y joignis la construction des Lieux & celle des Equations , où je tâchai d'expliquer ce qui s'y rencontre ordinairement : mais depuis ce tems là il s'est trouvé plusieurs cas sur ce sujet , lesquels ne paroissent pas pouvoir se résoudre par les mêmes regles quoique géométriques & générales , & c'est ce que j'expliquerai dans ce Mémoire tant sur la construction des lieux en particulier que sur leurs constructions combinées dont on tire la résolution des Equations , ce qui servira de Supplément à ce que j'en ai donné autrefois.

On a toujours considéré deux especes de lieux plans , les uns à la ligne droite & les autres aux Courbes de quelque genre qu'elles puissent être ; mais il y a quelques-uns de ces lieux qui ne sont pas toujours ce qu'ils paroissent dans leur formule , & c'est ce qui pourroit les faire regarder comme de nouveaux lieux de la même espece ,



espece; lesquels n'apportent néanmoins aucun changement aux regles générales; mais en découvrant & en expliquant ce qu'elles renferment, on vient à résoudre des difficultez qui pouvoient faire croire que les regles étoient défectueuses.

On sçait que les Lieux géométriques plans ne sont que des lignes droites ou courbes tracées sur un plan, & dont tous les points sont déterminez par l'extrémité d'une ligne droite qui peut changer de grandeur, & qui fait un angle constant avec une autre ligne droite qu'elle parcourt par son autre extrémité, & cette seconde ligne qui est parcourüe par la premiere peut être considerée indéfinie d'un côté & d'autre, mais elle a un point fixe qu'on appelle l'origine du lieu. J'avois appelé cette seconde ligne la *Tige* du lieu, & la premiere, dans ses différentes positions sur la seconde en la parcourant, les *Rameaux* du lieu. On a aussi appelé depuis les parties de la Tige, les *Abscisses*, & les Rameaux les *Ordonnées*.

Ce sont ces parties de la Tige ou *Abscisses*, & ces Rameaux ou *Ordonnées* qui changent de grandeur pour chaque point du lieu, & ce sont ces deux especes de lignes qui sont les indéterminées de l'équation qui déterminent la nature du lieu par leur rapport entr'elles & à d'autres quantitez connues qui sont mêlées dans l'équation: & comme toute équation se peut résoudre à une analogie qui contient deux rapports semblables, on peut dire que les indéterminées d'un lieu ont dans toutes leurs grandeurs différentes, un rapport entr'elles qui s'exprime toujours de la même maniere. Ainsi lorsque les lieux sont entiers & parfaits, ils doivent contenir toutes les différentes grandeurs des indéterminées entr'elles, lesquelles peuvent s'exprimer par la même équation, soit que ces grandeurs soient affirmatives ou négatives.

## DE LA CONSTRUCTION DES LIEUX

& premierement des Lieux simples.

Je parlerai premierement de la Construction des Lieux

simples, qui sont ceux qu'on ne peut exprimer ni réduire à un moindre nombre de termes comme  $axy = x^3$ ,  $aa = xx + yy$ ,  $xy = a^3$  &c. Car c'est par leur moyen qu'on peut construire les Composez.

Il y a plusieurs manieres de faire les réductions des Lieux composez aux simples; les réductions lineaires sont fort simples, mais les réductions par d'autres courbes demandent quelquefois encore de nouvelles réductions. Les Exemples suivans nous en fourniront des modèles.

Je supposeray dans tous les Exemples que les angles des deux indéterminées qui forment le lieu, seront droits, quoiqu'on les puisse faire pour l'ordinaire tels qu'on voudra.

### PREMIER EXEMPLE.

FIG. I. Si l'on propose pour équation d'un lieu  $ay = xx$ , on sçait que c'est la parabole quarrée ou la premiere parabole  $BAC$  dont les  $AO = +y$ , les  $OC = +x$ , les  $OB = -x$ , & le parametre  $= a$ , l'origine du lieu étant en  $A$ ; car  $-x$  quarré fait aussi-bien  $+xx$  que  $+x$ , & l'on ne peut point prendre des  $-y$  sur  $OA$  prolongée au-delà de  $A$ ; car on auroit  $-ay$  qu'on ne pourroit pas égaler à  $+xx$  pour rendre l'équation du lieu.

### II. EXEMPLE.

Mais si l'on propose le quarré de l'équation précédente sous cette forme  $axy = x^4$  qui est une parabole quarrée-quarrée, nous trouverons que c'est la même que la premiere ou la précédente, mais qui est doublée au dessus du sommet  $A$  & sur le même axe: car premierement il est évident que le Quarré-quarré de  $OC$  ou  $FE = +x$ ; & de  $OB$  ou  $FD = -x$  seront aussi  $+x^4$ , & que le quarré de  $+ay$  ou  $-ay$ , c'est à-dire de  $a =$  parametre par  $AO$  ou  $AF$  sera aussi  $+axy$ .

### III. & IV. EXEMPLE.

Des deux paraboles cubiques simples celle dont l'équa-

tion est  $ay = x^3$  n'est que la moitié de la parabole quarré-quarrée qui va d'un côté de l'axe de  $C$  en  $A$  & passe de l'autre de  $A$  en  $D$  ; car  $ax + y = AO$  fera  $+ay = +x^3$  qui est  $CO$ , &  $ax - y$  qui est  $AF$  fera  $-ay = -x^3$  qui est le cube de  $FD = -x$ , & cette équation  $-ay = -x^3$  est aussi  $+ay = +x^3$  qui est la proposée.

Mais l'autre parabole cubique dont l'équation est  $+ay = +x^3$  ne peut être que  $CAE$  moitié encore de la parabole quarré-quarrée, mais prise d'un même côté de l'axe, ce qui est facile à voir : car  $+x^3$  ne sçauroit jamais être produit par  $-x$ , quoique  $+ay$  puisse être produit par  $+ ou -y$ .

#### V. & VI. E X E M P L E.

Les deux paraboles cube-cubes  $a^2y = x^6$  &  $ay^2 = x^6$ , qui ont pour leurs racines les deux précédentes, ne sont que la même, & qu'on peut considérer comme formées chacune par celles de leurs racines doublée des deux côtés de l'axe, qui ne fera aussi que la simple repetée au-dessus & au dessous du sommet, comme la quarré-quarrée. Ce qui est facile à connoître par les produits des signes de leurs termes, comme on a fait pour les précédentes.

#### VII. E X E M P L E.

Mais pour la parabole  $a^2y^3 = x^6$  dont la racine cubique est  $ay = xx$ , elle ne peut être que la première parabole  $BAC$  qui est sa racine, comme on le connoitra facilement par les signes qui doivent précéder les valeurs des indéterminées, en suivant ce qui vient d'être expliqué.

Les constructions de ces paraboles ne sont pas toujours composées à proportion de l'élevation des inconnues de l'équation, comme celles dont l'équation est  $a^2y = x^6$  ou  $ay^2 = x^6$ , car elles n'ont pas d'autre forme que la première  $BAC$ , puisque  $+ ou -x$  donnera  $+x^6$ , & seulement  $+y$  peut fournir l'autre terme avec le signe  $+ ou$  affirmatif.

Ce sera la même chose pour les autres paraboles  $ay^3 = x^4$  ou  $a^2y = x^4$ . Mais pour  $ay^4 = x^5$  elle retombe à la forme de la cubique  $CAE$ , &  $a^4y = x^5$  revient à l'autre cubique  $CAD$ . Il sera fort aisé de connoître la figure de toutes ces sortes de paraboles à quelque degré qu'elles soient élevées en examinant le produit des signes de leurs termes comme on a fait pour les précédentes.

Je ne m'arrêteray pas à expliquer la construction des équations des lieux  $aa = yy + xx$  qui est au Cercle, ou  $aa = yy - xx$  qui est à l'hyperbole équilatère; car elles sont trop connues; non plus que celles des Ellipses & des autres hyperboles simples.

## VIII. EXEMPLE.

FIG. II. Mais si l'on propose ce lieu  $a^3 = y^3 + a^3$  qui a la forme d'un lieu au cercle & qui n'en sçauroit être un, on voit que pour le construire, il en faut déterminer tous les points  $D$  sur les  $CO = y$  comme déterminées; car alors on aura l'équation  $a^3 - y^3$ , ce qui sera donné ou connu  $= x^3$ , & ce qui se peut faire dans quelques cas par la Géométrie ordinaire, où l'on pourra trouver quelques abreges pour l'expression de tous les  $y$ , & dans d'autres par les constructions des équations.

Ce sera la même chose pour cette forme d'hyperbole équilatère dont l'équation seroit  $y^3 - a^3 = x^3$ , & pour toutes les autres équations semblables qui auront la forme des Ellipses & des hyperboles, à quelque degré qu'elles soient élevées, & pour toutes leurs différentes racines.

## IX. EXEMPLE.

FIG. III. L'équation  $xy = aa$  est à l'hyperbole entre ses asymptotes, ce qui est très-connu: mais les autres plus composées qui ont la même forme sont différentes comme  $xxyy = a^4$ . Car l'équation  $yx = aa$  convient aux hyperboles opposées  $IB$ ,  $EH$  entre leurs asymptotes  $FG$ ,  $AD$ , ce qui est évident. Mais le quarré des deux termes de cette équation  $yyxx = a^4$  sera les mêmes hyperboles conju-

guées ou les mêmes repetées dans les quatre angles des asymptotes. Ainsi la racine de cette équation quarrée ne donneroit que partie du lieu. Ce qui est évident, puisque  $CG \times GK$  seroit  $-yx = +aa$ , ce qui ne se peut éгалer; mais son quarré seroit  $+yyxx = +a^4$  aussi-bien que  $CA \times AB + yx = +aa$  dont le quarré seroit  $+yyxx = a^4$ .

#### X. E X E M P L E.

Mais l'équation  $yyx = a^3$  n'aura la forme ni de l'une ni de l'autre des deux hyperboles précédentes; mais seulement celle de la moitié des conjuguées comme  $K$  &  $I$  qui sont d'un même côté d'une des asymptotes comme  $AD$ , car  $CA$  quarré ou  $CD$  quarré sera toujours  $+yy$ , qui étant multiplié par  $AB$  ou  $DK = +x$  donnera  $+yyx = a^3$ , ce qui ne peut pas être pour les hyperboles  $EH$  ou  $LM$ , car on auroit pour celles-ci  $-yyx = +a^3$ .

Si l'on avoit  $y^3x = a^4$ , on verra que la forme sera celle des hyperboles opposées  $IB$ ,  $EH$ .

Mais si l'on proposoit le lieu  $y^4xx = a^6$  qui a pour sa racine la précédente  $yyx = a^3$ , on trouvera que ce seront des hyperboles conjuguées qui feront le lieu.

On trouvera de même que cette espece d'équation de lieu à quelque degré qu'elle soit élevée, se réduira toujours à l'une de celles que nous venons d'expliquer.

#### D E L A C O N S T R U C T I O N

des Lieux composez

Il y a des constructions des lieux composez qui se réduisent par des lignes droites & d'autres par des courbes. Ceux qui se réduisent par des lignes droites ne changent pas la figure ou la nature du lieu quand on veut changer l'angle que font les inconnues entr'elles, & ce sont de ces sortes de réductions dont j'ai parlé assez au long dans mon Traité des Lieux. Mais pour les réductions par des courbes, le lieu change de nature, car il arrive

roit que la tige du lieu seroit une ligne courbe, laquelle nous posons toujours en ligne droite.

Je réduis & je construis tous les lieux composez sans avoir aucun égard s'ils conservent la nature des lieux simples desquels ils peuvent dépendre ; ce qui me semble plus facile que de changer dans quelques cas la grandeur des parametres, & les raports de quelques autres lignes, puisqu'aussi-bien nous ne pouvons trouver que les points de ces lieux ; & je donne seulement quelques exemples de réductions qu'on peut varier en plusieurs manieres, lesquelles doivent toujours donner le même lieu.

## R E M A R Q U E.

On remarquera que je me fers par tout de la seule lettre *a*, pour exprimer les quantitez déterminées de l'équation ; car s'il y en a plusieurs qui soient seules dans leurs termes, elles peuvent se réduire à une même, & si elles sont jointes aux indéterminées, elles ne changent pas la méthode ; mais elles rendent seulement le calcul un peu plus long, ce que j'ai tâché d'éviter dans ce Memoire.

## I. E X E M P L E.

FIG. IV. Soit le lieu proposé  $xx = yy + ay$ .

Je pose pour le réduite  $y + \frac{1}{2}a = z$ , ou bien  $z - \frac{1}{2}a = y$  & substituant dans la proposée les valeurs de *y*, on aura  $xx = zz - \frac{1}{4}aa$  qui est le lieu réduit à l'hyperbole simple équilatère.

La construction en est facile, car la réduction n'est que lineaire.

Soit  $AB = a$  qui sera l'axe de l'hyperbole ou des hyperboles opposées *DAE*, *FBG*, dont le centre est en *C*. Les *CH* seront les  $+\frac{1}{2}a$ , & les *CI* les  $-\frac{1}{2}a$  ; les *HE* ou *IG* les  $+x$ , & les *HD* ou *IF* les  $-x$ . Ces deux hyperboles seront le lieu de l'équation réduite dont l'origine est en *C*.

Mais par la réduction dont on s'est servi, on aura  $+\frac{1}{2}a$ , ce qui est  $CH - CA = AH = +y$ . L'origine

des  $y$  fera donc en  $A$ , & les  $AH = +y$  & les  $AI = -y$ .  
 Et  $BH$  étant  $= +y + a$ , si on le multiplie par  $+y$  on  
 aura  $yy + ay = xx$  qui est l'équation proposée, soit que  
 l'on pose  $x$  affirmatif ou négatif. Et  $AI = -y$  fera  $CI =$   
 $-x + CA = +\frac{1}{2}a$ , ou bien  $-y - \frac{1}{2}a = -x$ , & l'on  
 aura  $-y - a$  par  $-y$ , ce qui fera  $+yy + ay = xx$ .

Mais si l'on propose cette autre équation  $xx = yy - ay$ .  
 En prenant  $y - \frac{1}{2}a = x$  pour en faire la réduction, on  
 trouvera le même lieu réduit que le précédent; mais par  
 la réduction on a  $x + \frac{1}{2}a = y$ ; donc si les  $CH$  sont affir-  
 matifs, on aura l'origine des  $y$  en  $B$ , & les  $BH$  seront les  
 $+y$  & les  $BI$  les  $-y$ .

On voit par là que ces deux équations quoique diffé-  
 rentes sont le même lieu; mais que l'origine des  $+x$   
 des  $-y$  est placée réciproquement.

Enfin si l'on propose cette autre équation  $xx = ay - yy$ ,  
 on trouvera par la même réduction que dans les préce-  
 dentes, que son lieu sera au cercle  $BKAL$ . Car trans-  
 posant on aura  $-xx = yy - ay$ , & posant  $y - \frac{1}{2}a = x$  on  
 aura  $-xx = xx - \frac{1}{4}aa$ , ou bien  $\frac{1}{4}aa - xx = xx$ ; & par  
 conséquent posant  $CO = +x$ , & la réduction donnant  
 $x + \frac{1}{2}a = +y$ , on aura l'origine des  $y$  en  $B$  & les  $+y$   
 $= BO$ ; mais dans ce cas il n'y aura point de  $y$  négatifs, à  
 cause que l'on auroit  $\frac{1}{2}a - y = -x$  ou  $-y = -x - \frac{1}{2}a$ , &  
 que  $\frac{1}{2}a$  sera toujours plus grand que  $-x$ .

Ce sera la même méthode pour d'autres équations de  
 la même espèce que celles-ci, comme  $yy - ay = \frac{1}{2}aa - xx$   
 pour laquelle l'origine ne sera plus à l'extrémité de l'axe.

## II. EXEMPLE.

Mais si l'on propose les quarrés des trois Exemples pré-  
 cedens, comme le premier  $x^4 = y^4 + 2ay^3 + aayy$ .

Et si l'on vouloit en faire la réduction à l'ordinaire, il  
 faudroit poser  $yy + ay = x^2$ , & l'on auroit  $x^4 = x^4 - aayy$   
 $+ aayy$ , qui se réduiroit à  $x^4 = x^4$ , ou bien  $x^2 = xx$ , ou  
 enfin  $x = x$ .

Mais par la réduction en substituant  $xx$  à la place de

$xx$ , on aura  $xx=yy+ay$ , & c'est ce qui fait connoître que cette équation est la racine de celle qui est proposée, si on ne l'avoit pas sçû. On construira donc ce lieu quarré comme dans l'exemple précédent, lequel sera aussi le lieu quarré-quarré proposé à l'hyperbole.

Pour ce qui est des deux autres lieux  $xx=yy-ay$  &  $xx=ay-yy$ , il est facile à voir que leurs quarrés seront le même, sçavoir  $x^4=y^4-2ay^3+aayy$ . Ainsi ce lieu est le cercle  $AKBL$ , & les hyperboles opposées tout ensemble  $DAE$ ,  $FBG$ , le cercle étant construit sur le même axe que les hyperboles, quoique l'un ait pour sa racine le lieu à l'hyperbole, & l'autre celui au cercle.

Pour les Ellipses & pour les hyperboles non équilatères, ce sera la même chose que pour les autres; car elles n'en sont différentes qu'en ce que le rapport des inconnues n'est pas un rapport d'égalité, mais un autre tel qu'on veut & néanmoins constant.

### III. EXEMPLE,

L'équation d'un lieu étant proposée  $x^3=2aay-ayy$ .

Je divise d'abord par  $a$  & j'aurai  $\frac{x^3}{a}=2ay-yy$  ou  $\frac{x^3}{a}=yy-2ay$ . Pour réduire je prens  $2ay-yy=xx$ , qui est le lieu au cercle dont le rayon est  $=a$  comme nous avons vu ci-devant; ou bien en posant  $y-a=v$  ou  $a-y=-v$ .

FIG. V. Pour la construction du lieu, soit pris sur la ligne droite  $FG$  la grandeur  $AD=2a$ , & sur  $AD$  comme diamètre soit décrit le cercle  $APD$ , & sur les  $AD$  en allant vers  $G$  soit les  $AO=y$ . Il est évident que le cercle  $APD$  est le lieu au cercle  $2ay-yy=xx$  & qui doit être par l'équation proposée  $=\frac{x^3}{a}$  & par conséquent  $axx=x^3$ .

Mais pour connoître les  $x^3$  qui doivent être posez sur les  $OP=xx$  pour former le lieu, nous venons de trouver que  $axx=x^3$ , & cette équation est un lieu à une parabole cubique simple dont le parametre  $=a$ .

Soit cette parabole  $BH$  dont l'abscisse  $BI=xx$ , & par le point  $I$  l'ordonnée ou le Rameau  $I H$  lequel sera  $=x$  :  
fi



si l'on transporte donc sur  $OP$  cette grandeur  $IH$  en  $OR$  ; & qu'on trouve de même pour toutes les  $OP$  ou  $BI$ , les grandeurs  $IH$  qui leur répondent, on aura tous les points  $R$  qui formeront le lieu proposé  $ARRD$ .

Il est évident que cette courbe  $ARD$  est toute hors le demi-cercle  $APD$  horsmis aux points  $AD$  où elle le touche, & à l'extrémité du diamètre  $L$  qui est perpendiculairement à  $AD$  ; & que cette courbe tient plutôt du cercle que de la parabole, comme il semble que le marqueroit son équation, puisque ses touchantes en  $A$  & en  $D$  sont perpendiculaires à  $AD$ , & que sa touchante en  $S$  lui est parallèle.

Voyons maintenant si le lieu proposé ne s'étend pas plus loin que la courbe  $ARD$ . On aura aussi dans le cercle  $ASD$  les ordonnées  $OQ = -z$ , ce qui donnera encore  $2ay - yy = zx$ , d'où l'on aura de même que ci-devant  $axz = x^3$ . Et par la parabole cubique nous déterminerons la grandeur de ces  $x$  par rapport à ces  $z$  : mais nous ne pourrions pas prendre les  $x$  négatives sur  $OQ$ , car nous aurions  $-x^3 = 2aay - ayy$ , ce qui n'est pas l'équation proposée ; ainsi la courbe ne passe pas au-dessous de  $AD$ .

Mais si nous prenons les  $AG = y$  sur  $AD$  prolongée, nous aurons  $AG \times GD$ , ce qui fera  $yy - 2ay = zx$ , qui est un lieu à l'hyperbole dont les ordonnées seront les  $+z$  d'un côté & les  $-z$  de l'autre, & par conséquent  $axz = -x^3$  : car par l'équation on a  $-x^3 = ayy - 2aay$ . Mais dans ce cas les  $AG$  étant plus grandes que  $a$ , la partie de l'équation  $ayy - 2aay$  sera affirmative qui ne peut pas être égale à  $-x^3$  qui est négative : donc le lieu  $ARD$  ne s'étend pas au-delà de  $D$ , ni l'autre côté au-delà de  $A$  vers  $L$ .

#### IV. EXEMPLE.

Cet Exemple sera le même que le précédent horsmis seulement que chaque partie de l'équation est élevée au quarré, laquelle sera

$$x^6 = 4a^2yy - 4a^2y^3 + aay^4.$$

Mem. 1710.

C

Pour construire cette équation il la faudra réduire en divisant d'abord par  $aa$ , ce qui fera  $\frac{x^6}{aa} = 4aayy - 4ay^3 + y^4$ .

Et ensuite posant  $yy - 2aay = xz$ , on trouvera toute l'équation réduite à  $x^6 = aa z^4$ , dont la racine sera  $x^3 = azz$  qui est la même que celle de l'Exemple précédent, & par conséquent le lieu que nous avons déjà trouvé  $DR\mathcal{A}$  y satisfera; car le quarré auquel on a élevé les inconnuës ne peut rien changer à leur détermination de grandeur.

Mais de plus ayant pris ou posé les  $AG = +y$  sur  $AD$  prolongée, nous avons trouvé  $axz = -x^3$ , ce qui ne pouvoit pas donner de points de la courbe précédente; mais pour cette équation le quarré de chacune de ces deux parties étant affirmatif  $aa z^4 = x^6$  pourra en donner, lesquels seront en  $DT$  dont les ordonnées  $TG$  seront  $+x$ , & les  $GH$  &  $OQ = -x$ . Ainsi la première courbe trouvée  $DR\mathcal{A}$  n'étoit que partie de celle-ci  $TDR\mathcal{A}QH$  qui doit s'étendre à l'infini des deux côtez vers  $T$  &  $H$ , ce qui est évident par la génération; & la courbe de ce lieu quarré du précédent est la même que celle-ci, mais de plus répétée en sens contraire de l'autre côté de l'axe, & également aussi des deux côtez du centre en  $MAN$  à cause des  $y$  négatifs  $AL$ .

## V. E X E M P L E.

FIG. VI. Soit l'équation proposée  $x^3 - aax = aaxz$  ou  $-x^3 + aax = -aaxz$ . Pour faire la réduction de ce lieu, on le dispose de cette sorte  $x^3 = aax + aaxz$ . Et prenant  $x + z = y$ , on aura la réduite  $x^3 = aay$ , qui est une parabole cubique simple qu'on construira, laquelle sera  $BGAI$  sur l'axe  $\mathcal{AC}$ , & dont le parametre sera  $=a$ , & par son moyen on décrira le lieu.

Soit  $AD$  perpendiculaire à l'axe  $\mathcal{AC}$  sur laquelle on prendra les  $AD$  pour les abscisses  $=x$ , & les ordonnées  $DB = y$ .

Mais pour déterminer les  $z$  du lieu proposé, on a par

la réduction  $x + z = y$  ou  $x = y - z$  qui n'est que lineaire, laquelle se fera en tirant par le point  $A$  la ligne droite  $LAG$  qui coupe l'angle droit  $CAD$  en deux également, & qui rencontre les ordonnées  $DB$  en  $E$ . D'où il est évident que les  $DB$  étant  $= y$  les  $DE$  seront  $= x$ , & par conséquent les  $BE = z$ .

Et comme il faut que les  $x$  & les  $z$  fassent un angle droit dans le lieu, il faudra transporter les  $EB = z$  sur  $DB$  en  $DF$ , & le point  $F$  sera un de ceux du lieu requis.

Il est évident par cette construction que la courbe  $FF$  doit rencontrer  $AD$  au point  $P$  lorsque  $AP = x$  est  $= a$ ; car alors la ligne  $AE$  coupe la parabole  $AB$  en  $G$ , où l'ordonnée par le point  $P$  la rencontre; ainsi  $EB$  dans ce point  $G$  est nulle.

Mais depuis  $G$  jusqu'en  $A$  les ordonnées comme  $HL$  coupent  $AE$  en  $K$  au-dessous de la courbe; c'est pourquoi les  $EB$  ou  $DF$  qui étoient  $+z$  deviennent alors  $LK = -z$ , qu'il faudra transporter sur  $HL$  en  $HM$  au-dessus de  $AD$  pour avoir les  $-z$ , lesquelles donneront encore l'équation proposée; ainsi nous aurons la courbe  $EFPM$  pour le lieu.

Ce n'est pas tout, ce lieu se doit continuer de l'autre côté de l'axe comme la parabole cubique  $BGA$  qui sert à sa construction, s'y continuë aussi en  $AI$ ; car les  $AN$  seront alors  $-x$ , ce qui sera facile à connoître. Ainsi la courbe du lieu  $FPM$  sera semblablement posée, mais renversée des deux côtés de l'axe & aussi infinie par ses deux extrémités.

## VI. E X E M P L E.

Soit proposé l'équation d'un lieu,

$$z^4 - 4axzz + aazx + 4aaxx = 4a^4.$$

## R E M A R Q U E.

Toutes les réductions des équations sont toujours beaucoup plus simples en se servant de lieux aux paraboles que

de toute autre courbe, en ce que les inconnues s'y dépriment toujours considérablement, cependant on les peut faire indifféremment par quelle courbe on voudra. Il arrive aussi quelquefois qu'entre les lieux qu'on peut prendre par la réduction, il y en a qui paroissent composés, & qui ne laissent pas de réduire l'équation proposée à peu de termes; c'est pourquoi il y a beaucoup d'adresse à choisir ces sortes de lieux.

Pour réduire ce lieu proposé, pour en faire la construction, soit pris l'équation ou le lieu suivant  $zx - 2ax + \frac{1}{2}aa = yy$ , lequel étant quarré donnera  $z^2 + 4aaxx + \frac{1}{4}a^4 - 4axzx + aa^2x - 2a^3x = y^2$ .

Et par la substitution des valeurs de celui-ci dans celui qui est proposé, on réduira le proposé à  $y^2 = \frac{1}{4}a^4 - 2a^3x$ , qui est un second lieu, & par le moyen de ces deux lieux, on pourra construire celui qui est proposé; mais pour les construire chacun en particulier, il les faut encore réduire; mais comme ces réductions menent assez loin, nous nous servirons d'une autre.

FIG. VII. Pour faire la réduction de ce lieu proposé, prenons  $zx = 2ar$ , & introduisant cette valeur & celle de son quarré nous la réduirons à  $4aarr - 8aarx + aa^2x + 4aaxx = 4a^4$ , ou bien divisant par  $4aa$ , on aura  $rr - 2rx + \frac{1}{4}zx + xx = aa$ ; & prenant  $x - r = \frac{1}{4}v$ , où  $r - x = \frac{1}{4}v$ , ce qui est indifférent à cause de leur quarré qui est le même, on réduira encore à  $vv + \frac{1}{4}zz = aa$ , qui est un lieu à l'Ellipse, & dans cette réduction il n'y a que deux indéterminées  $v$  &  $z$ .

Mais pour construire le lieu à la parabole qu'on a prise, ce sera celui de la parabole simple, laquelle sera doublée en  $LCRHC$  dont le parametre de l'axe  $BCD$  sera  $= 2a$ : les  $CE = z$ ; & les  $EP = r$ .

Et pour construire celui de l'Ellipse, on prendra sur l'axe de la parabole  $CB = a$  qui sera son petit demi-axe &  $CA$  ou  $CV$  perpendiculaire à  $CD = 2a$  qui sera le demi-grand axe, cette Ellipse sera  $ABFV$ , dont les ordonnées  $FE = v$  & les abscisses  $CE = z$ , comme dans la parabole,

& ces  $z$  seront communs, l'origine de ces deux lieux étant en  $C$ . Il est évident que ces deux lieux satisfont à leur équation.

Mais dans le lieu proposé nous n'avons ni  $r$  ni  $v$ , mais des  $x$  qu'il faut trouver par leur moyen pour les joindre aux  $z$  pour former le lieu requis. Par la réduction nous avons  $v + r = x$  par rapport aux  $z$ , & par la construction ce sera  $FE + EP$  ou  $FP$  qu'il faudra transporter sur  $EF$  en  $EG$ , & le point  $G$  sera un de ceux du lieu, les  $EG$  étant  $= +x$ .

La même réduction nous montre aussi que nous aurons la courbe  $KR$  pour les  $-x$  au-dessous de  $CV$  & semblable à la précédente  $BH$ , avec les deux courbes  $BMR$  &  $KH$  aussi semblables entr'elles & posées en sens contraire, & qui seront formées chacune par  $+x$  &  $-x$ .

Enfin nous formerons de la même manière les autres parties du lieu qui seront  $BI$ ,  $KL$  &  $BL$ ,  $KI$  par rapport aux  $-z$  pris sur  $CA$ , ce qui fera la répétition des portions de la courbe qu'on a trouvées pour les  $+z$ . Où l'on remarquera que ce lieu a double sommet  $B$  &  $K$ , & qu'il se termine en  $HRIL$  sur les perpendiculaires à l'axe  $AV$  de l'Ellipse, lesquelles sont menées par ses extrémités  $A$  &  $V$ ; car le lieu à l'Ellipse qui sert à former le proposé, n'est pas quarré-quarré, & par conséquent il n'a point de  $z$  au-delà de  $V$  & de  $A$ . Et de plus que les portions  $BR$ ,  $BL$ ; &  $KH$ ,  $KI$  s'entrecoupent sur l'axe  $AV$  en deux points où  $v$  &  $r$  deviennent égales, ce qui est facile à voir.

On peut trouver encore plusieurs autres constructions de ce lieu, mais c'en est assez.

## VII. EXEMPLE.

On propose l'équation d'un lieu  $y^4 - 4ay^3 + 4aayy =$  FIG. VIII.  
 $63a^3x - 62a^4.$

Pour construire ce lieu il en faut faire la réduction, & pour celle de la première partie de l'équation on viendra à  $yy - 2ay$ , ou  $2ay - yy$ , qui est la racine, car elle est quarrée,

& si on l'égalé à  $z\alpha$  on aura  $y^4 - 4ay^3 + 4aayy = z^4$ , qui fera un lieu au cercle & à l'hyperbole équilatere tout ensemble sur le même axe  $= 2a$ , comme on a vû dans les lieux simples.

Il faudra donc poser  $z^4 = 63a^3x - 62a^4$ , & en divisant par  $63a^3$  ou aura  $\frac{z^4}{63a^3} = x - \frac{62}{63}a$ . Si nous prenons maintenant  $x - \frac{62}{63}a = r$ , nous aurons le lieu tout réduit à  $z^4 = 63a^3r$ , qui est une parabole simple quarré quarrée dont le parametre sera  $\sqrt[3]{63a^3}$ , & nous avons vû que cette parabole ne peut avoir que la forme de la 1<sup>re</sup> parabole quarrée.

Maintenant soit cette parabole  $MN$  dont les abscisses  $MQ = \alpha$  & les ordonnées  $QN = r$ ; & si sur le lieu à l'hyperbole & au cercle  $BDPAE$  où les  $AG$  ou  $AO$  sont  $= y$  & les  $GB$  ordonnées  $= \alpha$ , on prend quelqu'ordonnée  $GB = z$ , & qu'on la porte en  $MQ$  sur la tige des  $\alpha$  de la parabole, on y aura l'ordonnée  $QN = r$  qui convient à  $z$ .

Mais par la réduction  $r + \frac{62}{63}a = x$ ; il faudra donc tirer sur la parabole la ligne  $EF$  parallèle à  $MQ$  & qui en soit éloignée de la grandeur  $\frac{62}{63}a$ ; ainsi on aura  $NF = x$  qu'on transportera sur  $GB$  en  $GH$ , & les  $GH$  trouvez de la même maniere, seront les  $x$  qui doivent être joints aux  $AG = y$  pour former le lieu par les points  $H$  & qui sera infini, ce qui est évident par sa formation.

On voit par là que lorsque  $y$  sera  $= 2a$ , alors les  $\alpha$  seront  $= 0$ , & les  $r = 0$ , & par conséquent la courbe  $HH$  vient rencontrer en  $I$  l'ordonnée  $DI$ , & cette ordonnée  $DI$  sera  $= ME = \frac{62}{63}a$ .

Ensuite si l'on prend un  $y = AO$  sur le diametre du cercle, on aura aussi  $OP = \alpha$  qui nous donnera sur la parabole un  $r$  & un  $x$ , qu'on transportera sur  $OP$  en  $OR$ , & le point  $R$  fera encore un de ceux de la courbe.

Enfin lorsque  $y$  sera  $= a$  qui est le rayon du cercle, la partie de la courbe  $IRR$  doit passer en  $K$  à l'extremité du rayon  $CK$  perpendiculaire à  $AD$ ; car alors  $MQ = \alpha = a = CK$  aura l'ordonnée  $r$  de la parabole  $= \frac{1}{63}a$ , qui étant joint à  $\frac{62}{63}a = ME$  fait  $a = CK$ .

Et si l'on prend des  $AO=y$  plus petits que  $AC$ , on aura encore les ordonnées  $z$  dans le cercle qui donneront des points  $R$  de la courbe ; car on a  $2ay - yy$  qui donne toujours l'équation quarré-quarrée proposée, ce qui fournira d'autres points  $R$  de la courbe, semblablement posez aux précédens jusqu'en  $L$  où l'ordonnée  $AL = x$  sera =  $\frac{6.2}{6.3} a$ .

La formation de cette courbe fait connoître que sa partie  $IHH$  est convexe &  $IRKL$  est concave du côté de  $ADG$ .

Mais comme on peut prendre encore des  $-y$  en  $AS$  qui donneront des  $SE=z$  dans l'hyperbole  $AE$ , on trouvera aussi des points  $F$  de cette courbe, lesquels seront semblablement posez aux points  $H$  de l'autre côté de  $CK$  & par rapport à l'axe  $AD$  ; & parce que les  $x$  n'y ont qu'une dimension il les faudra aussi toujours poser du même côté de  $AD$ .

### VIII. EXEMPLE.

Il y ades lieux qui étant réduits ne donnent en apparence aucune ligne courbe ni droite ; & je les appelle *des lieux au point*, parce que les courbes s'y réduisent en un point où  $=0$ . Les exemples nous les feront connoître plus clairement.

Soit un lieu proposé  $y^4 - 4ay^3 + 6a^2yy - 4a^3y + 4a^4xx - 24a^3x + 37a^4 = 0$ .

Pour faire la construction de ce lieu je le réduis en prenant

$yy - 2ay + aa = az$ , qui est à une parabole & en le quarrant & l'introduisant dans le lieu proposé je le réduis d'abord à

$$zz + 4xx - 24ax + 36aa = 0, \text{ \& divisant par 4, j'ai}$$

$$\frac{zz}{14} + xx - 6ax + 9aa = 0, \text{ \& pour les réduire encore}$$

je prens  $x - 3a = v$ , & j'ai le lieu tout réduit à  $\frac{zz}{14} + vv = 0$ , & c'est ce lieu réduit que j'appelle au point ; car il n'est pas possible que deux quantités affirmatives soient

$= 0$ , sans que chacune ne soit  $= 0$ . Aussi pour la construction on prendroit  $v + 3a = x$ , ou bien  $3a = x$ , puis que  $v$  est  $= 0$ .

De même puisque  $\frac{xx}{4}$  est  $= 0$ , aussi  $x = 0$ , & le terme  $ax$  de la première réduction sera  $= 0$ , & par conséquent  $yy - 2ay + aa = 0$ ; mais  $yy - 2ay + aa$  étant  $= 0$ , la racine qui est  $y - a$  sera aussi  $= 0$  &  $y = a$ .

C'est pourquoi si dans l'équation proposée on substitue à la place de  $y$  sa valeur  $a$  que nous venons de trouver en l'élevant aux degrez où est  $y$ , & si à la place des  $x$  on substitue aussi la valeur de  $x = 3a$  élevée aux degrez de  $x$ , toute l'équation se réduit à  $0$ : ce qui fait connoître que les  $y$  sont  $= a$  & les  $x = 3a$ .

On remarquera que ces lieux au point peuvent être de tous genres.

Je proposerai encore ici une autre équation de lieu qui est à peu près de la même espèce que la précédente

$$y^4 - 4ay^3 + 10a^2yy - 12a^3y + 4a^4xx - 24a^3x + 41a^4 = 0.$$

Et pour réduire on prendra  $ax = yy - 2ay + aa$ , & introduisant cette valeur & celle de son quarré dans la proposée & pour les  $x$  prenant  $v + 3a$ , on la réduira à

$xx + 4ax + 4vv = 0$ , qu'on ne peut pas regarder comme un lieu, puisque un ou plusieurs termes affirmatifs ne sçauroient être égaux à  $0$ . Cependant on demande les valeurs des  $x$  & des  $v$  qui produisent cette équation ou expression, lesquelles donneront les  $y$  & les  $x$ .

FIG. IX. Pour déterminer les valeurs de  $x$  je réduis en prenant  $x + 2a = t$ , & j'aurai  $tt - 4aa + 4vv = 0$ , ou bien,  $4vv = 4aa - tt$  qui est un véritable lieu à l'Ellipse laquelle soit  $BDA$ , dont le quarré du demi-axe  $CA$  soit au quarré du demi-axe  $CD$  comme  $4$  à  $1$ , & le demi-axe  $CA = 2a$ , & par conséquent  $CD = a$  les abscisses  $CE = t$  & les ordonnées  $EF = v$ .

Mais par la réduction on a  $t - 2a = x$ . Mais l'abscisse  $t$  ne peut être tout au plus qu'égal à  $2a$  auquel cas  $t - 2a = 0$



$= 0 = z$  & par conséquent  $ax = 0$  &  $yy - 2ay + aa = 0$ , d'où l'on tire  $y = a$ .

Mais aussi dans l'équation que nous avons trouvée  $xx + 4ax + 4vv = 0$ , posant  $z = 0$  elle se réduit à  $4vv = 0$ : donc  $v = 0$ : & par la réduction  $v + 3a = x$ , ce qui est  $3a = x$ .

On aura donc enfin les valeurs des indéterminées de l'équation proposée, lesquelles  $y$  étant substituées la réduisent à 0. D'où l'on voit que cette équation n'est pas un lieu comme dans les autres exemples, mais une équation déterminée sous la forme d'un lieu.

Il y a encore des équations de lieu toutes affirmatives où l'on tombe quelquefois dans un calcul, comme  $xx + ax = 0$ , ou bien  $xx = -ax$ , & qu'on ne peut plus réduire; mais l'on ne peut pas dire que ce soient des lieux; cependant on s'en peut servir, & l'on peut former la courbe, laquelle donneroit la quantité  $xx$  affirmative égale à la négative  $ax$  dans sa négation, & ce seroit ici la parabole dont les abscisses seroient  $-x$ .

#### IX. EXEMPLE.

Il y a encore une autre espèce de lieux qui n'ont la forme que d'une ligne droite, lesquels j'appelle *des lieux à la ligne droite réduite*, puisqu'ils sont en effet des lieux de tous genres & qu'ils en conservent toutes les propriétés, quoiqu'ils ne paroissent qu'à la ligne droite, les exemples que nous en apporterons dans la construction des équations, nous en convainqueront pleinement. On peut cependant en avoir une idée, si l'on considère dans les sections du cône, que les Ellipses dégèrent enfin en paraboles d'un côté & de l'autre à la ligne droite, comme aussi l'hyperbole dont les extrêmes sont d'un côté une parabole, & de l'autre une ligne droite qui est aussi la dernière des Ellipses, & c'est alors que les asymptotes se confondent avec l'hyperbole ou avec l'axe déterminé, ou que le paramètre se trouve  $= 0$ .

Tout lieu plan doit avoir deux indéterminées, & le lieu

FIG. X. à la ligne droite  $CB$  a cette formule  $nx=my$ , dont les  $CA$  sont  $=x$  & les  $AB=y$ . Et lorsqu'on regarde  $y=n$  comme un lieu à la ligne droite, il est certain que ce n'en est pas un à la rigueur, puisque  $y$  est déterminée. Cependant si l'on considère  $m$  infiniment grande, alors  $x$  devient aussi infiniment grande; car le point  $C$  qui est l'origine du lieu, sera à distance infinie, &  $m$  infiniment grande sera à  $x$  infiniment grande dans la raison d'égalité, & l'équation générale du lieu à la ligne droite, se réduira à  $y=n$ , & le lieu devient la ligne droite  $DF$  parallèle à  $CA$  & indéfinie des deux côtes. Ce sera la même chose si l'on considère  $n$  infiniment petite; car alors le lieu des  $x$  sera la ligne droite  $CA$  qui étoit la tige, & qui sera infiniment étendue des deux côtes de l'origine  $C$ .

FIG. XI. Mais on peut aussi considérer ce même lieu  $CA$  comme une hyperbole  $IML$  sur l'axe  $CA$ ; car on aura  $m|n||CA$  quarré  $=xx - CM$  quarré  $=mm|AI$  quarré  $=yy$ ; d'où vient l'équation  $xx - mm = \frac{myy}{n}$ . Et si le paramètre  $MN=n$  est posé infiniment petit, alors le terme  $\frac{myy}{n}$  ne peut avoir aucun rapport aux autres; car  $n$  infiniment petite est à  $m$  déterminée, comme  $yy$  de quelque grandeur qu'on le puisse supposer, sera à une quantité infiniment grande qui n'entre plus en comparaison avec les autres termes.

Ce sera la même chose si l'on pose  $n$  infiniment grande; car le terme  $\frac{myy}{n}$  devient infiniment petit.

Il faut remarquer que lorsque le lieu proposé est simplement  $x - m = 0$ , ce n'est qu'un lieu simple à la ligne droite; mais si c'est  $xx - mm = 0$ , ce sera un lieu à la ligne droite, mais qui ne laisse pas de conserver les propriétés du lieu qui est déterminé par le degré de l'indéterminée  $x$ , comme ici celui de l'hyperbole; & par conséquent ce lieu à la ligne droite est double des deux côtes de  $C$ , lequel représente les deux hyperboles; ce sera la même chose pour d'autres degrez de l'indéterminée.

Enfin si l'on a des équations de lieux comme  $axx=byy$ , ou  $ax^3=by^3$  ou &c. qui ne peuvent être que des lieux à la ligne droite; on doit remarquer que ceux dont le degré de l'indéterminée est un nombre pair, sont des lignes droites à plusieurs branches, ce qui est facile à connoître, & qu'on ne doit pas les confondre avec des lieux simples à la ligne droite; on pourroit les appeller des lieux aux *asymptotes*, dont l'angle qu'elles font est une des sections du cône, & qui sont aussi la dernière des sections hyperboliques. On verra des exemples de ces sortes de lieux dans ce Memoire & dans un autre qui doit le suivre.

## X. E X E M P L E.

Voici un autre lieu qui participe des précédens ;

$fxy+afy-bcx-abc=0$ , qui paroît à l'hyperbole.

Pour le réduire il faut d'abord diviser par  $f$ , & l'on aura,

$xy+ay-\frac{bcx}{f}-\frac{abc}{f}=0$ . Et prenant  $x+a=z$ , on aura

$zy-\frac{bcx}{f}-\frac{abc}{f}=0$ . Mais  $x$  est aussi  $=z-a$ ; c'est pour-

quoi aiant substitué la valeur de  $x$ , on aura

$zy-\frac{bcx}{f}+\frac{bca}{f}-\frac{abc}{f}=0$ , qui se réduit à  $zy-\frac{bcx}{f}=0$ .

Et prenant encore  $y-\frac{bc}{f}=v$ , on aura enfin l'équation du lieu réduite à  $vz=0$ , qui est un lieu à l'hyperbole entre ses asymptotes lesquelles sont jointes ensemble, ou  $v=0$ , ou bien  $z=0$ . Et si l'on pose  $v$  ou  $z=0$ , l'autre ne sera point déterminée, & on la pourra prendre de quelle grandeur on voudra & même  $=0$ ; & si on la pose  $=0$ , par la réduction on a  $z-a=x$ , ou  $0-a=x$ .

Donc  $-a$  est la valeur de  $x$  de ce lieu.

De même par la réduction  $v+\frac{bc}{f}=y$ , ou bien  $0+\frac{bc}{f}=y$ . Donc aussi  $y=\frac{bc}{f}$ ; & si l'on substitue ces valeurs dans le lieu proposé, il se réduit à 0. Donc &c.

On trouvera la même chose, si ayant posé l'une  $=0$ , on prend l'autre de quelle grandeur déterminée que ce soit.

On remarquera que ces lieux ne sont pas proprement des lieux, mais des équations déterminées sous la forme de lieux, puisque les indéterminées n'y ont qu'une valeur déterminée.

## DE LA CONSTRUCTION des Equations.

### *Remarques générales sur la Construction des Equations.*

Quand on veut construire une Equation telle qu'elle puisse être, on y introduit d'abord par la regle générale, un lieu tel qu'on veut choisir; & par ce lieu qui est une équation qui renferme deux indéterminées, dont l'une est la même que celle que l'équation proposée en substituant sa valeur, on trouve un second lieu; ce que j'ai expliqué dans mon Traité, & ce qui se peut faire en plusieurs manieres. Les deux lieux étant construits & combinez ensemble, doivent donner par leurs rencontres toutes les racines de l'équation proposée, puisque chaque lieu étant parfait, contient toutes les racines possibles de son équation; & par conséquent les rencontres communes de ces deux lieux doivent donner toutes les racines ou valeurs possibles de l'indéterminée de l'équation proposée, pourvu qu'elles se trouvent dans ces lieux.

Mais il faut remarquer, que pour l'ordinaire le lieu qu'on prend pour être introduit dans l'équation proposée de plusieurs degrez, est un lieu simple, il faut même le prendre le plus simple qu'il est possible, pour résoudre l'équation le plus simplement qu'elle le puisse être; c'est pourquoi on est obligé, comme j'ai fait dans la méthode que j'ai donnée, d'élever ce lieu à son quarré ou cube &c. pour en faire l'introduction; & c'est principalement en cela qu'on fait une faute dans la construction de ce lieu; car si au lieu de construire le lieu composé qu'on a introduit, on ne construit que le simple; il ne pourra pas toujours donner toutes les racines de l'équation proposée puisqu'il est imparfait, & quelquefois il n'en donne aucune.

Il est vrai que ces lieux étant quarez, ou cubez &c. peuvent être les mêmes que leurs simples ; mais le plus souvent ils sont differens, comme on a vû ci-devant dans la construction des lieux,

Il arrive aussi quelquefois qu'on introduit le lieu simple dans l'équation, & qu'ensuite on l'introduit encore dans les termes où on l'a déjà introduit ; ce qui fait la même chose que si l'on avoit introduit son quarré, & par conséquent on doit construire le lieu quarré & non pas seulement le simple, & de même des autres puissances.

Quoiqu'on puisse prendre le lieu tel qu'on veut pour l'introduire dans l'équation proposée, il faut pourtant qu'il puisse avoir des racines égales à celles de la proposée ; car si les racines de ce lieu n'avoient qu'une étendue déterminée, comme si l'on introduisoit un cercle, & que les racines de la proposée fussent plus grandes que celles du cercle introduit, il est évident que ce lieu ne pourra pas servir à résoudre pleinement l'équation. Il en est de même, si celui qu'on introduit en produit un autre qui n'ait pas toutes les racines de la proposée ; car ce seroit la même chose que si l'on avoit introduit ce dernier, lequel auroit nécessairement fourni le premier.

Cependant comme on ne connoît pas les valeurs des racines de l'équation proposée, il pourroit arriver que le lieu pris d'abord, ou celui qui en résulte par l'introduction dans la proposée, n'auroit pas toutes les racines qui y sont, & c'est en partie sur des exemples de cette nature, qu'on pourroit avancer que la Methode seroit défectueuse ; mais il me semble qu'on ne pourroit pas dire que ce fût un défaut de la Methode, mais seulement de l'application qu'on en fait, comme il arrive en plusieurs opérations géométriques & analytiques.

Enfin on peut presque toujours éviter cet inconvenient, si l'on introduit d'abord dans l'équation proposée, un lieu qui ait des racines depuis zero jusqu'à l'infini, & de vraies & de fausses comme sont celles de la parabole ; & si le

lieu qu'on tire de la proposée par l'introduction, a aussi des racines de toutes grandeurs & de toute espece; car ces deux lieux combinez doivent toujours donner toutes les racines de l'équation telles qu'elles soient. Cependant il ne fera pas toujours nécessaire de prendre ces lieux dans cette condition, si celui qu'on a pris d'abord avec celui qui en résulte, donnent autant de racines qu'il peut y en avoir dans la proposée, ce qu'on connoît par le degré de l'inconnue de la proposée. Les exemples nous en convainqueront pleinement.

Si l'on prend des lieux plus élevés que ceux qui peuvent servir à construire l'équation proposée le plus simplement qu'elle le puisse être, on pourra trouver plus de racines qu'il ne doit y en avoir, puisque chaque lieu doit donner toutes celles qui sont possibles dans son équation. Mais entre ces racines surnuméraires, il pourra s'y en trouver quelques-unes & même plusieurs de répétées; mais toutes celles de l'équation, vraies ou fausses, s'y trouveront toujours, si elles se trouvent dans les deux lieux & dans la disposition où ils sont.

On dit ordinairement que le nombre des racines que l'on trouve par la construction combinée de deux lieux, est celui du produit des degrés de la même quantité inconnue ou indéterminée qui est dans ces deux lieux: mais il me semble plus à propos de dire, que c'est seulement le nombre des rencontres possibles de ces deux lieux. Car si l'on construit une équation de trois dimensions dont les trois racines sont vraies & réelles, avec deux lieux dont l'indéterminée de l'un ait deux degrés ou deux dimensions, & la même indéterminée de l'autre n'en ait qu'un seul, le produit de l'une des dimensions par l'autre ne fera que deux, & par conséquent il ne devroit y avoir que deux racines dans l'équation, quoiqu'en effet il puisse y en avoir trois vraies & réelles.

Lorsqu'on veut construire des équations dont l'inconnue a un nombre impair de dimensions, on peut avant que d'introduire le premier lieu, la multiplier par une

racine telle qu'on voudra , qui sera pourtant toujours exprimée par l'inconnuë de l'équation , comme si c'étoit  $x$  par  $x -$  ou  $+a=0$  , afin de réduire le nombre des dimensions de l'inconnuë à un nombre pair , ce qui donne beaucoup de facilité à l'introduction du premier lieu , comme je l'ai fait dans mon Traité , & la construction donnera entre ses racines celle qu'on aura introduite : mais aussi on pourra multiplier la proposée par l'inconnuë toute seule , ce qui est la même chose que si on la multiplioit par  $x=0$  ; mais pour ce cas il arrivera toujours dans la construction que les deux lieux qu'on tirera de cette équation multipliée , se couperont dans leur origine commune qui est le point de rencontre où la racine  $x$  est égale à 0.

Venons maintenant aux exemples que je prendrai les plus simples & les plus clairs qu'il sera possible , afin que les remarques qu'on doit faire sur ces constructions , soient plus sensibles & plus évidentes.

### I. E X E M P L E.

Soit l'équation proposée qu'il faut construire ;

$$xx - 10ax + 9aa = 0.$$

Je prens pour premier lieu  $ay = xx$  qui est à la parabole , & j'introduis dans la proposée à la place de  $xx$  sa valeur , j'ai un second lieu  $ay - 10ax + 9aa = 0$  , ou bien ,  $y - 10x + 9a = 0$  qui est un lieu à la ligne droite. Ces deux lieux étant construits & combinez ensemble donneront les racines de l'équation proposée.

Mais si je prens pour premier lieu  $y = a$  qui est à la ligne droite , ou bien  $yy = aa$  qui est à l'hyperbole ou aux hyperboles opposées dont l'axe est à son parametre en raison infinie , on pourra l'introduire dans la proposée en trois manieres , ce qui donnera trois differens lieux.

1°. en introduisant  $yy$  à la place de  $aa$  , on aura

$$xx - 10ax + 9yy = 0 , \text{ qui est un lieu à l'Ellipse.}$$

2°. En introduisant  $y$  à la place de  $a$  , on aura

$$xx - 10yx + 9aa = 0 \text{ qui est un lieu à l'hyperbole.}$$

3°. En introduisant  $yy$  à la place de  $aa$  &  $y$  à la place de  $a$ , on aura

$xx - 10yx + 9yy = 0$ , qui est un lieu à la ligne droite élevée au quarré, mais qui n'a point la forme d'hyperbole.

Pour la construction du premier lieu trouvé  $xx - 10ax + 9yy = 0$  avec celui qu'on a pris, il faut le réduire en posant  $x - 5a = v$ , & l'on aura  $vv - 25aa + 9yy = 0$ , qui est l'Ellipse réduite dont le demi-axe  $= 5a$ , & le rapport de cet axe à son paramètre  $||$  est  $5 || 1$ . Et par conséquent le demi-grand-axe à demi-petit-axe  $|| 3 || 1$ .

FIG. XII. Soit donc l'Ellipse  $ABED$  dont le centre est  $C$  & les deux axes  $AE$ ,  $BD$  dans le rapport de 3 à 1. Mais comme le demi-grand-axe  $AC$  doit être égal à  $5a$ , il faudra construire l'Ellipse sur cet axe, & les  $CO$  étant  $= v$ , les  $OQ$  &  $OP$  seront  $= y$ .

Mais par la réduction nous avons  $v + 5a = x$ , il faudra donc prendre sur  $CA$  la grandeur  $5a$  qui fera  $CA$ , & les  $AO$  seront  $= x$ , comme aussi les  $AK$ , & le point  $A$  fera l'origine du lieu.

Mainenant pour le lieu à l'hyperbole infinie, on prendra sur la ligne  $FAG$  perpendiculaire à  $AC$  les grandeurs  $AF$ ,  $AG$  chacune  $= a = y$ , &  $FG$  sera l'axe de l'hyperbole ou des sections opposées, laquelle est réduite aux lignes droites  $FP$ ,  $GQ$  parallèles à  $AC$ . On aura donc les rencontres  $PQRS$  de ces hyperboles & de l'Ellipse qui donneront les racines  $x$  de l'équation, dont l'une sera  $FP$  ou  $GQ$  son égale, & l'autre  $FR$  ou  $GS$  son égale.

On remarquera que dans cette construction le lieu qu'on a introduit étant  $yy = aa$  suppose  $xx$  indéfinie, lequel est à l'hyperbole, & que celui qu'on a tiré est à l'Ellipse; & comme une Ellipse & les hyperboles opposées peuvent se couper en quatre points, on peut trouver aussi quatre racines dans la construction, comme elles y sont effectivement, & il faut qu'entre ces quatre racines les deux de l'équation proposée y soient comprises, ce qui est évident puisque ces deux racines y sont répétées.

Maie



Mais pour déterminer la valeur de ces deux racines  $\mathcal{Z} = GQ = GS$ , ou  $FP$  &  $FR$ , la construction nous donne  $OQ = a$ ; & par l'Ellipse nous avons  $1 \mid 9 \parallel aa \mid 25aa - vv$ , d'où nous tirons  $25aa - vv = 9aa$ , ou bien  $16aa = vv$ ; & par conséquent  $v = 4a$ : mais  $CA = 5a$ , donc  $AO$  ou  $GQ = \mathcal{Z} = 9a$ , & par conséquent aussi  $OE$  ou  $AK$  ou  $GS = a$  qui seront les deux valeurs de  $\mathcal{Z}$  de cette équation proposée.

Pour le second lieu que nous avons tiré  $\mathcal{Z}\mathcal{Z} - 10yz + 9aa = 0$  qui est à l'hyperbole, en introduisant seulement dans l'équation proposée  $y = a$  qui est un lieu simple à la ligne droite où  $\mathcal{Z}$  est évanouie, on le construira comme on a fait le précédent, à l'exception que l'hyperbole ou les sections opposées de ce lieu ne pourront être rencontrées par le lieu à la ligne droite qui n'est qu'une simple ligne, qu'en deux points seulement qui doivent donner les deux racines de l'équation, ce qui se trouve aussi, & dont je ne donne point de figure.

Enfin pour le troisième lieu  $\mathcal{Z}\mathcal{Z} - 10yz + 9yy = 0$  qui a été aussi trouvé par l'hyperbole infinie, il faudra d'abord le réduire, en posant  $\mathcal{Z} - 5y = v$ , & l'on aura  $vv - 25yy + 9yy = 0$ , ou bien  $vv = 16yy$ , & par conséquent  $v = 4y$  qui est le lieu à la ligne droite.

Pour la construction soit le point  $O$  sur la ligne droite FIG. XIII.  
 $AB$ , dont on prendra la partie  $OH$  de quelle grandeur on voudra; & ayant mené  $HI$  perpendiculaire à  $OA$  & égale à  $4OH$ , on tirera la ligne  $OI$  prolongée d'un côté & d'autre, laquelle sera le lieu à la ligne droite qu'on a trouvée; car si l'on mène les  $AP$  ou  $BS$  parallèles à  $HI$  lesquelles rencontrent  $OI$  en  $P$  & en  $S$ , les  $OA$  ou  $OB$  étant  $y$  & les  $AP$  &  $BS$  étant  $v$ , on aura  $1 \mid 4 \parallel y \mid v = 4y$ .

Mais par le premier lieu qu'on a pris  $y$  est  $= a$ , & par la réduction du lieu précédent  $v + 5y = \mathcal{Z}$ , ou bien  $5y - v = \mathcal{Z}$ ; on menera donc  $OM$  perpendiculaire à  $AB$  &  $= 5a$  ou  $5y$ , & le point  $M$  sera l'origine du lieu & le centre des hyperboles infinies dont  $FM$  ou  $MG$  parallèle à  $AB$ , & chacune  $= a$  seront le demi-axe; c'est pourquoi  $GB$ ,  $FP$

feront ces hyperboles qui rencontreront le lieu à la ligne droite en  $S$  & en  $P$ , qui donneront les deux racines  $GS$ ,  $EP = z$  de l'équation proposée. On pourroit encore en trouver deux autres égales à celles-ci, en construisant aussi le second lieu réduit tel qu'il est  $vv = 16yy$ , & que j'ai appelé aux *Asymptotes*.

On voit par-là que si l'on ne construisoit ces deux lieux que par de simples lignes droites, on n'auroit qu'une seule racine, au lieu des deux qui sont dans la proposée.

## II. E X E M P L E.

Soit l'équation proposée qu'il faut construire

$$x^3 - 3axx + 3aa x - a^3 = 0.$$

En posant pour premier lieu  $ax = xx - 3ax + 3aa$ , qui est à une parabole quarrée, & l'introduisant dans la proposée, on aura

$axx - a^3 = 0$ , ou bien  $xx = aa$  qui est un lieu à l'hyperbole équilatère entre ses asymptotes, & ces deux lieux étant construits & combinez doivent donner les trois racines  $x$  de l'équation proposée; car ces deux lieux ont toutes les conditions requises pour donner toutes les racines de l'équation.

FIG. XIV. Pour l'hyperbole elle sera très-facile à construire; car soit ses asymptotes  $CL$ ,  $CD$  & son centre en  $C$ , & le quarré  $CA$  dont le côté  $CB$  ou  $CG$  soit  $= a$ , l'hyperbole  $EAF$  qui passe par le point  $A$  sera celle du lieu, dont les  $z$  seront sur  $CD$  & les  $x$  seront ordonnées à  $CD$ , & l'origine en  $C$ .

Mais pour la construction de la parabole il en faut réduire le lieu en prenant  $x - \frac{3}{2}a = r$ , ce qui donnera d'abord  $ax = rr - \frac{2}{4}aa + 3aa$ , ou bien  $ax = rr + \frac{3}{4}aa$ , ou bien  $ax - \frac{3}{4}aa = rr$ . Et prenant encore  $x - \frac{3}{4}a = v$ , on aura  $av = rr$ , qui est la parabole réduite.

Il faut donc construire cette parabole  $PHQ$  sur l'axe  $HI$  dont le sommet soit en  $H$  & le paramètre  $= a$ , on aura ses abscisses  $HI = v$  & ses ordonnées  $IQ = r$ .

Mais par la réduction on a  $v + \frac{3}{4}a = x$ ; il faut donc

prendre sur l'axe  $HI$  prolongé vers  $L$  la grandeur  $HL = \frac{3}{4}a$ , ce qui donnera les  $LI = z$ , & par conséquent le point  $L$  de l'axe de la parabole doit être sur l'asymptote  $CL$  de l'hyperbole.

Mais aussi par la réduction on a  $r + \frac{2}{3}a = x$ ; c'est pourquoi on prendra sur l'ordonnée  $IQ$  ou  $IP$ , la grandeur  $IK = \frac{2}{3}a$ , & l'on aura  $KP$  ou  $KQ = x$ .

D'où l'on connoît que si  $LC$  est  $= \frac{1}{2}a$ , le point  $L$  sera l'origine commune des deux lieux qui auront leurs abscisses & leurs ordonnées sur les mêmes lignes, & les rencontres de ces deux lieux doivent donner toutes les racines  $x$  de l'équation.

Premierement il est évident que le sommet  $H$  de la parabole est au dedans de l'hyperbole, car  $LH$  est  $= \frac{3}{4}a$ ; & si de la rencontre  $N$  de l'axe de la parabole  $LHI$  & de l'hyperbole on mene  $NM$  parallèle à  $CB$ , on aura  $CM = z$ , & par la construction de la parabole  $NM$  ou  $LC$  est  $= \frac{1}{2}a$ ; c'est pourquoi si l'on divise  $aa$  par  $\frac{1}{2}a$ , on aura  $CM$  ou  $LN = \frac{2}{3}a$ ; mais  $LH$  est  $= \frac{3}{4}a$ : donc enfin le point  $H$  est au dedans de l'hyperbole.

Mais je dis que la parabole  $HQ$  rencontre l'hyperbole au point  $A$  & qu'elle doit la couper dans ce même point. Car si l'on mene  $AR$  ordonnée à l'axe  $HI$  de la parabole qui passe par le point  $A$  de l'hyperbole, on a par la construction  $AR$  ou  $LB = \frac{1}{2}a$ ; mais aussi par la même construction  $HR$  est  $= \frac{1}{4}a$ , & à cause du parametre de la parabole  $= a$  le carré de son ordonnée par le point  $R$  sera  $= \frac{1}{4}aa$  dont la racine égale  $\frac{1}{2}a$  est la grandeur de l'ordonnée; donc le point  $A$  est commun à l'hyperbole & à la parabole; & par conséquent  $AG$  sera une des racines  $x$  de l'équation  $= a$ .

Cependant il n'y a pas pour une seule racine réelle dans l'équation, il y en a trois, & on les doit trouver; car autrement on seroit porté à croire que la méthode seroit défectueuse, puisqu'elle ne donneroit qu'une seule racine dans la seule intersection des deux lieux; mais c'est dans la propriété particulière de cette intersection qu'on

en trouve trois, ce qu'on n'avoit point encore remarqué. Ce sont de ces sortes de cas qui paroissent d'abord être des défauts de la méthode. Voici de quelle maniere je démontre que ce seul point de rencontre donne trois racines.

Si par le point  $A$  on mène une touchante  $AD$  à l'hyperbole, on sçait que cette touchante  $AD$  rencontrera l'asymptote  $CD$  au point  $D$ , & que  $GD = a$ . Mais si par le même point  $A$ , on mène aussi une touchante à la parabole, il est évident que cette touchante coupera l'axe  $RL$  en un point  $S$ , en sorte que  $HS$  sera égale à  $HR$ , &  $HR$  étant  $= \frac{1}{4}a$ ,  $RS$  sera  $= \frac{1}{2}a = \frac{1}{2}RL$ , & par conséquent  $RS = RA$ : mais  $AG = GD$ ; donc la même ligne  $SAD$  touchera la parabole & l'hyperbole au même point  $A$  où elles se rencontrent.

Mais quoique ces deux courbes étant convexes d'un même côté touchent une même ligne droite en un même point, ce n'est pas à dire qu'elles ne se coupent pas dans ce point, & effectivement elles s'y coupent. Car si l'on prend une partie indéfiniment petite  $RT = i$ , & menant  $Tf$  ordonnée, laquelle rencontre l'hyperbole en  $f$  & la parabole en  $e$ , on aura  $Tf = \frac{3}{2}a - \frac{aa}{a+i}$  &  $Te = \sqrt{\frac{1}{4}aa + ai}$ , d'où l'on connoîtra que  $Te$  est plus grande que  $Tf$ ; au contraire si le point  $T$  est pris entre  $R$  &  $H$ ; & par conséquent la partie  $AQ$  de la parabole passe entre l'hyperbole & son asymptote qu'elle doit enfin couper, puisque cette asymptote sera un des diametres de la parabole; ce sera le contraire de la partie  $AH$  de la parabole qui passe au dedans de l'hyperbole. Ainsi ce point  $A$  ne devoit donner qu'une seule racine.

Ce cas particulier de ces deux lignes courbes qui se coupent en un point où elles touchent une même ligne droite d'un même côté, réunit en ce point trois rencontres des deux lignes courbes, comme le point où deux courbes se touchent réunit deux points de leur rencontre, & même plusieurs suivant les différentes inflexions.

des courbes. Car si l'on inclinoit un tant soit peu la touchante de la parabole de  $AS$  vers  $L$  comme en  $As$ , cette  $As$  étant toujours touchante de la parabole, & le point  $A$  demeurant à sa place; il est évident que la parabole en s'inclinant couperoit alors la touchante  $AS$  de l'hyperbole, puisque la ligne  $AS$  devoit entrer dans la parabole dans cette position; & par conséquent aussi la parabole rencontreroit l'hyperbole en un point au-dessus de  $A$ , & elle la rencontreroit aussi dans leur point commun  $A$ . Mais de l'autre côté la touchante  $sA$  s'éleveroit au-dessus de la touchante  $AD$  comme en  $Ad$ , & elle couperoit l'hyperbole; & comme la parabole seroit toute au-dessus de  $Ad$ , elle passera au-dedans de l'hyperbole en allant vers  $F$ ; mais la parabole dans cette position doit encore rencontrer l'asymptote  $CD$ , elle rencontrera donc encore la partie  $AF$  de l'hyperbole en quelque point.

Ce sont ces trois points de rencontre qui pourroient donner trois racines différentes, & qui se réunissant dans le seul point  $A$ , y réunissent aussi les trois racines qui deviennent chacune  $= a$ ; ce qui donne une entière solution de l'équation qui contient trois racines vraies & égales chacune à  $a$ .

La construction des équations de trois degrez est toujours fort simple par une parabole & par une hyperbole entre ses asymptotes, comme on vient de voir dans cet exemple. Mais si l'on vouloit trouver d'autres lieux par le moyen de la parabole, il faudroit multiplier l'équation par une racine comme  $x -$  ou  $+a = 0$ , ce qui l'éleveroit à un degre plus haut, d'où l'on tireroit une infinité d'autres lieux que les précédens & même le cercle, comme on le peut voir dans mon Traité: mais alors la combinaison de ces lieux donnera les trois racines de l'équation proposée si elles sont réelles plus celle qui aura multiplié l'équation; & si l'on multiplie seulement l'équation par  $x$ , c'est-à-dire par  $x - 0 = 0$ , on doit trouver aussi quatre rencontres des deux lieux; mais ces lieux se rencontreront nécessairement dans leur origine commune où

$x$  racine  $= 0$ , ce qu'on peut faire facilement sans que j'en rapporte d'exemple.

## III. E X E M P L E.

Soit l'équation proposée  $xx - 2ax - aa = 0$ .

Je prens pour premier lieu  $aa - xx = xx$  qui est au cercle, & j'introduits dans la proposée la valeur de  $xx$ , ce qui donne pour second lieu  $aa - xx - 2ax - aa = 0$  qui se réduit à  $-xx - 2ax = 0$ , qui n'est pas un lieu qu'on puisse construire; d'où je connois que ce cercle ne peut pas servir pour donner les racines de l'équation proposée.

Mais si je prens le lieu au cercle  $4aa - xx = xx$ , & que j'introduise dans la proposée la valeur de  $xx$ , j'aurai pour second lieu  $4aa - xx - ax - aa = 0$  qui se réduit à  $3aa - ax = xx$  qui est à la parabole, & qu'on peut construire avec le cercle; ce qui donnera les racines de l'équation.

Enfin si l'on prend d'abord le lieu à la parabole comme  $xx = ay$ , on trouvera celui à la ligne droite  $y = zx + a$  qui ont tous deux des racines de toutes grandeurs, & ces lieux étant combinés donnent les racines de l'équation.

## IV. E X E M P L E.

Si l'on proposoit une équation dont tous les termes fussent affirmatifs comme  $xx + 3ax + 2aa = 0$ ,

Laquelle ne peut pas être une équation, mais qu'on voulût trouver les valeurs de  $x$ , ou, si l'on veut, les racines qui doivent être toutes négatives comme les signes le font connoître, lesquelles par leur multiplication donneraient cette équation ou expression proposée.

Il faut la considérer comme une véritable équation, & commencer à la construire à l'ordinaire, en prenant un lieu  $ay = xx$  à la parabole, & y introduisant la valeur de  $xx$ , on aura un second lieu qui sera  $ay + 3ax + 2aa = 0$ , ou bien  $y + 3x + 2a = 0$ ; & posant  $y + 2a = v$ , on aura  $v = -3x$ : d'où l'on tire cette analogie  $3 | 1 || v | - x$  qui est à la ligne droite.

Si l'on construit donc la parabole  $ABD$  dont le parametre  $= a$ , les  $AE$  seront  $= y$ , & les  $DE = +x$  & les  $EB = -x$ , elle satisfera au premier lieu.

Pour le lieu à la ligne droite, on prolongera l'axe  $EA$  en  $O$  en faisant  $AO = 2a$ , d'où les  $OE = v$ ; ensuite on tirera  $AF$  perpendiculaire sur l'axe  $AE$ , & l'ayant faite  $= \frac{2}{3}a$ , on tirera la ligne  $OFG$  qui fera le lieu requis à la ligne droite dont les abscisses  $OI = v$  & les ordonnées  $IL = -x$ , car on leur donne le signe  $-$  comme ils l'ont dans la parabole. Mais cette ligne  $OF$  doit nécessairement rencontrer la parabole en deux points  $LG$  & les ordonnées par ces points  $LI, GH = -x$  de la proposée, & il est très-facile de connoître par la construction dans cet exemple, que  $LI = a$  &  $GH = 2a$ ; & par conséquent  $x + a = 0$  &  $x + 2a = 0$ , qui sont les deux produifans de cette expression ou équation proposée.

On pourroit encore par la méthode de M. Descartes changer les racines fausses de l'équation en vraies, en changeant les signes devant les termes pairs; & ensuite résoudre l'équation à l'ordinaire, dans laquelle les racines vraies qu'on trouveroit, en seroient les fausses.

#### V. E X E M P L E.

Soit l'équation proposée  $x^6 - 63a^5x + 62a^6 = 0$ .

Si l'on prend pour premier lieu  $ax = xx$ , & l'ayant cubé ce qui sera  $a^3x^3 = x^6$ , & qu'on l'introduise dans la proposée, on aura  $a^3x^3 - 63a^5x + 62a^6 = 0$ , ou bien en réduisant,  $x^3 = 63aax - 62a^3$  qui est une parabole cubique. Puisque l'on a introduit dans la proposée le lieu cubique  $a^3x^3 = x^6$ , c'est aussi celui qu'il faut construire; mais par la construction des lieux, ce lieu ne sera que la première parabole qu'on construira facilement sur son parametre  $a$ .

Pour le second lieu qu'on a tiré de l'équation, il faut le réduire en prenant  $x - \frac{62}{63}a = t$ , on aura ce lieu réduit à  $x^3 = 63aat$ , qui est une parabole cubique, dont le parametre est  $\sqrt{63aa}$ . Et si l'on construit ces deux lieux suivant la règle, ils se couperont seulement en deux points lesquels

donneront deux valeurs de  $x$  affirmatives, l'une sera  $x = a$  & l'autre  $x = 2a$  qui seront les deux seules racines de cette équation.

Maintenant si l'on propose de construire cette même équation  $x^6 - 63a^5x + 62a^6 = 0$ , en posant pour premier lieu  $x^3 - 2aay + ayy = 0$ , ou  $x^3 = 2aay - ayy$ , mais qu'il faut quarrer pour l'introduire dans la proposée, & qui sera  $x^6 = 4a^4yy - 4a^3y^3 + aay^4$ :

Ayant donc substitué la valeur de  $x^6$  dans la proposée, on aura le second lieu.

$$4a^4yy - 4a^3y^3 + aay^4 - 63a^5x + 62a^6 = 0, \text{ lequel se réduit à } 4aayy - 4ay^3 + y^4 - 63a^3x + 62a^4 = 0.$$

Il ne reste donc plus qu'à construire ces deux lieux pour les combiner, dont le premier qui a été introduit est cube, & le second que l'on a tiré est quarré-quarré, & ils ont tous deux la forme de parabole: mais je n'en fais point ici la construction; car pour le premier je l'ai donnée dans le 4<sup>e</sup>. Exemple de la Construction des lieux composez; & pour le second, c'est le 7<sup>e</sup>. Exemple.

On verra d'abord que ces deux lieux combinez ensemble suivant la regle qui ne consiste qu'à les poser de telle maniere que leur origine soit commune, & que leurs indéterminées de même nom soient dans chacun sur la même ligne droite ou paralleles entr'elles, donneront les deux racines de l'équation proposée, mais qu'ils les donneront repetées.

## VI. E X E M P L E.

Soit l'équation qu'il faut construire,

$$x^4 - a^3x - \frac{1}{2}a^4 = 0.$$

Je prends d'abord  $ay = xx$  qui est un lieu à la parabole; & quarrant j'aurai  $aayy = x^4$ , & substituant dans l'équation proposée la valeur de  $x^4$ , on aura  $aayy - a^3x - \frac{1}{2}a^4 = 0$ , ou bien  $yy = ax + \frac{1}{2}aa$ , qui est aussi un lieu à une parabole.

FIG. XVI. Le premier lieu qu'on a posé est facile à construire, puisque ce n'est que la parabole quarrée qui est sur le même



même axe & repetée au-dessus du sommet, comme on a vu dans les lieux; car c'est cette parabole quarré-quarrée qu'on a introduite dans l'équation proposée.

Pour la seconde parabole il faut la réduire en posant  $x + \frac{1}{2}a = t$ , & l'on aura  $yy = at$ .

Soit donc sur l'axe  $KAG$  la parabole quarré-quarrée du premier lieu  $DABEF$ . Et par le sommet  $A$  ayant mené  $AM$  perpendiculaire à  $GA$  &  $= \frac{1}{2}a$ , & sur  $MA$  pour axe & pour parametre  $= a$  soit décrit la même parabole  $BME$ . Dans la premiere parabole les  $AG$  étant les abscisses  $= y$  & les  $BG$  étant les ordonnées  $= x$ , & le contraire dans la seconde parabole.

Il est évident par cette construction, que ces deux paraboles se couperont dans quatre points  $BDFE$ , & qu'elles donneront quatre valeurs de  $x$  sçavoir  $BG, DI, FL, EK$  dont deux  $BG, EK$  seront égales entr'elles, & les deux autres aussi égales entr'elles. Cependant cette équation n'a que deux racines réelles dont l'une est vraie & l'autre fautive, & elles se trouvent repetées à cause que les lieux de cette construction sont plus élevez qu'ils ne devroient être pour la construire simplement. Mais cherchons une autre construction.

Si à la seconde équation que nous avons trouvée  $yy - ax - \frac{1}{2}aa = 0$  nous ajoûtons la premiere  $xx - ay = 0$ , nous aurons un troisiéme lieu  $yy - ax - \frac{1}{2}aa + xx - ay = 0$ , lequel fera au cercle, & qui étant combiné avec le précédent, par sa construction doit encore donner les racines de l'équation, & il les donnera toutes seules & sans repetition. Mais pour construire ce cercle il faut le réduire en posant  $y - \frac{1}{2}a = z$ ; &  $x \frac{1}{2}a = v$ , & l'on aura l'équation réduite au cercle  $zz + vv = aa$ .

Ces sortes de lieux tirez de la combinaison d'autres lieux, demandent des remarques particulieres que nous ferons dans un autre Memoire; & c'est la méthode dont s'est servi M. Sluze pour expliquer les constructions que M. Descartes a donné dans sa Géometrie.

Mais si l'on veut construire ce lieu au cercle avec la FIG. XVII,

parabole quarré-quarrée qu'on a introduite, & dont le parametre est  $= a$  comme dans l'exemple précédent; & le sommet  $A$  commun ayant mené  $AH$  perpendiculaire à l'axe & égale à  $\frac{1}{2} a$ , &  $HC$  parallele à l'axe & aussi égale à  $\frac{1}{2} a$ , le point  $C$  sera le centre du cercle du lieu, & son rayon  $= a$ . Ce cercle coupera la parabole  $BAD$  aux deux points  $BD$  qui donneront les deux valeurs de  $x$   $BG$ ,  $DI$  ou les deux racines de l'équation, comme on les a trouvées ci-devant.

Mais ce cercle coupe encore l'autre parabole  $EF$  qui est partie de la parabole quarré-quarrée du lieu, aux deux points  $EF$  qui doivent aussi donner deux valeurs  $x$  par les ordonnées  $EK$ ,  $FL$  & qui ne sont pas les mêmes que les deux autres. D'où viennent donc ces deux racines  $EK$ ,  $FL$ ? Je dis qu'elles n'appartiennent point à l'équation proposée; car si l'on cherche cette équation par la racine  $BG$ , on la trouvera en substituant dans sa valeur donnée par la parabole quarré-quarrée, celle qu'on tirera du cercle à l'ordinaire, & de plus en substituant encore à la place de  $y$  simple qui reste dans un des termes, la valeur de cet  $y$  trouvée par la parabole simple  $DAB$ , on aura l'équation proposée, ce qui fait connoître que  $BG$  est une des racines de l'équation. Ce fera la même chose pour l'autre racine  $DI$ .

Mais si l'on cherche l'équation proposée par la racine  $EK$ , on trouvera aussi d'abord la même valeur par la substitution de cette racine qui vient du cercle; mais pour  $y$  simple qui reste encore dans un de ses termes, il faudra le faire évanouir par le moyen de la parabole simple  $EAF$ , laquelle donne  $-ay$ , ce qui donneroit l'équation  $x^4 + 2aaxx - a^3x - \frac{1}{2}a^4 = 0$ , qui est différente de la proposée; ce qui fait connoître que ces racines  $EK$  &  $FL$  n'appartiennent point à l'équation proposée: aussi l'inconnue de l'équation qu'on tirera du lieu au cercle & de celui à la parabole quarré-quarrée sera élevée au 8<sup>e</sup>. degré, laquelle pouvant avoir 8 racines les deux  $FL$ ,  $EK$  s'y trouveront.

Enfin on peut trouver une autre solution plus simple que les précédentes. Car si l'on pose le premier lieu  $x^4 = a^3y$  qui est à une parabole quarré-quarrée qui a la forme de la parabole simple, & qu'on l'introduise dans la proposée, on aura  $a^3y = a^3x + \frac{1}{2}a^4$ , laquelle se réduit à  $y = x + \frac{1}{2}a$  qui est un lieu à la ligne droite.

Soit la parabole  $BAD$  dont l'équation a été prise  $x^4 = a^3y$ , laquelle ait pour axe  $AG$  dont les parties  $AG$  ou abscisses soient  $= y$  & les ordonnées  $BG = x$ . FIG. XVIII.

Maintenant pour le lieu à la ligne droite soit pris sur l'axe la partie  $AN = \frac{1}{2}a$ , dont les  $NG$  seront  $y - \frac{1}{2}a$ ; mais soit tiré la perpendiculaire  $AH$  à l'axe laquelle soit faite  $= \frac{1}{2}a$ , & par les points  $H$  &  $N$  soit mené la ligne droite  $HNB$  qui sera le lieu à la ligne droite de l'équation, combiné avec celui à la parabole: car les  $NG = y - \frac{1}{2}a = x$  seront aussi  $= GB$ .  $DI$  sera  $= -x = \frac{1}{2}a - y$ . On aura donc par cette construction les deux seules racines de l'équation proposée. Et c'est cette maniere de construction qu'on doit regarder comme la plus simple de toutes celles dont on peut se servir.

La construction seroit encore assez simple, si l'on posoit pour premier lieu  $x^3 = aay$ , car le second seroit une hyperbole entre ses asymptotes: mais cette construction n'est pas si simple que celle de la parabole  $yy = ax + \frac{1}{2}aa$  avec le cercle, comme ci-dessus.

## VII. E X E M P L E.

Soit l'équation proposée  $x^4 - 4aaxx - 2a^3x - \frac{1}{4}a^4 = 0$ .

Je prens le premier lieu  $x^4 = aayy$  qui est une parabole quarré-quarrée dont la racine est  $xx = ay$ ; & ayant substitué dans l'équation proposée la valeur de  $x^4$ , on a le second lieu,

$aayy - 4aaxx - 2a^3x - \frac{1}{4}a^4 = 0$ , qui se réduit à

$yy - \frac{1}{4}aa = 4xx + 2ax$ , & divisant par 4 on aura,

$\frac{1}{4}yy - \frac{1}{16}aa = xx + \frac{1}{2}ax$ , & réduisant en posant  $x + \frac{1}{4}a = z$ , on aura l'équation  $zz = \frac{1}{4}yy$  qui est un lieu à la ligne droite.

FIG. XIX. Pour construire ce lieu avec la parabole quarré-quarrée qu'on a introduite d'abord, laquelle soit  $B A D E F$  dont le parametre  $= a$  & les abscisses  $A G = y$ , les ordonnées  $G C = x$ .

Mais par la réduction on a  $x + \frac{1}{4}a = z$ : on menera  $A O$  perpendiculaire à l'axe  $A G$  de la parabole &  $= \frac{1}{4}a$ , & le point  $O$  fera l'origine des  $y$  sur  $O P$  parallele à l'axe  $A G$ , & les  $z$  seront perpendiculaires à  $O P$  qui seront les  $P B$ .

Pour la construction du lieu à la ligne droite on a  $4 || y || z z$ , ou bien  $2 || y || z$ : On prendra donc sur l'axe  $A G$ , la partie  $A H = 2 A O = \frac{1}{2}a$ , & l'on menera la ligne  $O H$  qui fera le lieu à la ligne droite qu'il falloit construire.

Il est évident que cette ligne droite coupera la parabole quarré quarrée en quatre points  $B I L E$ , lesquels donneront quatre racines de l'équation, dont une seule vraie  $B G$  est égale aux trois fausses ensemble  $I K, L M, E Q$ : ce qui est marqué par les signes de l'équation. Et le produit de la racine vraie par l'une des fausses sera,

$$xx - 2ax - \frac{1}{2}aa = 0, \text{ \& celui des deux autres fausses sera}$$

$$xx + 2ax + \frac{1}{2}aa = 0. \text{ Mais en résolvant ces équations}$$

on trouvera que la vraie racine sera  $x = \sqrt{\frac{3}{2}aa} + a$ , la fausse  $x = -\sqrt{\frac{3}{2}aa} + a$ , le produit de ces deux racines donnent le premier.

L'autre fausse  $x = \sqrt{\frac{1}{2}aa} - a$ , & la dernière  $x = -\sqrt{\frac{1}{2}aa} - a$ ; ce qui donne l'autre.

Cet exemple fait voir que si l'on n'avoit construit que la parabole simple  $B A D$ , on n'auroit eu que deux racines au lieu des quatre qui sont dans l'équation proposée, quoique ces deux lieux ayent toutes les conditions nécessaires pour les donner toutes quatre, & même huit.

#### VIII. EXEMPLE.

Soit l'équation proposée qu'il faut construire ;

$$x^4 - 5aaxx + 4a^4 = 0.$$

Soit pris le premier lieu  $ay = xx$ , ou son quarré

$ayy = x^4$  qui est à la parabole quarré-quarrée.

Et ayant substitué la valeur de  $x^4$  dans la proposée ; on aura le second lieu  $yy - 5ay + 4aa = 0$ .

Et réduisant ce lieu en prenant  $y - \frac{5}{2}a = z$ , on aura  $zz = \frac{9}{4}aa$  qui est un lieu aux hyperboles infinies, c'est-à-dire aux hyperboles dont  $\frac{3}{2}a$  est le demi-axe & son parametre infini.

Pour la construction soit la parabole  $ABDEF$  sur l'axe  $AG$  & dont le parametre est  $= a$ . FIG. XX.

Pour le lieu aux hyperboles opposées infinies, on a par la réduction  $y - \frac{5}{2}a = z$ . On prendra donc sur l'axe  $AG$  la partie  $AO = \frac{5}{2}a$ , & le point  $O$  sera l'origine ou le centre de ces hyperboles lineaires dont le demi-axe  $= \frac{3}{2}a$ ; c'est pourquoi on prendra  $OG$  &  $OK$  chacune égale à  $\frac{3}{2}a$ , lesquelles seront  $= z$ , sçavoir  $OG = +z$  &  $OK = -z$ ; & enfin par les points  $G$  &  $K$ , on tirera les hyperboles ou lignes droites  $IGH$  &  $DKB$ , qui rencontrant la parabole aux points  $HIBD$  donneront les quatre racines de cette équation, sçavoir  $GH$ ,  $GI$  chacune  $= x$  une vraie & une fausse & égales entr'elles, & les deux autres  $KB$ ,  $KD$  aussi chacune  $= x$  une vraie & une fausse & égales entr'elles, qui seront les quatre racines de l'équation proposée.

Il est facile à voir par les grandeurs de  $AO$ ,  $OG$  &  $OK$  que  $GH = 2a$  &  $AB = a$ .

On remarquera que si l'on s'étoit contenté de décrire seulement le lieu à la ligne droite  $IGH$  tel qu'il paroît-  
soit par  $z = \frac{3}{2}a$  racine de  $zz = \frac{9}{4}aa$ , on n'auroit eu que deux des quatre racines de cette équation, d'où l'on auroit pû dire que la regle étoit défectueuse.



*A B R E G E*  
*D E C A T O P T R I Q U E.*

Par M. CARRÉ.

1709.

**I**L y a sept ou huit ans que je composai des Abregez de Catoptrique & de Dioptrique démontrés par l'Algebre, en n'employant qu'une seule Formule generale, de laquelle je tirois par Corollaires le plus grand nombre des propositions démontrées d'une maniere fort longue par les differens Auteurs qui en ont traité. Ce fut le sçavant M. Halley qui m'en donna l'idée par la lecture d'un Mémoire qui se trouve dans le Suplément des Journaux des Sçavans de Leipfic en 1696, & qui renferme toute la doctrine des Foyers dans les verres sphériques. Ainsi ce que j'avois fait n'étoit que pour moi & pour quelques Amis à qui j'en avois donné copie, quoiqu'on me conseillât d'en faire un autre usage. M. Guisnée donna dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1704. une Méthode generale pour déterminer les Foyers de toutes sortes de verres de quelque courbure qu'ils fussent, qui a été fort bien reçue: ce qui me fit penser à donner aussi ce que j'avois fait sur la Catoptrique. Mais une maladie de près de quatre années, & dont je ne sçai pas si je pourrai me rétablir, m'en a empêché; ensorte que je ne pensois plus à mon Mémoire. Parcourant il y a quelque tems les Journaux de Leipfic de ces dernieres années, j'ai trouvé dans le Volume de 1707. une Méthode pour déterminer les foyers des Miroirs sphériques, composée par un autre Sçavant Anglois nommé M. Ditton, & qui suit précisément les mêmes idées que M. Halley; c'est à-dire, qu'il pose ce principe, que dans les petits angles, les côtés sont en même raison que les angles auxquels ils sont opposés. Comme mon principe est un peu different & beaucoup

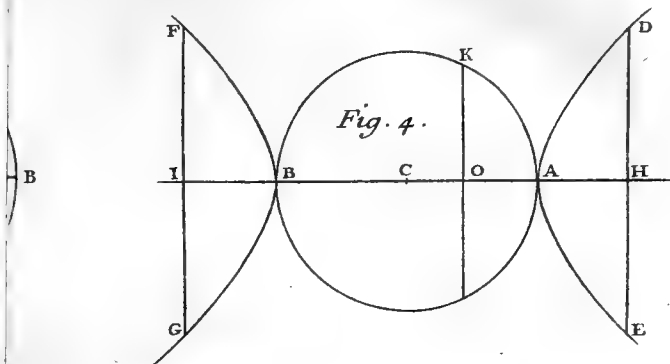


Fig. 4.

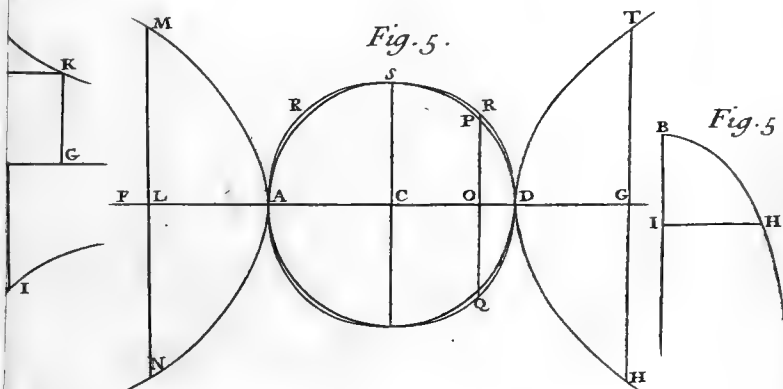


Fig. 5.

Fig. 5

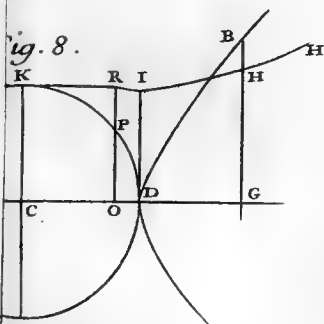


Fig. 8.

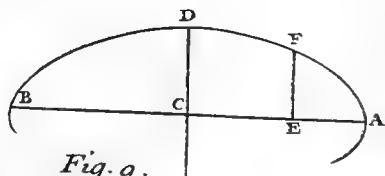


Fig. 9.

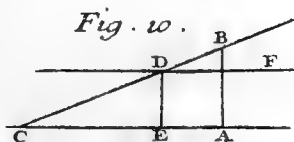


Fig. 10.

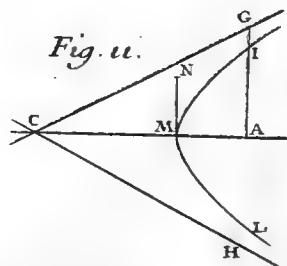
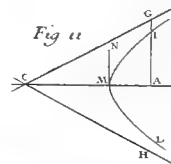
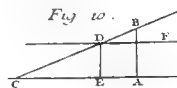
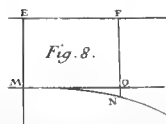
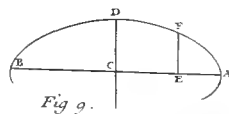
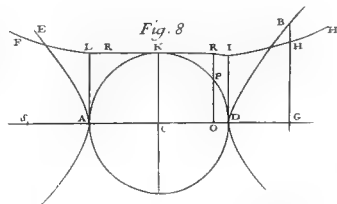
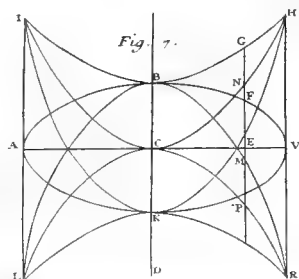
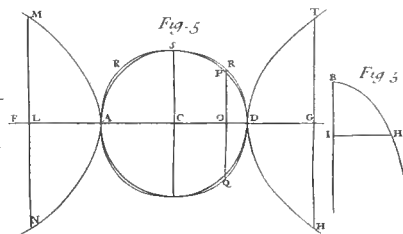
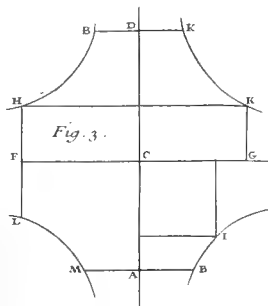
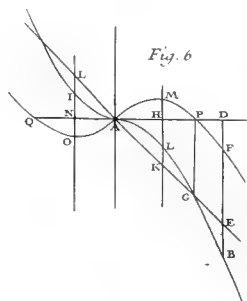
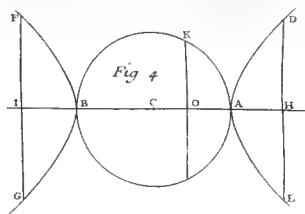
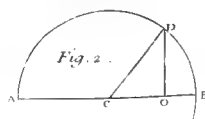
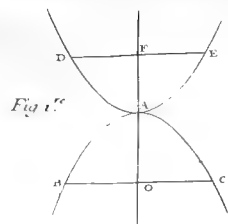


Fig. 11.





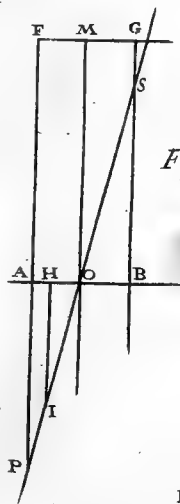


Fig. 13.

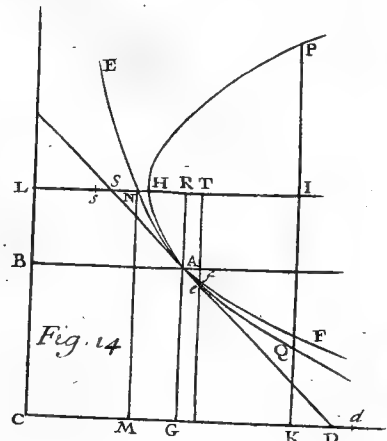


Fig. 14

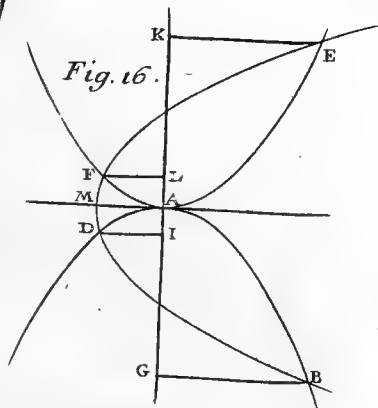


Fig. 16.

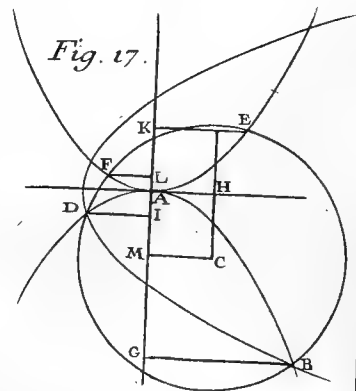


Fig. 17.

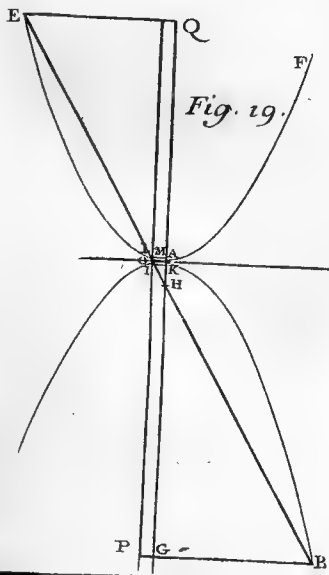


Fig. 19.

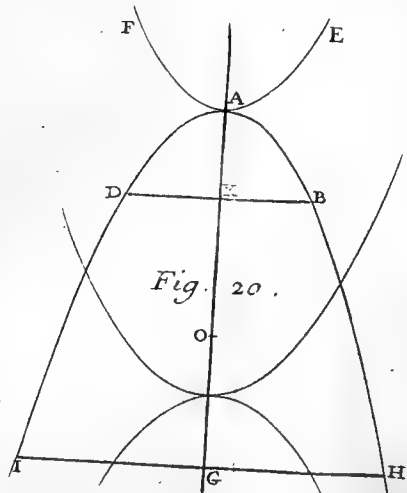


Fig. 20.

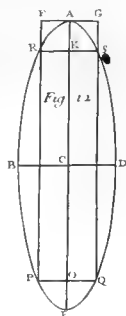


Fig 12

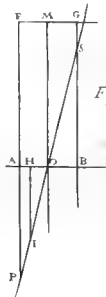


Fig 13

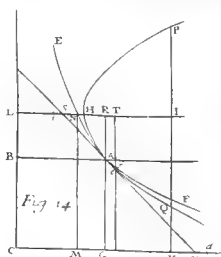


Fig 14

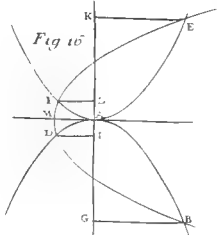


Fig 15

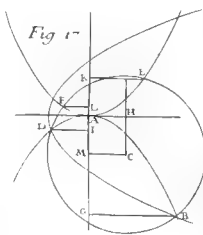


Fig 16

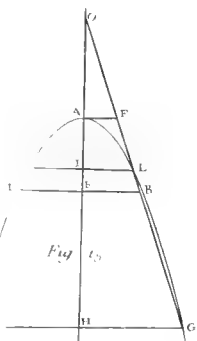


Fig 17

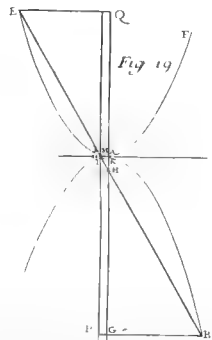


Fig 18

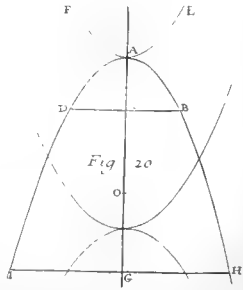


Fig 19

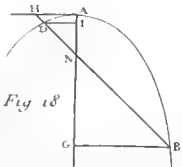
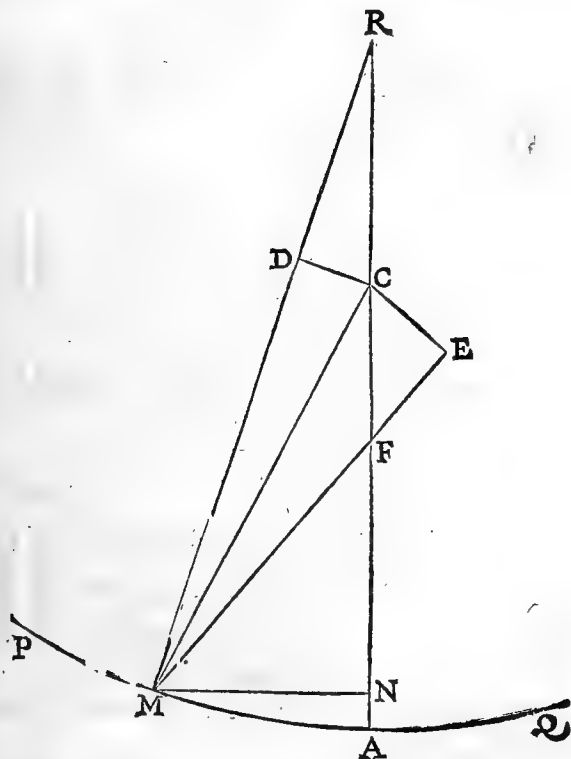


Fig 20

plus simple que le sien, & que je tire d'autres conséquences, je me suis déterminé à donner ce que j'ai fait : l'Académie en fera tel usage qu'il lui plaira.

### PROBLEME GENERAL:

Un Miroir concave d'une courbure quelconque étant donné avec un point ou un objet *rayonnant* dans l'axe de ce miroir, trouver le point où les rayons réfléchis se réunissent, & où se doit former l'image de l'objet.



Soit une portion de Miroir concave  $PQ$  d'une courbure quelconque, que  $RA$  représente l'axe de ce miroir, & que  $R$  pris dans cet axe soit le point ou l'objet rayonnant,

d'où partent une infinité de rayons lumineux qui tombent sur la surface  $PQ$ ; Que  $RM$  soit un de ces rayons incidents pris infiniment proche de  $RA$ : L'on demande le point  $F$  où le rayon réfléchi  $MF$  ira couper l'axe  $RA$  de ce miroir.

Soit menée du point  $M$  la ligne  $MC$ , perpendiculaire à la courbe  $PQ$ , qui sera le rayon de la développée, & qui coupera l'axe en un point  $C$ ; il est clair que cette ligne divisera l'angle  $RMF$  formé par les rayons incident & réfléchi en deux parties égales, à cause de l'égalité des angles d'incidence & de réflexion. Soient encore menées du point  $C$  les perpendiculaires  $CD$  sur  $RM$ , &  $CE$  sur  $MF$  prolongée, ces lignes seront égales, puisqu'elles peuvent être prises pour les sinus des angles d'incidence & de réflexion, dont  $RM$  soit le sinus total. Soit enfin  $MN$  perpendiculaire sur l'axe  $RA$ .

Ces choses étant ainsi posées: Soit  $RM$  ou  $RA$  ou  $RN = y$ : (ces lignes peuvent être prises pour égales à cause que l'on suppose que l'arc  $AM$  est infiniment petit)  $CM$  ou  $CA = a$ ; donc  $RC = y - a$ ;  $CD$  ou  $CE = s$ ;  $FM$  ou  $FA$  ou  $FN = x$ ; donc  $CF = a - x$ .

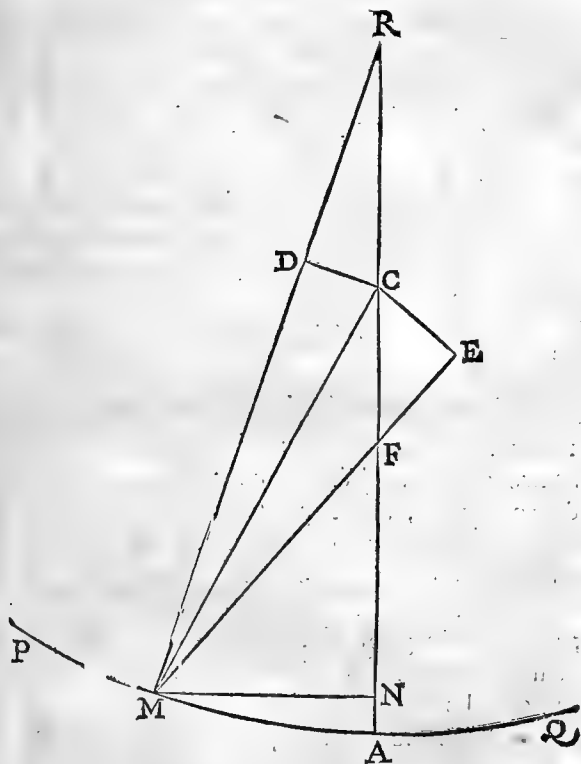
Pour trouver maintenant la valeur de la seule inconnue  $x$ , l'on considérera que les triangles  $RNM$  &  $RDC$  sont semblables: ainsi l'on aura cette analogie  $RC (y - a) : CD (s) :: RM (y) : MN = \frac{sy}{y - a}$ . De même à cause des triangles semblables  $MNF$ ,  $CEF$ , l'on aura  $MN \left( \frac{sy}{y - a} \right) : FM (x) :: CE (s) : CF = \frac{xy - ax}{y} = a - x$ ; d'où l'on tire

$x (FA) = \frac{ay}{2y - a}$ ; qui est précisément la même valeur trouvée dans l'*Analyse des infiniment petits*, sect. 6. art. 113; & c'est dans ce point où se doit former l'image de l'objet rayonnant: *Ce qu'il falloit trouver.*

Il est évident que si la courbe  $PMQ$  devient circulaire, la ligne  $CM$  ou  $CA$  en sera le rayon, puisque la développée du cercle se réunit en un point qui est le centre.

L'on

L'on peut trouver cette formule d'une manière encore plus simple , en considérant que le triangle  $RMF$  ayant l'angle  $M$  divisé en deux parties égales par la ligne  $MC$ , on aura cette proportion ,  $RM$  ou  $RA$  ( $y$ ).  $MF$  ou  $FA$  ( $x$ ) ::  $RC$  ( $y-a$ ).  $CF$  ( $a-x$ ). D'où l'on tirera cette conclusion que dans les Miroirs sphériques les points  $R$ ,  $C$ ,  $F$ ,  $A$ ; c'est-à-dire , que le point rayonnant, le centre, le foyer & le sommet d'un miroir sont situez de manière, que les parties de son axe  $RA$ ,  $CA$ ,  $FA$  sont entr'elles en proportion harmonique.



Comme l'on n'employe guères dans les Miroirs dont on se sert, que la figure plane ou sphérique, l'on va dé-

duire de la formule  $\frac{ay}{2y-a}$  que l'on vient de trouver, & que l'on nommera  $f$  dans la suite, d'une maniere très-simple la plupart des propositions que les Auteurs ont démontrées dans leurs Traitez de Catoptrique. Et l'on en pourra encore tirer beaucoup d'autres dont ils n'ont point parlé : ce qui marque la grande utilité & la fécondité des formules, qui découvrent avec tant de facilité un très grand nombre de veritez d'usage, que l'on ne pourroit démontrer d'une autre maniere que par de longs raisonnemens, qui sont souvent propres à rebuter les Lecteurs, au lieu de les fixer & de les éclairer.

### DES MIROIRS CONCAVES.

Si  $y = \infty$  ; alors  $f = \frac{ay}{2y-a} = \frac{1}{2}a$  : c'est-à-dire que si les rayons lumineux partent d'une distance infinie, les rayons réfléchis se réunissent au quart de l'axe du miroir. Donc les rayons qui tombent paralleles sur la surface d'un miroir concave, se réunissent après la réflexion au quart de l'axe de la sphere dont le miroir est une portion ; & c'est ce point qu'on nomme le vrai foyer du miroir, parce que c'est en cet endroit où concourt un plus grand nombre de rayons, & que les corps qui y sont placez, sont échauffés ou enflammez.

Il seroit facile de faire voir ici : 1°. Qu'il est inutile qu'un Miroir ardent sphérique contienne une étendue de plus de 30 degrez, parce que tous les rayons qui tomberoient au-delà ne serviroient à rien. 2°. Que le foyer de ces miroirs, bien loin d'être un point, est un petit espace circulaire dont le diametre est égal à la corde d'un arc de 15 minutes du grand cercle de la sphere dont le miroir est une portion. D'où l'on pourroit tirer cette conclusion, que l'on ne peut faire un miroir qui brûle à une distance quelconque comme quelques-uns l'ont crû, fondez sur ce faux principe, que les rayons du Soleil étant toujours physiquement paralleles, se réunissent par le moyen des miroirs sphériques dans un point physique :

mais au contraire ce foyer à d'autant plus d'étendue que le miroir est portion d'une plus grande sphère ; en sorte qu'il pourroit être portion d'une sphère telle que son foyer seroit presque aussi grand que le miroir , comme il est facile d'en faire le calcul : d'où l'on voit que les rayons réfléchis n'étant pas plus réunis que leurs incidens , ne pourroient produire aucun effet sensible.

3°. Que si l'on circonscrit au cercle  $PMQ$  une parabole qui ait pour parametre le diametre de ce cercle , & qu'elle le touche par son sommet , & que l'on conçoive deux miroirs l'un parabolique & l'autre sphérique formez par le moyen de ces deux courbes ; il est évident , dis-je , qu'ils auront un même foyer , & qu'ainsi ils feroient à peu près le même effet : car les rayons qui tomberont paralleles sur ces deux surfaces se réuniront les uns au quart du parametre , comme on le démontre dans les Sections Coniques , & les autres au quart du diametre , comme on le vient de voir. Et cette parabole est la plus petite de toutes celles qui peuvent être circonscrites au cercle.

II. Si  $y=a$  qui exprime le rayon de la sphère dont le miroir est une portion ; l'on aura aussi  $f=a$  : c'est-à-dire , que si le point rayonnant est au centre du miroir , l'image s'y formera aussi ; ce qui est évident , puisque dans ce cas les rayons incidens sont perpendiculaires à la surface du miroir. D'où l'on peut conclure : 1°. Que dans quelque endroit que l'on se place pour se regarder dans un miroir concave , on ne peut se voir que dans une ligne qui passe par le centre de ce miroir , & qui en est un des diametres : car on ne se peut voir que par des rayons qui se réfléchissent sur eux-mêmes. Donc si un œil est placé au centre du miroir , il doit se voir dans tout le miroir , mais tout est confus à cause du concours des rayons. 2°. Que si un objet est placé au centre du miroir , & que l'œil du spectateur soit hors du miroir , il ne pourra jamais voir l'objet , parce qu'il ne sera plus exposé à l'action des rayons réfléchis.

III. Si  $y > a$  comme on l'a supposé d'abord , donc  $f < a$ , mais  $> \frac{1}{2}a$  : c'est-à-dire que si la distance du point rayonnant est plus grande que le demi-axe du miroir , la distance de l'image au miroir sera toujours plus grande que le quart de cet axe ; ou ce qui est la même chose , si le point rayonnant est au-delà du centre , les rayons réfléchis se réuniront entre le centre & le vrai foyer. D'où l'on peut conclure : 1°. Que plus un objet s'éloignera , plus son image approchera du foyer ; mais qu'elle n'y arrivera jamais , parce que les rayons qui partent de cet objet ne seront jamais parallèles , ce qui est nécessaire afin que leur réunion se fasse au foyer.

2°. Que plus l'objet s'éloignera du miroir , plus au contraire son image s'en approchera ; & si l'objet s'en approche , l'image s'en éloignera , & allant pour ainsi dire comme au-devant de l'objet , ils se réuniront au centre. Et cette image paroîtra comme suspendue en l'air entre l'objet & le miroir.

3°. Que si l'œil du spectateur est plus éloigné du miroir que l'image , l'objet paroîtra renversé , c'est-à-dire que ce qui est en haut paroîtra en bas , & ce qui est à droite paroîtra à gauche , parce que les rayons réfléchis se feront croîsez avant que d'entrer dans l'œil.

4°. Que si l'œil est placé entre le foyer & le miroir , il verra cet objet dans sa situation naturelle.

5°. Comme les rayons qui partent d'un point de l'axe pris au-dessus du centre sont toujours convergens en se réfléchissant ; il est clair que l'on peut par le moyen d'un miroir concave corriger le défaut de ceux qui ne peuvent voir que de loin , & qu'on nomme *Presbytes* : car les rayons réfléchis entreront dans l'œil de la même manière que s'ils partoient d'un objet fort éloigné , ce qui est nécessaire afin que ces sortes de vuës apperçoivent distinctement les objets : à quoi l'on peut ajoûter qu'ils renvoient une plus grande quantité de rayons dans l'œil. Ainsi l'on peut dire que ces miroirs font le même effet par réflexion que les verres convexes par réfraction. D'où l'on voit



encore que plus le miroir concave est portion d'une petite sphère, plus les rayons réfléchis seront convergens; & par conséquent que ces rayons se réuniront plutôt dans l'œil.

IV. Si  $y < a$ , donc  $f$  sera toujours  $> a$ : c'est-à-dire que si le point rayonnant est situé entre le centre & le foyer, les rayons réfléchis iront toujours rencontrer l'axe au-delà du centre: & reciproquement les rayons réfléchis concourans au-delà du centre, le point rayonnant sera toujours entre le centre & le foyer.

D'où l'on peut conclure: 1°. Que si l'on place un objet entre le miroir & son centre, plus il sera proche du centre plus il paroîtra grand: car à cause de la divergence des rayons, il sera vu sous un plus grand angle.

2°. Qu'il sera vu dans sa situation naturelle: car ce qui est à droite paroîtra à gauche dans le miroir, & ce qui est à gauche paroîtra à droite.

3°. L'on peut encore conclure de ce que l'on vient de dire, que si l'on décrit une Ellipse qui ait pour foyer les points  $R$  &  $F$  & pour parametres une ligne égale à l'axe du miroir  $= 2CA$ , & qu'on en forme un miroir concave, il fera physiquement le même effet que le miroir sphérique formé par le cercle qui la toucheroit à son sommet  $A$ : car l'on démontre dans les Sections Coniques que les rayons qui partent d'un des foyers d'une Ellipse, se réunissent à l'autre foyer après la réflexion. Et il seroit facile de prouver que ce cercle est le plus grand de tous ceux qui peuvent être inscrits dans cette Ellipse.

V. Il est encore évident que la valeur de  $F$  sera positive, negative ou infinie selon que la quantité  $2y$  sera plus grande, plus petite, ou égale à  $a$ . Car 1°. si  $y > \frac{1}{2}a$ , la grandeur  $f = \frac{ay}{2y-a}$  sera positive; d'où l'on doit conclure que le point rayonnant & le foyer seront vers un même côté du miroir comme on l'a supposé en faisant le calcul.

D'où l'on voit que si l'on place un objet entre le centre & le foyer du miroir , & que les yeux du spectateur soient placez plus proche du miroir que n'est le point de concours des rayons réfléchis , cet objet doit paroître confus : car dans ce cas les rayons réfléchis se réunissent dans un point de l'axe qui est au-delà du centre : or les yeux étant placez avant le concours de ces rayons , les recevront comme s'ils venoient de differens points ; donc ils ne se réuniront pas exactement sur la retine , donc la vision sera confuse.

Mais si l'œil du spectateur est placé au-delà du centre , il est clair qu'il verra cet objet renversé , parce que les rayons réfléchis s'étant croisez avant que d'entrer dans l'œil , ce qui est à droite a passé à gauche , & ce qui est à gauche a passé à droite.

Comme l'image d'un objet placé entre le foyer & le centre paroît au-devant du miroir plus éloignée que le centre , il est facile de rendre la raison de cet effet qui paroît surprenant : c'est que si l'on présente vers le foyer d'un miroir concave la pointe d'une épée nuë , elle paroît revenir par un mouvement contraire , en sorte que ceux qui ne connoissent pas cet effet , mettent la main au-devant de leur visage , de crainte qu'elle ne les aille frapper.

2°. Si  $y < \frac{1}{2}a$  ; c'est-à-dire que si le point rayonnant est plus proche du miroir que le quart de l'axe , ou ce qui revient au même , s'il est placé entre le miroir & son foyer , l'image de ce point sera situé dans l'axe de ce miroir , mais prolongé au-delà du sommet du miroir , parce qu'alors la valeur de  $f$  étant négative , le concours des rayons réfléchis se fait au-delà du miroir : Donc ces rayons seront toujours divergens ; & ainsi plus un œil sera proche du miroir , plus ces rayons se réuniront loin du crytallin. D'où l'on voit que plus un objet sera proche du foyer du miroir , plus son image en doit paroître éloignée. Car les rayons réfléchis étant moins divergens , leur réunion ou l'image de l'objet doit se faire plus loin d'un miroir.

Il est encore évident , que si l'image d'un objet paroît

au-delà du miroir, sa distance du miroir est toujours plus grande que celle de l'objet rayonnant. Mais il est facile de voir que si l'objet s'éloigne du miroir, l'image s'en éloignera aussi ; & qu'au contraire l'objet s'en approchant, l'image s'en approchera : car dans ce cas les rayons réfléchis sont plus divergens, donc leur réunion se fera plutôt au fond des yeux, au lieu que dans le premier cas ils sont moins divergens. Mais l'image de cet objet paroîtra toujours dans sa situation naturelle.

Il est encore facile de connoître, que si un objet est placé hors la concavité d'un miroir, & qu'il soit plus éloigné de l'axe de ce miroir que l'œil du spectateur, il ne pourra pas voir cet objet.

3°. Enfin si  $2y = a$  ou  $y = \frac{1}{2}a$  ; donc  $f = \infty$  ; c'est-à-dire que si un objet est placé au quart de l'axe du miroir, les rayons réfléchis seront parallèles à cet axe ; donc l'image de cet objet devroit paroître à une distance infinie. D'où l'on voit que si l'on met la flamme d'une chandelle au foyer d'un miroir sphérique, ou parabolique, le miroir paroîtra comme en feu, & il réfléchira assez de lumière pour lire à une très-grande distance. Le P. Taquet dit qu'il a lû par ce moyen à une distance de quatre cent pieds.

#### DES MIROIRS PLANS.

VI. Si dans la formule  $f = \frac{ay}{2y-a}$ , l'on suppose  $a = \infty$  ; il est visible que le miroir deviendra plan au lieu de concave qu'on l'a supposé : l'on aura donc  $f = -y$  ; ce qui fait connoître que les rayons réfléchis sont toujours divergens, & que l'image doit paroître autant au-delà du miroir, que l'objet est éloigné de sa surface : car l'œil du spectateur est affecté de la même manière que si l'objet étoit placé au-delà du miroir dans le point de réunion des rayons réfléchis prolongez ; donc son image y doit paroître.

D'où l'on peut conclure : 1°. Que l'image de chaque point d'un objet doit paroître dans le concours du rayon

réflecti qui passe par le centre de l'œil & de la perpendiculaire menée de ce point rayonnant sur la surface du miroir.

2°. Que la distance de l'image à l'œil est égale au rayon incident plus le rayon réfléchi. Donc si l'on voyoit un objet par la réflexion de plusieurs miroirs plans, la distance de son image à l'œil seroit égale à la somme des rayons incidens & des rayons réfléchis.

3°. Que dans un miroir placé horizontalement, les objets verticaux y doivent paroître dans une situation renversée. Mais que les objets paralleles à la surface du miroir doivent aussi paroître au-dedans paralleles, & que leurs images ne sont pas semblablement posées, quoique les objets paroissent dans leur situation naturelle.

4°. Que si les objets sont inclinez, leurs images doivent aussi paroître inclinées dans ces miroirs: ce qui peut servir à rendre raison pourquoi présentant au plancher d'une chambre un miroir incliné, ce plancher paroît s'incliner de l'autre côté.

5°. Que si un miroir plan fait avec l'horison un angle de 45 degrez, les objets horizontaux paroîtront verticaux, & au contraire les verticaux paroîtront horizontaux.

6°. Que si l'on joint deux miroirs plans faisant un angle quelconque, l'on ne pourra pas voir un même objet par le moyen de ces deux miroirs, si l'œil est tourné du côté de la convexité de l'angle: Mais s'il est tourné du côté de sa concavité, on le pourra voir plusieurs fois, si ces miroirs font un angle aigu. Que si l'on veut multiplier cet objet une infinité de fois, il faut que ces miroirs plans soient paralleles entr'eux.

7°. Il seroit facile de prouver que si l'inclinaison d'un miroir varie d'un degré, le rayon réfléchi du rayon incident, se changera de deux degrez: ce qui pourroit servir à rendre raison pourquoi les rayons du soleil réfléchis par l'eau d'une riviere qui coule même fort lentement, sont fort agitez, enforte qu'un petit mouvement de l'eau  
les

les porte dans une étendue surprenante. D'où l'on peut conclure que si l'on tourne un miroir circulairement, on fera aussi mouvoir l'image de l'objet circulairement, ce qui fera paroître l'objet se mouvoir une fois plus vite.

### DES MIROIRS CONVEXES.

VII. Si l'on conçoit que le point rayonnant tombe de l'autre côté du point *R* par rapport au point *A*, ou ce qui revient au même, si la Courbe *PMQ* est convexe vers le point lumineux, alors *y* deviendra négative de positive qu'elle étoit dans la formule. Ainsi *FA* ou  $f = \frac{-ay}{-2y-a} = \frac{ay}{2y+a}$  : & comme cette valeur est toujours positive, il est clair que les rayons réfléchis infiniment proches feront toujours divergens ; c'est-à-dire que le foyer convexe, ou le point de réunion des rayons réfléchis, sera toujours au-delà de ce miroir. D'où l'on voit que ces miroirs sont encore moins propres à échauffer ou brûler que les miroirs plans.

L'on trouveroit encore la même valeur de *f* en changeant dans les miroirs sphériques le signe de la grandeur *a* ; ce qui est clair, puisque le centre de ces miroirs est toujours du côté opposé au point rayonnant.

Comme l'on ne peut voir par le moyen de deux miroirs plans faisant un angle quelconque, le même objet répété lorsque l'œil est tourné du côté de la convexité de l'angle, il est évident qu'un miroir convexe que l'on peut regarder comme composé d'une infinité de petits miroirs plans ; ne sçauroit non plus multiplier les objets : car du même point d'un miroir convexe, il ne peut venir dans l'œil que les rayons qui partent du point d'un objet qui lui répond : & c'est pour cette raison que l'on voit toujours un point plus éclairé que les autres.

Il est visible à cause de la divergence des rayons réfléchis, que l'on peut se servir de ces miroirs pour corriger le défaut de ceux qui ont la vûe courte, & qu'on nomme *Myopes* : car ces rayons entrent dans l'œil sous un plus

grand angle ; & de la même maniere que si l'objet étoit plus proche ; ce qui est nécessaire pour ces sortes de vûes , puisqu'à cause de la trop grande convexité du crySTALLIN , les rayons se réunissent avant que d'arriver à la retine , ce qui rend la vision confuse. Ainsi l'on peut dire qu'à l'égard de ceux qui ont la vûë courte , ces miroirs produisent le même effet que les verres concaves.

D'où l'on peut conclure : 1°. Que plus un miroir convexe fera proche de l'œil , plus les rayons réfléchis qui partent d'un même point d'un objet se réuniront au-delà du crySTALLIN. 2°. Que plus une vûë sera courte , plus le miroir doit être convexe , c'est-à-dire portion d'une plus petite sphère : car les rayons réfléchis sont d'autant plus divergens que le miroir est convexe.

L'on peut encore conclure de ce que le foyer du point rayonnant  $R$  se trouve du côté opposé à cause de la divergence des rayons , que si l'on décrit deux hyperboles opposées , dont l'une ait pour foyer le point  $R$  & l'autre le point  $F$  & pour parametre une ligne double de  $CA$  , ou égale à l'axe de la sphère dont le miroir est une portion , celle qui a pour foyer le point  $F$  formant un miroir convexe , il fera physiquement le même effet que le miroir sphérique formé par le cercle qui a pour rayon  $CA$  : car c'est la propriété des foyers de ces hyperboles , comme on le démontre dans les Sections Coniques. Et il seroit facile de faire voir que le cercle qui touche cette hyperbole à son sommet  $A$  , est le plus grand de tous ceux qui y peuvent être inscrits.

VIII. Comme la valeur de  $f$  est toujours positive , puisque tous ses termes sont affectés des mêmes signes ; il est évident quelque grande que soit la distance de l'objet au miroir , l'image n'en paroîtra jamais plus éloignée que le quart de l'axe : Car si l'on suppose que  $y = \infty$  ; l'on aura encore  $f = \frac{1}{2}a$  ; c'est-à-dire que dans le cas que l'objet fût à une distance infinie du miroir , son image paroîtroit précisément à la distance du quart du diametre de la sphère dont le miroir est portion. Ce seroit la même chose si les

rayons tomboient paralelles sur la surface du miroir. D'où l'on peut tirer les conclusions suivantes.

1°. Que si l'objet s'approche du miroir, l'image s'en approchera aussi ; au contraire que l'objet s'en éloignant, son image s'en éloignera.

2°. Que la distance de l'objet au miroir est toujours plus grande que celle de l'image au même miroir, & qu'ainsi on pourra quelquefois voir l'image d'un objet presque dans la surface du miroir.

3°. Que la distance de l'image au centre du miroir est toujours plus petite que le rayon.

4°. Que cette même distance de l'image au centre est encore plus grande que sa distance au miroir.

5°. Les images paroissent toujours plus petites que leurs objets : car à cause de la divergence des rayons, ces miroirs les font paroître sous un plus petit angle que les miroirs plans, qui font voir les objets dans leur grandeur naturelle : D'où l'on voit que plus un miroir sera portion d'une petite sphère, plus un objet paroîtra petit.

6°. Si l'on approche l'objet du miroir, l'œil du spectateur demeurant immobile, son image paroîtra plus grande, parce que l'angle deviendra plus grand. Il en est de même si l'œil s'approche du miroir, & que l'objet demeure immobile ; car son image paroîtra & plus grande & plus proche du miroir.

7°. L'image d'un point pris sur la perpendiculaire au miroir, & qui en est près, paroît plus éloignée du centre, que celle d'un autre point, quoique plus éloigné du miroir. D'où il suit que les objets qui sont perpendiculaires à la surface des miroirs convexes, doivent paroître renversez.

IX. Comme la formule renferme trois grandeurs, la distance de l'objet lumineux au miroir, celle du centre & celle du foyer ; il est évident que deux quelconques de ces grandeurs étant données, on trouvera toujours la 3<sup>e</sup> : Ainsi supposant que la distance du centre & celle du foyer soient connues, l'on connoîtra celle du point lumineux.

Ou, la distance du point lumineux & celle du foyer étant données, l'on trouvera celle du centre ou le rayon de la sphère, dont le miroir est une portion. Ces choses sont trop faciles pour qu'on s'y arrête davantage.

## REMARQUE.

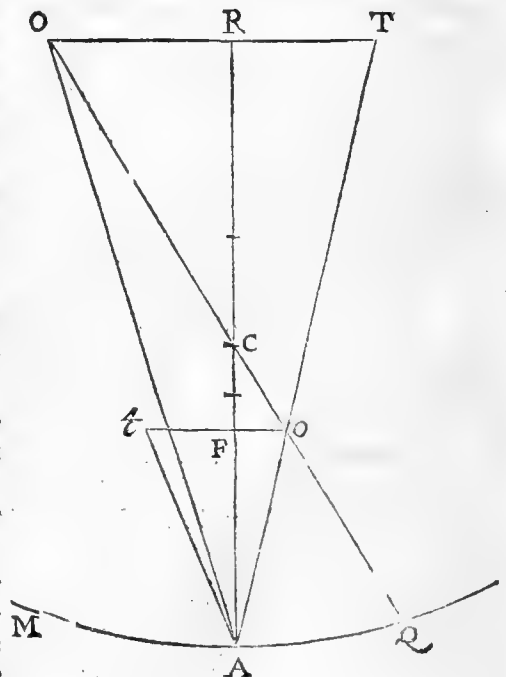
Il est facile maintenant en se servant des mêmes principes, de résoudre un Problème de Catoptrique qui se trouve dans quelques Auteurs. Mais il est bon auparavant de démontrer ce Lemme.

## LEMME.

Les lignes menées du sommet d'un miroir convexe ou concave aux extremités d'un objet de son image, forment des angles égaux.

Soit un objet  $OT$ , & son image  $ot$ , soient menées du sommet  $A$  les lignes  $AO, AT, At, Ao$ ; il faut prouver que l'angle  $OAT = tAo$ .

Il est évident  
 1°. Que l'axe  $RA$  du miroir est perpendiculaire sur l'objet & sur l'image.  
 2°. Que si par les points  $O, o$ , l'on mène la ligne  $Oo$  prolongée en  $Q$ , elle passera par le





centre  $C$ . Or, par le Problème général,  $xy - ax - ay - yx$ ; donc  $y . x :: y - a . a - x$ , c'est-à-dire, que  $RA . FA :: RC . CF$ ; mais à cause des triangles semblables  $CRO$ ,  $CFo$ ,  $RC . CF :: RO . Fo$ ; donc  $RA . FA :: RO . Fo$ ; Ainsi à cause que les angles en  $R$  & en  $F$  sont droits, les angles  $RAO$  &  $FAO$  sont égaux; donc, &c.

## COROLLAIRE.

D'où l'on peut conclure 1°. Que la grandeur de l'objet & de son image sont entr'elles comme leurs distances du sommet du miroir, si on les considère comme des lignes; & que si on les considère comme des surfaces, leurs grandeurs seront comme les quarrés de ces distances. 2°. Que l'objet & son image sont coupés avec le même rapport par la ligne menée du sommet du miroir par le centre.

## PROBLEME.

Un objet étant donné avec un miroir, trouver à quelle distance de ce miroir on le doit placer, afin que sa grandeur soit à celle de son image en telle raison que l'on voudra.

Soit nommé l'objet  $O$ ; son image  $I$ ; la distance de l'objet au miroir  $y$ ; & celle de l'image au miroir  $f$ ; & que la grandeur de l'objet soit à celle de son image dans la raison de  $m$  à  $n$ . Or par le Lemme la grandeur de l'objet est à celle de son image (en les regardant comme des surfaces) en raison des quarrés de leurs distances au sommet du miroir: l'on aura donc  $O . I :: yy . ff$ ; mais par l'hypothèse  $O . I :: m . n$ ; donc  $yy . ff :: m . n$ . Et parce que l'on a trouvé  $f = \frac{ay}{2y - a}$ ; donc  $yy . \frac{a^2yy}{4yy - 4ay + aa} :: m . n$ ; d'où l'on tire cette égalité du second degré  $yy - ay = \frac{maa - naa}{4n}$ ; donc  $y = \frac{1}{2}a + \frac{a}{2}\sqrt{\frac{m}{n}}$ . ou  $y = \frac{a\sqrt{m} + a\sqrt{n}}{2\sqrt{n}}$ ; & mettant cette valeur dans celle de  $ff$ , l'on aura  $\frac{a^2yy}{4yy - 4ay + aa} = \frac{m + n + \sqrt{m \times n} \times aa}{4m}$ ; mais  $yy = \frac{m + n + 2\sqrt{mn} \times aa}{4n}$ ; l'on aura donc

enfin  $y.y.f.f :: \frac{m+n+2\sqrt{mn} \times aa}{4n} . \frac{m+n+2\sqrt{mn} \times aa}{4m} :: m.n$ . C'est à-dire que si l'objet est placé à la distance de  $\frac{a\sqrt{m+a\sqrt{n}}}{2\sqrt{n}}$ ; son image paroîtra à la distance de  $\frac{a\sqrt{m+a\sqrt{n}}}{2\sqrt{m}}$ , & alors le rapport de leurs grandeurs sera dans la raison de  $m$  à  $n$  que l'on demande.

Que si l'objet & son image sont regardez comme des lignes; alors leurs grandeurs seront proportionnelles à leurs distances du sommet du miroir; ainsi l'on aura  $O.I :: y.f :: m.n$ ; d'où l'on tire  $f = \frac{a\sqrt{y}}{2y-a} = \frac{m+n \times a}{2m}$ , &  $y = \frac{m+n \times a}{2n}$ , Si donc l'on place l'objet à la distance de  $\frac{m+n \times a}{2n}$ , son image paroîtra à celle de  $\frac{m+n \times a}{2m}$ ; donc leurs grandeurs seront dans la raison donnée de  $m$  à  $n$ . *Ce qu'il falloit trouver.*

Il est évident que si l'on donnoit la distance de l'objet & de l'image au miroir, l'on auroit aussi le rapport de la grandeur de l'image à celle de l'objet.

Il sera encore facile lorsque l'image d'un objet sera formée par la réflexion de plusieurs miroirs, de trouver le rapport de la grandeur de l'objet à sa dernière image.



## DES MOUVEMENTS

*Primitivement retardés en raison des tems qui resteroient à écouler jusqu'à leur entiere extinction dans le vuide faits dans des milieux résistans en raison des quarrés des vitesses effectives du mobile.*

PAR M. VARIGNON.

**O**N a vû dans les Mem. des 15. Juin & 17. Août derniers ( voyez les Mem. de 1709. c'est d'eux que seront prises les pages qu'on va citer. ) ce que des Mouvements primitivement accelerés, depuis zero ou non, en raison des tems écoulés, ainsi qu'on le suppose d'ordinaire avec Galilée, deviendroient dans des milieux résistans en raison des quarrés des vitesses actuelles ou restantes du mobile: voici présentement ce qui devroit aussi arriver dans ces milieux à des mouvemens primitivement retardés en raison des tems à écouler jusqu'à leur entiere extinction s'ils ne trouvoient aucune résistance de la part du milieu, ainsi qu'on le pense encore d'ordinaire avec Galilée touchant les corps jettés de bas en haut dans le vuide.

1709.  
18. Dec.

## PROBLÈME.

*La construction générale du Lem. 1. pag. 194. de 1709. FIG. I. étant ici supposée, trouver les courbes ARC des résistances totales ou des vitesses perduës, HUC des vitesses restantes, &c. Dans l'hypothèse 1°. des résistances instantanées en raison des quarrés des vitesses restantes; & 2°. des vitesses primitives retardées en raison des tems qui resteroient à écouler jusqu'à leur entiere extinction, si le milieu ne leur faisoit aucune résistance.*

## SOLUTION.

I. Soient encore ici les mêmes noms que dans l'art. 3.

du Lem. 1. pag. 195. de 1709. ſçavoir  $AF=a$ , la viteſſe initiale;  $TV=v$ , ce qu'il en reſteroit dans un milieu ſans réſiſtance à la fin du tems  $AT=t$ ;  $AC=a$ , ce qu'elle emploieroit de tems en tout juſqu'à ſon entiere extinction dans ce milieu;  $TR=r$ , les réſiſtances totales, ou les viteſſes perduës pendant le tems  $AT$  dans le milieu réſiſtant ici en raiſon des quarrés des viteſſes actuelles ou reſtantes de celles-là;  $RV=TV=u$ , ces viteſſes reſtantes à la fin de ces tems;  $TE=z$  en raiſon des réſiſtances inſtantanées  $dr$ .

II. Ces noms ainſi ſuppoſés, la premiere des deux conditions de ce Problème-ci donnera  $TE(z) = \frac{TV \times TV}{a} \left( \frac{uu}{a} \right) = \frac{TV^2 - TR^2}{a} \left( \frac{v^2 - r^2}{a} \right)$ ; & la ſeconde,  $TV(v) = TC(a-t)$ : De forte que les deux enſemble donneront  $z = \frac{uv}{a}$ , &  $z = \frac{a-t-r^2}{a}$ . Donc en ſubſtituant chacune de ces deux valeurs de  $z$  dans l'équation  $\frac{dt}{a} = \frac{dr}{z} = \frac{-dt-du}{z}$  de l'art. 3. du Lem. 1. pag. 195. de 1709. L'on auraici  $\frac{dt}{a} = \frac{adr}{a-t-r^2}$  pour l'équation de la Courbe  $ARC$  des réſiſtances totales  $TR(r)$  ou des viteſſes perduës pendant les tems  $AT(t)$ ; &  $\frac{dt}{a} = \frac{-adt-adu}{uu}$ , ou  $uudt = -aadt - aadu$ , d'où réſulte auſſi  $aadt + uudt = -aadu$ , ou  $dt = \frac{-aadu}{aa+uu}$  pour l'équation pareillement requiſe de la Courbe  $HUC$  des viteſſes reſtantes  $TV(u)$ .

III. Pour conſtruire cette Courbe par le moyen de cette équation, il faut conſiderer que  $UV$  en  $HF$ , ou  $T$  en  $\mathcal{A}$ , rend  $HA=UT$  (Lem. 1. pag. 194. de 1709)  $=RV=AF=a$ . Cela étant, ſoit du centre  $\mathcal{A}$  & du rayon  $\mathcal{A}H$ , le quart de cercle  $HSD$ , lequel rencontre  $CA$  prolongée en  $D$ , & qui ait  $D\Omega$  pour tangente en ce point  $D$ , laquelle  $D\Omega$  ſoit rencontrée en  $L$ ,  $\Omega$ , par  $UL$ ,  $H\Omega$ , paralleles à  $CD$ . Soient les Secantes  $AL$ ,  $A\Omega$ , leſquelles rencontrent le quart du cercle en  $\Pi$ ,  $S$ ; deſquels points ſoient  $\Pi P$ ,  $SQ$ , paralleles

parallèles à  $HA$ , & qui rencontrent  $AD$  en  $P, Q$ . De l'autre extrémité  $\pi$  de l'élément  $\Pi\pi$  du quart de cercle soient aussi  $\pi p, \pi O$ , qui achevent le petit parallélograme rectangle  $Pp\pi O$ .

IV. Cette construction donnera non-seulement  $AD = AH = a$ , &  $DL = TU = u$ ; mais encore  $AL(\sqrt{aa+uu})$ .  
 $\mathcal{A}\Pi(a) :: DL(u) . \Pi P = \frac{au}{\sqrt{aa+uu}}$ . Et  $AL(\sqrt{aa+uu})$  :  
 $\mathcal{A}\Pi(a) :: AD(a) . \mathcal{A}P = \frac{aa}{\sqrt{aa+uu}}$ . Ce qui donne  $Pp$  ou  
 $\pi O = \frac{-aauu}{aa+uu \times \sqrt{aa+uu}}$ ; & ensuite  $\Pi P \left( \frac{au}{\sqrt{aa+uu}} \right) . \mathcal{A}\Pi(a) ::$   
 $\pi O \left( \frac{-aauu}{aa+uu \times \sqrt{aa+uu}} \right) . \Pi\pi = \frac{-aadu}{aa+uu}$ . Donc l'art. 2. venant  
de donner aussi  $dt = \frac{-aadu}{aa+uu}$ , l'on aura ici  $dt = \Pi\pi$ ; &  
par conséquent (en integrant)  $t = H\Pi + q$ . Mais le cas  
de  $\mathcal{A}T(r) = 0$  en  $\mathcal{A}$ , rendant  $DL(u) = D\Omega(a)$ , & conséquemment  $H\Pi = HS$ , réduit cette intégrale à  $0 = HS + q$ , d'où résulte  $q = -HS$ . Donc  $t(\mathcal{A}T) = H\Pi - HS = S\Pi$  est cette intégrale juste & précise: de sorte que  $S$  sera l'origine des arcs  $S\Pi$  qui pris depuis ce point fixe  $S$  vers  $D$ , exprimeront les tems écoulés  $\mathcal{A}T(t)$ , à la fin desquels se trouvent les vitesses actuelles ou restantes  $DL(u)$ ; ce qui rend ici l'arc  $HS$  entierement inutile.

V. Donc si après avoir pris  $\mathcal{A}T = S\Pi$ , & mené  $\mathcal{A}\Pi$  jusqu'à la rencontre de  $D\Omega$  en  $L$ , on fait  $TU$  parallèle à  $DH$ , &  $LU$  parallèle à  $DC$ ; le point  $U$  où elles se rencontreront, fera un de ceux de la courbe cherchée  $HUC$  des vitesses restantes ( $u$ ); & ainsi de tous les autres points à l'infini. *Ce qu'il falloit premièrement trouver.*

VI. Cette courbe  $HUC$  des vitesses restantes ( $u$ ) étant ainsi décrite, il n'y a plus qu'à prendre par tout  $UR = TV$  sur  $UT$  prolongée jusqu'à  $FC$  parallèlement à  $HF$ ; & la courbe  $ARC$  qui passera par tous les points  $R$  ainsi trouvés, sera (*Solut. de la Prop. gener. des Mem. de 1707. pag. 387.*) la courbe des résistances totales ( $r$ ), ou des vitesses perdus. *Ce qu'il falloit encore ici trouver.*

## COROLLAIRE I.

Puisque la construction précédente (*Solut. art. 5.*) donne les vitesses restantes  $TU=DL$ , & les tems écoulés  $AT=SP$ ; que  $DL$  diminuë à mesure que  $SP$  augmente, en sorte que  $DL=0$  lorsque  $SP=SD$ ; il est manifeste que l'on aura ici  $TU=0$  lorsque  $AT=SD$ ; & qu'ainsi en prenant  $AM=SD$ , le point  $M$  sera celui où les vitesses restantes  $TU$  ( $u$ ) seront entierement éteintes dans le milieu résistant supposé, & conséquemment  $AM$  sera le tems écoulé jusqu'à leur entiere extinction dans ce milieu, comme  $AC$  l'auroit été (*hyp.*) dans un milieu sans résistance.

## COROLLAIRE II.

Donc toute la durée du mouvement permis par la résistance supposée du milieu où il se fait, sera ici à ce qu'il auroit duré dans un milieu sans résistance ::  $AM.AC::SD.AC$  (la construction donnant  $AC=AF=AH=AD$ ): :  $SD.AD$ . C'est-à-dire, comme l'arc  $SD$  de 45. deg. est à son rayon, & conséquemment comme le secteur circulaire  $SAD$  est au triangle rectiligne  $DA\Omega$ ; ou comme le quart de cercle  $AHD$  est au quarré circonscrit  $AH\Omega D$ , ou bien aussi comme le cercle entier au quarré qui lui seroit circonscrit, ainsi que M. Hugheens l'a seulement avancé dans les pag. 173. & 174. de son *Discours de la Cause de la Pesanteur*.

## COROLLAIRE III.

Donc aussi  $MC$ , ou  $AD-SD$ , sera ici la quantité du tems dont le mouvement retardé par la résistance supposée, dure moins qu'il n'auroit fait dans un milieu sans résistance.

## COROLLAIRE IV.

Puisque (*hyp.*)  $AF$  est la vitesse initiale qui retardée en raison des tems à écouler jusqu'à son entiere extinction dans un milieu sans résistance, ne s'y éteindroit tout-à-fait qu'à la fin du tems  $AC=AF$ ; si l'on fait  $T\beta$  parallele à  $CF$ , & qui rencontre  $AF$  en  $\beta$ , il est manifeste que l'on

aura aussi  $AB = AT$  pour la vitesse initiale qui ainsi retardée, ne s'y éteindroit qu'à la fin du tems  $AT$  dans ce milieu sans résistance. Par conséquent cette seconde vitesse initiale  $AB$  ou  $AT$  fera à la restante de la première  $AF$  à la fin du tems  $AT$  dans le milieu résistant en raison des carrés des vitesses actuelles du mobile ::  $AT \cdot TU$  (la construction donnant  $AT = S\Pi$ , &  $TU = DL$ ) ::  $S\Pi \cdot DL$ . C'est à-dire, comme l'arc  $S\Pi$  à la tangente de son complement à 45. deg. ou comme le secteur circulaire  $SAPi$  est au triangle rectiligne  $DAL$ .

## COROLLAIRE V.

De ce que (Corol. I.)  $TU(u) = 0$  en  $M$ , & qu'ainsi l'équation  $dt = \frac{-aadu}{aa + uu}$  de la Courbe  $HUC$  s'y doit réduire à  $dt = \frac{-aadu}{aa} = -du$ ; & il est manifeste que cette Courbe doit rencontrer son axe  $AC$  en  $M$ , & sous un angle de 45 deg. à une distance  $AM$  du point  $A$ , laquelle (Corol. I.) soit égale à  $SD$ .

## COROLLAIRE VI.

Pour en  $H$ , son équation  $dt = \frac{-aadu}{aa + uu}$  ayant  $TU(u) = AH(a)$ ; & par-là s'y réduisant à  $dt = \frac{-aadu}{aa + aa} = -\frac{1}{2} du$ ; cette Courbe  $HUC$  y doit rencontrer sa première ordonnée  $AH$  sous un angle dont le sinus soit la moitié de celui de son complement.

## COROLLAIRE VII.

De plus l'équation  $dt = \frac{-aadu}{aa + uu}$  de cette Courbe  $HUC$  donnant par tout l'analogie  $dt, -du :: aa \cdot aa + uu$ . Dont le dernier terme  $aa + uu$  diminué toujours (Corol. I.) depuis  $A$  jusqu'en  $M$ ; si l'on fait  $dt$  constante, on verra que les  $du$  diminuent aussi toujours jusque-là: & qu'ainsi cette même Courbe  $HUC$  doit tourner sa convexité vers son axe  $AC$  depuis  $H$  jusqu'en  $M$ .

## COROLLAIRE VIII.

La construction précédente (Solut.) donnant par tout

$TU=RV$ , le cas (Corol. 1.) de  $TU=0$  en  $M$ , rendra aussi  $RV=0$  au point  $N$  où  $FC$  est rencontrée par  $MN$  parallèle à  $AF$ ; ainsi la Courbe  $ARC$  des résistances totales ou des vitesses perduës passera par ce point  $N$ .

## COROLLAIRE IX.

L'art. 2. de la Solut. qui a donné  $\frac{dt}{a} = \frac{adr}{a-t-r^2}$  pour l'équation de cette Courbe  $ARC$ , ayant pareillement donné  $\frac{u}{a} = \frac{r}{a-t-r^2}$ , donne conséquemment aussi  $\frac{dt}{a} = \frac{adr}{u}$ , ou  $\frac{dt}{dr} = \frac{a}{u} = \frac{AH \times AH}{TU \times TU}$ . Ce qui fait voir,

1°. Que les ordonnées  $TR(r)$  de cette Courbe  $ARC$  seront par tout aux sôutangentes correspondantes ::  $TU \times TU . AH \times AH$ . C'est-à-dire, comme les quarrés de vitesses restantes correspondantes  $TU$  seront au quarré de la premiere ou de la plus grande de toutes. De sorte que

2°.  $TU$  en  $AH$  lui devenant égale, cette Courbe  $ARC$  doit diviser l'angle  $CAF$  en deux également.

3°.  $TU$  en  $M$  devenant (Corol. 1.)  $=0$ , & y rendant par-là  $\frac{dt}{dr} \left( \frac{AH \times AH}{U \times U} \right) = \frac{AH \times AH}{0}$ , c'est à-dire,  $dt$  infinie par rapport à  $dr$ ; la tangente en  $N$  de cette Courbe  $ARC$  doit être parallèle à son axe  $AC$ .

## COROLLAIRE X.

Pour ce qui est des espaces ici parcourus pendant les tems  $AT(t)$  nonobstant les résistances supposées, soit par le point  $D$  une Logarithmique  $FDH$  d'une sôutangente  $=AD=a=1$ , & dont l'asymptote soit  $FH$  de laquelle elle s'écarte du côté de  $H$ . Soient  $SQ, \Pi P, \pi p$ , prolongées jusqu'à cette Logarithmique en  $X, \Lambda, \lambda$ , desquels points soient  $XZ, \Lambda G, \lambda \omega$ , perpendiculaires en  $Z, G, \gamma, \omega$ , sur  $AF, QX, P\Lambda$ .

Cela fait, la Logarithmique  $FDH$  donnera  $G\Lambda$  ou  $AP$   $\left( \frac{aa}{\sqrt{aa+uu}} \right)$ , à la sôutangente  $(a) :: \lambda \omega$  ou  $Pp$   $\left( \frac{-aau du}{aa+uu \times \sqrt{aa+uu}} \right)$ .  
 $\omega \Lambda = \frac{-aau du}{aa+uu}$ . Donc (en intégrant)  $\int \frac{-aau du}{aa+uu} = -P\Lambda + q$ .



Or la précédente Solution ( outre ces valeurs de  $AP$ ,  $Pp$  ) donne  $dt = \frac{-aadu}{aa+uu}$ , & conséquemment aussi  $udt = \frac{-aadu}{aa+uu}$ , ou  $\int udt$  ( $ATUH$ )  $= a \times \int \frac{-aadu}{aa+uu}$ . Donc  $ATUH = -a \times P\Lambda + q$ . Mais le cas de  $TU$  en  $AH$ , rendant  $ATUH = 0$ ,  $AL$  en  $A\Omega$ ,  $P\Lambda$  en  $SX$ , & conséquemment aussi  $P\Lambda$  en  $QX$ ; cette intégrale s'y réduit à  $0 = -a \times QX + q$ , d'où résulte  $q = a \times QX$ . Donc cette intégrale précise sera  $ATUH = a \times QX - a \times P\Lambda = a \times YX = AD \times YX$ . Mais suivant le Lem. 2. pag. 196. de 1709. les espaces ici parcourus pendant les tems  $AT$  ( $t$ ) doivent être entr'eux comme les aires correspondantes  $ATUH$ . Donc ces espaces sont pareillement ici entr'eux comme les produits  $AD \times YX$  correspondans, c'est-à-dire (à cause de  $AD$  constante) comme les simples  $XY$  correspondantes desquelles  $X$  est l'origine fixe; & au parcouru pendant tout le tems  $AM$ , c'est-à-dire (*Corol. 1.*) jusqu'à l'entière extinction des vitesses dans le milieu résistant supposé, comme les produits correspondans  $AD \times XY$  au produit  $AD \times XQ$  valeur de l'aire totale  $AMUH$ , ou simplement comme les  $XY$ , correspondantes sont  $XQ$ , ou bien aussi comme les  $ZG$  correspondantes sont à la constante  $ZA$ .

## COROLLAIRE XI.

Ce rapport des espaces ici parcourus nonobstant les résistances supposées, trouvé (*Corol. 10*) par le moïen de l'arc  $DXF$  de la Logarithmique  $HDF$ , peut encore se trouver par le moïen de son autre arc  $D\psi H$ , & d'une hyperbole équilatère  $D\phi H$  dont le centre soit  $A$ , & le demi-axe transverse  $AD$  ( $a$ ).

Pour le voir soient prolongées  $H\Omega$ ,  $UL$ , jusqu'à cette hyperbole en  $\phi$ ,  $\mu$ , d'où soient menées  $\phi\theta$ ,  $\mu\gamma$ , parallèles à  $HA$ , & qui rencontrent son axe  $AD$  en  $\theta$ ,  $\gamma$ , & la Logarithmique en  $\psi$ ,  $v$ , desquels points soient aussi  $\psi B$ ,  $v\delta$ , parallèles à cet axe, & qui rencontrent  $AH$  en  $B$ ,  $\delta$ . Soit enfin le point où  $U\mu$  rencontre  $AH$ , à laquelle soit aussi  $gm$  parallèle menée de l'extrémité  $m$  de l'élément  $vm$

Cela fait, l'hyperbole  $D\phi H$  donnant  $\sqrt{aa+uu}=\epsilon\mu$   
 $=\delta v$ , & conséquemment  $vg=\frac{u\delta u}{\sqrt{aa+uu}}$ , la Logarithmi-  
que  $FDH$  donnera  $\delta v(\sqrt{aa+uu})$ . à la sôutangente  $(a)::vg$   
 $(\frac{u\delta u}{\sqrt{aa+uu}})$ .  $mg=\frac{a\delta u}{aa+uu}$ . Or l'art. 2. de la précéd. Solut. don-  
nant  $dt=\frac{-a\delta u}{aa+uu}$ , donne aussi  $udt=\frac{-a\delta u}{aa+uu}=-a\times\frac{a\delta u}{aa+uu}$ .  
Donc  $udt=-a\times mg$ . Par conséquent en prenant encore  
 $AD(a)$  pour l'unité, l'intégrale en fera  $\int udt (ATUH)$   
 $=-a\times A\delta+q$ . Mais le cas de  $TU$  en  $AH$ , qui rend enco-  
re  $ATUH=0$ , &  $AL$  en  $A\Omega$ , rendant de plus  $\epsilon\mu$  en  $H\phi$ ,  
 $\delta v$  en  $B\psi$ , & conséquemment  $A\delta=AB$ ; réduit cette in-  
tégrale à  $0=-a\times AB+q$ , d'où résulte  $q=a\times AB$ .  
Donc cette intégrale complete sera  $ATUH=a\times AB-$   
 $a\times A\delta=a\times B\delta=AD\times B\delta$ . Donc (*Lem. 2. pag. 196. de*  
*1709.*) les espaces parcourus pendant les tems  $AT(t)$  se-  
ront ici entr'eux comme les produits  $AD\times B\delta$  correspon-  
dans, ou comme les simples  $B\delta$  correspondantes, desquel-  
les  $B$  est l'origine fixe; & au parcouru pendant tout le  
tems  $AM$ , c'est-à-dire (*Corol. 1.*) jusqu'à l'entiere extin-  
ction des vitesses dans le milieu résistant supposé, comme  
ces produits  $AD\times B\delta$  au produit  $AD\times BA$  valeur de l'ai-  
re totale  $AMUH$ , ou comme les simples  $B\delta$  correspon-  
dantes sont à la constante  $BA$ .

### COROLLAIRE XII.

Il suit de ces deux *Corol. 10. & 11.* que l'on aura ici  
 $ZG=B\delta$ , &  $ZA=BA$ : puisque  $AD\times XY$  (*Corol. 10.*)  
 $=ATUH$  (*Corol. 11.*)  $=AD\times B\delta$ , &  $AD\times XQ$  (*Corol.*  
*10.*)  $=AMUH$  (*Corol. 11.*)  $=AD\times BA$ , donnent  $B\delta=$   
 $XY=ZG$ , &  $BA=XQ=ZA$ . Donc la Logarithmique  
 $HDF$  doit donner ici  $B\psi$ .  $AD::AD.ZX$ . Et  $B\psi.\delta v::$   
 $GA.ZX$ .

### COROLLAIRE XIII.

Pour comparer présentement l'espace parcouru pen-

dant chaque tems  $AT$  en vertu des vitesses  $TU$  restantes des primitives  $TV$  malgré les résistances supposées, avec ce que le mobile en auroit parcouru pendant le même tems dans un milieu sans résistance ni action en vertu des vitesses entières primitives  $TV$  décroissantes (*hyp.*) en raison des tems qui resteroient à écouler jusqu'à leur entière extinction dans ce milieu; le Lem. 2. pag. 196. de 1709. fait voir

1°. Que le premier de ces espaces parcouru pendant le tems  $AT$  malgré les résistances supposées, seroit ici au second parcouru pendant le même tems dans un milieu sans résistance ::  $ATUH . ATVF$  (Corol. 10.) ::  $AD \times YX$ .  
 $\frac{AF + TV}{2} \times AT$ .

2°. Qu'en supposant  $T$  en  $M$ , ou  $AT = AM$  de part & d'autre, l'espace parcouru dans le milieu résistant pendant tout le tems  $AM$ , c'est-à-dire (Corol. 1.) jusqu'à l'entière construction des vitesses  $TU$  par les résistances supposées de ce milieu, fera à ce que le mobile en auroit parcouru pendant ce même tems dans un milieu sans résistance ::  $AMUH . AMNF$  (Corol. 10.) ::  $AD \times XQ$ .  
 $\frac{AF + MN}{2} \times AM$ .

3°. Et que le premier de ces espaces parcouru pendant tout le tems  $AM$  jusqu'à l'entière extinction des vitesses  $TU$  dans le milieu résistant, doit pareillement être à ce que le mobile en auroit parcouru pendant tout le tems  $AC$  à la fin duquel les vitesses  $TV$  seroient aussi (*hyp.*) entièrement éteintes dans le milieu sans résistance ::  $AMUH . ACF$  (Corol. 10.) ::  $AD \times XQ . \frac{1}{2} AF \times AC$  (à cause de  $AD = AC$ ) ::  $2XQ . AF$  ::  $2AZ . AF$  (Corol. 12.) ::  $BZ . AF$ .

#### COROLLAIRE XIV.

Le rapport des espaces ici parcourus pendant les tems  $AT(t)$  trouvé dans les précédens Corol. 10. & 11. peut encore se trouver en continuant la division du second membre  $\frac{-aau du}{aa + uu}$  de l'équation  $u dt = \frac{-aau du}{aa + uu}$  résultante de

$dt = \frac{-aada}{aa+uu}$  trouvée pour celle de la Courbe  $HUC$  dans l'art. 2. de la Solution précédente.

Car cette division continuée donnant  $u dt = -u du + \frac{u^3 du}{aa} - \frac{u^5 du}{a^4} + \frac{u^7 du}{u^3} - \&c.$  donnera aussi, en intégrant,  $\int u dt (ATUH) = -\frac{u^2}{2} + \frac{u^4}{4aa} - \frac{u^6}{6a^4} + \frac{u^8}{8u^3} - \&c. + q$ . Mais le cas de  $ATUH = 0$ , rendant  $TU(u) = AH(a)$ , réduit cette intégrale à  $0 = -\frac{a^2}{2} + \frac{a^4}{4aa} - \frac{a^6}{6a^4} + \frac{a^8}{8u^3} - \&c. + q$ , d'où résulte  $q = \frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{6} - \frac{a^2}{8} + \&c.$  Donc cette intégrale complete sera  $ATUH = \frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{6} - \frac{a^2}{8} + \&c. - \frac{u^2}{2} + \frac{u^4}{4aa} - \frac{u^6}{6a^4} + \frac{u^8}{8u^3} - \&c. = \frac{aa}{2 \times 1} - \frac{aa}{2 \times 2} + \frac{aa}{2 \times 3} - \frac{aa}{2 \times 4} + \&c. - \frac{uu}{2 \times 1} + \frac{u^4}{2 \times 2aa} - \frac{u^6}{2 \times 2aa^4} + \frac{u^8}{2 \times 3a^4} - \&c.$  Donc (*Lem. 2. pag. 196 de 1709.*) les espaces parcourus pendant les tems  $AT(t)$  seront ici entr'eux comme ces valeurs des aires  $ATUH$  correspondantes, desquelles valeurs il est visible que les deux suites ou *series*, tant la constante que la variable, sont aisées à continuer à l'infini.

Il résulte aussi de ces valeurs que  $2 \times ATUH = \frac{a^2}{1} - \frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{3} - \frac{a^2}{4} + \&c. - \frac{uu}{1} + \frac{u^4}{2aa} - \frac{u^6}{3a^4} + \frac{u^8}{4u^3} - \&c.$

## COROLLAIRE XV.

FIG. II. Tout ce qu'on voit de la fig. 1. dans la fig. 2. y demeurant le même que là, soit  $FI$  parallèle à  $AD$ , & rencontrée en  $\phi$  par  $\Omega D$  prolongée de ce côté-là. Entre les asymptotes orthogonales  $\phi \Omega$ ,  $\phi I$ , soit une hyperbole équilatère quelconque  $I\Delta\Omega$  rencontrée en  $\Delta$ ,  $\Omega$ , par  $AD$ ,  $H\Omega$ , prolongées jusqu'à elle. Ensuite après avoir pris  $DB$  troisième proportionnelle à  $\phi D(a)$ ,  $DL(u)$ , menez les ordonnées infiniment proches  $BG$ ,  $bg$ , parallèles à  $D\Delta$ , & qui rencontrent l'hyperbole  $I\Delta\Omega$  en  $G$ ,  $g$ .

Cela fait, on aura  $DB = \frac{uu}{a}$ , d'où résultera  $Bb =$   
 $=$

$\frac{2u du}{a}$ , &  $\phi B = a + \frac{uu}{a} = \frac{aa + uu}{a}$  : De sorte qu'appel-  
 lant  $D\Delta, c$ ; l'on aura  $\phi B \left( \frac{aa + uu}{a} \right) \cdot \phi D(a) :: D\Delta(c), BG =$   
 $= \frac{aac}{aa + uu}$ . Par conséquent  $BG \times Bb (GBbg) = \frac{2acudu}{aa + uu} =$   
 $\frac{2}{a} \times \frac{aadu}{aa + uu}$  (l'art. 2. de la Solut. donnant  $u dt = \frac{-aadu}{aa + uu}$ )  $= -$   
 $\frac{2c}{a} \times u dt$ , ou  $u dt = -\frac{a}{2c} \times GBbg$ . Donc (en intégrant)  $\int u dt$   
 $(ATUH) = -\frac{a}{2c} \times \Delta DBG + q$ . Mais le cas de  $ATUH = 0$ ,  
 rendant  $TU = AH$ , ou  $DL = D\Omega$ , c'est-à-dire  $u = a$ , &  
 conséquemment  $DB \left( \frac{uu}{a} \right) = \frac{aa}{a} = a = D\Omega$ , rend aussi  
 $\Delta DBG = \Delta D\Omega\Omega$ ; ce qui réduit cette intégrale à  $c = -\frac{a}{2c}$   
 $\times \Delta D\Omega\Omega + q$ , d'où résulte  $q = \frac{a}{2c} \times \Delta D\Omega\Omega$ . Donc cette  
 intégrale complete est  $ATUH = \frac{a}{2c} \times \Delta D\Omega\Omega - \frac{a}{2c}$   
 $\times \Delta DBG = \frac{a}{2c} \times \Omega\Omega BG$ ; d'où résulte aussi  $AMUH = \frac{a}{2c}$   
 $\times \Omega\Omega D\Delta$ . Par conséquent les espaces ici parcourus pen-  
 dant les tems écoulés  $AT$  ou (Solut. art. 4.)  $\Sigma\Gamma$  malgré les  
 résistances supposées, doivent être entr'eux comme les  
 produits  $\frac{a}{2c} \times \Omega\Omega BG$  correspondans ou simplement (à cau-  
 se de la fraction  $\frac{a}{2c}$  constante) comme les aires hyperboli-  
 ques asymptotiques  $\Omega\Omega BG$  correspondantes; & à l'espace  
 entier parcouru malgré ces résistances pendant tout le  
 tems  $AM$ , ou (Corol. 1.) jusqu'à l'entière extinction des vi-  
 tesses  $TU$  ou  $DL$  par ces mêmes résistances ::  $\frac{a}{2c} \times \Omega\Omega BG$ .  
 $\frac{a}{2c} \times \Omega\Omega D\Delta :: \Omega\Omega BG . \Omega\Omega D\Delta$ .

## COROLLAIRE XVI.

Donc aussi les espaces ici à parcourir pendant les tems  
 $TM$  ou (Solut. art. 4.)  $\Pi D$  qui restent à écouler jusqu'à cette  
 entière extinction de vitesses dans le milieu résistant suppo-  
 sé, seront pareillement entr'eux comme les aires hyper-  
 boliques  $\Delta DBG$  correspondantes, ainsi que M. Newton

l'a marqué dans la pag. 255. de ses Princ. Math. où il ne fait mention que de ces dernières aires hyperboliques & de ces derniers espaces, dont l'origine est à l'extinction & non au commencement des vitesses, sans en avertir; ce qui soit dit pour l'intelligence de cet Auteur.

## COROLLAIRE XVII.

Puisque (Corol. 15.)  $u dt = -\frac{a}{2c} \times GBbg$ , & conséquemment  $u = -\frac{a}{2c} \times \frac{GBbg}{dt}$  (l'art. 4. de la Solut. donnant  $dt = \Pi\pi$ )  $= -\frac{a}{2c} \times \frac{GBbg}{\Pi\pi}$ ; les vitesses restantes  $TU$  ( $u$ ) à la fin des tems écoulés  $AT$  ou (Solut. art. 4.)  $S\Pi$  malgré les résistances supposées, doivent être par tout ici entr'elles comme les fractions  $\frac{a}{2c} \times \frac{GBbg}{\Pi\pi}$ , ou  $\frac{GBbg}{\Pi\pi}$  correspondantes.

## COROLLAIRE XVIII.

Puisque (Corol. 15.)  $Bb = \frac{2udu}{a}$ ,  $GBbg = -\frac{2c}{a} \times u dt$ ; & quel'hyperbole  $I\Delta\Omega$  donnant  $\varphi B \times BG = \varphi D \times D\Delta = ac$ , donne aussi  $BG = \frac{ac}{\varphi B}$ ; l'on aura ici  $-\frac{2c u dt}{a} = GBbg = BG \times Bb = \frac{ac}{\varphi B} \times \frac{2udu}{a} = \frac{2c u du}{\varphi B}$ , & conséquemment  $-\frac{dt}{a} = \frac{du}{\varphi B} = \frac{l l}{\varphi B}$  en menant le rayon  $A\pi$  jusqu'à la rencontre de  $D\Omega$  en  $l$ ; d'où résulte  $dt = a \times \frac{l l}{\varphi B}$ , c'est-à-dire, les instans  $dt$ , ou (Solut. art. 4.)  $\Pi\pi$  en raison des fractions  $a \times \frac{l l}{\varphi B}$  ou simplement  $\frac{l l}{\varphi B}$  correspondantes, ainsi que M. Newton l'a aussi marqué dans la pag. 256. de ses Princ. Math.

## COROLLAIRE XIX.

Si présentement on suppose que l'axe transverse jusqu'ici arbitraire de l'hyperbole  $I\Delta\Omega$ , soit  $= \tau D \times \sqrt{2}$ , en sorte qu'elle ait ici  $D\Delta = \frac{1}{4} \varphi D$ , ou  $c = \frac{1}{4} a$ ; il suit du Corol. 15. qu'un corps de pesanteur constante étant jetté directement de bas en haut d'une vitesse  $AF$  ou  $AH$  dans un milieu résistant en raison des quarrés des vitesses

actuelles ou restantes de ce corps, l'espace qu'il y parcourroit pendant le tems  $AT$  ou (*Solut. art. 4.*)  $S\Pi$ , seroit à ce que cette vitesse  $AF$  ou  $AH$  lui en feroit parcourir pendant un pareil tems si elle demeurait uniforme ::  $\Omega\Omega BG$ .  $SAP$ .

Car (*Lem. 2. pag. 196. de 1709.*) le premier de ces deux espaces seroit au second ::  $ATUH$ .  $AT \times AF$ . Mais le Corol. 15. donne  $ATUH = \frac{a}{2c} \times \Omega\Omega BG$  (à cause de  $c = \frac{1}{2}a$ )  $= 2 \times \Omega\Omega BG$ . Donc le premier de ces deux espaces seroit au second ::  $2 \times \Omega\Omega BG$ .  $AT \times AF$  ( la Solution donnant  $AT = S\Pi$ , &  $AF = AH = AS$  ) ::  $2 \times \Omega\Omega BG$ .  $S\Pi \times AS$  ::  $\Omega\Omega BG$ .  $\frac{1}{2} S\Pi \times AS$  ::  $\Omega\Omega BG$ .  $SAP$ . C'est-à-dire comme l'espace hyperbolique asymptotique  $\Omega\Omega BG$  est au secteur circulaire  $SAP$ , ainsi que M. Newton l'a trouvé dans la pag. 259. de ses Princ. Math.

## COROLLAIRE XX.

On voit de-là que l'espace parcouru pendant tout le tems  $AM$ , c'est-à-dire (*Corol. I.*) jusqu'à l'entière extinction des vitesses du corps jetté de la premiere  $AF$  ou  $AH$  directement de bas en haut dans le milieu supposé résistant en raison des quarrés des vitesses actuelles de ce corps, seroit à ce que ce même corps en parcourroit pendant le même tems  $AM$ , si le mouvement de cette premiere vitesse  $AF$  ou  $AH$  en demeurait uniforme ::  $\Omega\Omega D\Delta$ .  $SAD$ . Et conséquemment aussi que l'espace parcouru de bas en haut avec les vitesses retardées pendant le tems  $TM$  ou (*Solut. art. 4.*)  $\Pi D$  à écouler jusqu'à leur entière extinction, seroit à ce que l'uniforme en feroit parcourir au mobile pendant ce même tems  $TM$  ou  $\Pi D$  ::  $GBD\Delta$ .  $\Pi AD$ .

## COROLLAIRE XXI.

En supposant encore  $D\Delta = \frac{1}{4} \phi D$ , si par le point  $\Delta$ , on fait  $X\omega$  parallele à  $\Omega\phi$ , & qui rencontre  $\Omega\Omega$ ,  $\phi I$ , en  $X$ ,  $\omega$ ; on trouvera que des deux espaces parcourus l'un & l'autre jusqu'à extinction de vitesses par un même corps de pesanteur constante successivement jetté d'une même vitesse  $AH$

ou  $AF$  de bas en haut suivant des verticales ou des plans également inclinés à l'horizon dans deux milieux dont un lui résiste en raison des quarrés de ses vitesses actuelles, & l'autre point du tout; le parcouru dans le milieu résistant seroit au parcouru dans le milieu sans résistance ::  $\Omega\Omega D\Delta$ .  $\omega\phi D\Delta$ .

Car puisque (*hyp.*) le second de ces deux espaces doit être parcouru en vertu des vitesses primitives  $TV$  jusqu'à leur entiere extinction en  $C$  dans le milieu sans résistance, & le premier en vertu des vitesses  $TU$  restantes de celles-là dans le milieu résistant jusqu'à leur entiere extinction (*Corol.* 1.) en  $M$ ; celui-ci sera à l'autre (*Lem.* 2. *pag.* 196. de 1709.) ::  $AM \cup H$ .  $ACF$  ::  $AM \cup H$ .  $\frac{AC \times AF}{2}$  (*Corol.* 15.) ::  $\frac{a}{2} \times \Omega\Omega D\Delta$ .  $\frac{AC \times AF}{2}$  (*Solut.* art. 1.  $\mathcal{C}$ , *Corol.* 15.) ::  $\frac{AC}{2D\Delta} \times \Omega\Omega D\Delta$ .  $\frac{AC \times AF}{2}$  ::  $\Omega\Omega D\Delta$ .  $AF \times D\Delta$  ::  $\Omega\Omega D\Delta$ .  $D\phi \times D\Delta$  ::  $\Omega\Omega D\Delta$ .  $\omega\phi D\Delta$ . C'est-à-dire que la hauteur du premier des deux jets supposés, fait de bas en haut dans le milieu résistant jusqu'à extinction de vitesses, sera ici à la hauteur du second fait aussi de bas en haut jusqu'à extinction de vitesses dans le milieu sans résistance, comme l'aire hyperbolique asymptotique  $\Omega\Omega D\Delta$  est au rectangle correspondant  $\omega\phi D\Delta$ . De sorte que  $D\Omega = D\phi$  rendant  $X\Omega D\Delta = \omega\phi D\Delta$ , chacune de ces deux hauteurs sera à leur difference ou à l'excès dont la seconde surpassera la premiere, comme chacune des aires  $\Omega\Omega D\Delta$ ,  $\omega\phi D\Delta$  est à l'hyperbolique  $\Omega DX$ .

## COROLLAIRE XXII.

Mais on sçait que si les ordonnées hyperboliques asymptotiques  $D\Delta$ ,  $b\mathcal{G}$ ,  $B\mathcal{G}$ , &c. ou leurs abscisses  $\phi D$ ,  $\phi b$ ,  $\phi B$ , &c. sont en progression géometrique quelconque, les aires hyperboliques  $D b \mathcal{G} \Delta$ ,  $b B \mathcal{G} \mathcal{Z}$ , &c. comprises alors entre des ordonnées proportionnelles, sont égales entr'elles; & conséquemment que toutes les aires comprises entre l'hyperbole  $I\Delta\Omega$ , son asymptote  $\phi\Omega$ , & deux de ses ordonnées quelconques paralleles à son autre asymptote  $\phi I$ , lesquelles soient entr'elles ::  $D\Delta$ ,  $\Omega\Omega$  ::  $\phi\Omega$ ,  $\phi D$  :: 2. 1.



sont chacune égale à  $\Omega\Omega D\Delta$ . Donc (Corol. 21.) la hauteur du premier des deux jets précédens, fait de la vitesse  $AH$  ou  $AF$  directement de bas en haut dans le milieu résistant en raison des quarrés des vitesses actuelles du corps jetté, sera à la hauteur du second fait aussi de la même vitesse  $AH$  ou  $AF$  directement de bas en haut suivant la même ligne que l'autre; comme chacune de ces aires hyperboliques asymptotiques comprises entre l'hyperbole  $I\Delta\Omega$ , son asymptote  $\phi\Omega$ , & deux de ses ordonnées parallèles à  $\phi I$ , lesquelles soient entr'elles :: 2. 1. sera au rectangle  $\omega\phi D\Delta$  de la même hyperbole, ainsi que M. Hughsens l'a dit dans la page 174. de son *Discours de la Cause de la pesanteur*.

C'est-là une des Propositions que M. Hughsens s'est contenté d'avancer sans démonstration dans les pag. 170. 171. 172. 173. 174. 175. & 176. de son *Discours de la Cause de la Pesanteur*; touchant les mouvemens faits dans des milieux résistans, & la dernière qui nous restât à démontrer, toutes les autres l'étant dans les *Mem.* de 1707. pag. 393. & 399. dans ceux de 1708. pag. 123. 143. 212. 306. &c. & ci-dessus dans le Corol. 2.

## COROLLAIRE XXIII.

Le raport des espaces trouvés ci-dessus depuis le Corol. 10. jusqu'ici, peut encore se trouver par le moyen d'une hyperbole équilatere  $\Omega YO$  décrite du centre  $A$  par l'angle  $\Omega$  du quarré  $DH$  entre les asymptotes  $AD$ ,  $AH$ , prolongées vers  $\Delta$ ,  $O$ : si l'on prolonge les ordonnées  $QS$ ,  $PP$ ,  $p\pi$ , jusqu'à la rencontre de cette hyperbole en  $\Upsilon$ ,  $Z$ ,  $z$ ; les espaces parcourus pendant les tems  $AT$  ou (Solut. art. 4.)  $S\Pi$ , en vertu des vitesses  $TU$  restantes des primitives  $TV$ , se trouveront être ici entr'eux en raison des aires hyperboliques asymptotiques  $\Upsilon QPZ$  correspondantes, dont  $Q\Upsilon$  sera l'origine, &  $D\Omega$  le terme.

Car cette hyperbole  $\Omega YO$  donnera  $PZ = \frac{AD \times D\Omega}{AP} = \frac{aa}{AP}$   
 (l'art. 4. de la Solut. donnant  $AP = \frac{aa}{\sqrt{aa + uu}} = \sqrt{aa + uu}$ )  
 $= AL$ . De plus cet art. 4. de la Solut. donne aussi  $Pp =$   
 K iij

$$= \frac{-a a u d u}{a a + u u \times \sqrt{a a + u u}} .$$
 Donc  $PZ \times Pp (ZPp\alpha) = \frac{-a a u d u}{a a + u u}$   
 (Corol. 10.)  $= u dt$ . Par conséquent  $\int u dt (ATUH) = \int PZ \times Pp = OAPZO + q$ . Mais le cas de  $ATUH = 0$ , qui rend  $TU$  en  $AH$ ,  $AL$  en  $A\Omega$ , &  $PZ$  en  $QY$ , rendant aussi  $OAPZO = OAQYO$ ; réduit cette intégrale à  $0 = OAQYO + q$ , d'où résulte  $q = -OAQYO$ . Donc cette intégrale précise est  $ATUH = OAPZO - OAQYO = YQPBZ$ . Donc aussi (Lem. 2. pag. 196. de 1709.) les espaces parcourus pendant les tems  $AT$  ou (Solut. art. 4.)  $ST$ , seront ici entr'eux comme les aires hyperboliques asymptotiques  $YQPBZ$  correspondantes desquelles  $QY$  est l'origine; & à l'espace entier parcouru pendant tous les tems  $AM$ , c'est-à-dire (Corol. 1.) jusqu'à l'entière extinction des vitesses  $TU$  par les résistances supposées, comme ces aires hyperboliques  $YQPBZ$  sont à l'aire entière  $YQV\Omega$  comprise entre les ordonnées fixes & constantes  $QY, D\Omega$ : De sorte que le reste de l'aire infinie comprise entre l'hyperbole  $\Omega YO$  & ses asymptotes  $A\Delta, AO$ , est ici inutile.

## COROLLAIRE XXIV.

Puisque (Solut. art. 1. 2.) les résistances instantanées ( $dr$ ) du milieu à la fin des tems  $AT$ , sont ici exprimées par  $\alpha = \frac{u''}{a}$ , de même que les vitesses restantes alors  $TU$  ou  $DL$  par  $u$  & que (Corol. 15.)  $DB = \frac{u''}{a} = \alpha$ ; il est manifeste que ces résistances instantanées doivent être ici exprimées par  $DB$ , comme les vitesses restantes malgré ces résistances & malgré la pesanteur du mobile, y sont exprimées par  $TU$  ou  $DL$ . Ainsi non-seulement les  $DL$  seront ici entr'elles comme ces vitesses restantes ( $u$ ) à la fin du tems  $AT$  ou (Solut. art. 4.)  $ST$ ; mais encore les  $DB$  y seront pareillement entr'elles comme les résistances instantanées ( $dr$ ) que le milieu supposé fait à ces vitesses; & de manière que les  $DL$  ou  $TV$  ( $TV - RV$ ) étant prises ici (hyp.) pour ces vitesses restantes des primitives  $TV$ , les  $DB$  correspondantes doivent aussi être prises pour les résistances instantanées du milieu supposé.

## COROLLAIRE XXV.

Les trois équations  $\frac{dr}{z} = \frac{dt}{a}$ ,  $z = \frac{uu}{a}$ , &  $v = a - t$ , ou  $dv = -dt$ , de l'art. 2. de la Solut. donnant  $\frac{adr}{uu} = \frac{dt}{a} = -\frac{dv}{a}$ , l'on aura ici  $dr. - dv :: \frac{uu}{a}. a$  (Corol. 15.) ::  $DB. D\phi$ . C'est-à-dire suivant la remarq. 1. de la pag. 126. des Mem. de 1708. que les résistances instantanées faites à la fin des tems  $AT$  par le milieu supposé, seront par tout ici chacune à la pesanteur constante du mobile, ou à ce que cette pesanteur fait aussi de résistance au mouvement de ce corps jeté (*hyp.*) directement de bas en haut ::  $DB. D\phi$ . Donc en prenant (Corol. 24.)  $DB$  pour chacune des résistances instantanées du milieu supposé, l'on aura aussi  $D\phi$  pour celle de la pesanteur du mobile à chaque instant. Par conséquent  $\phi B$  sera tout ce que cette pesanteur & le milieu font ensemble de résistance à chaque instant au mouvement supposé de bas en haut. Or en imaginant l'aire hyperbolique  $\Omega\Omega BG$  divisées en parties égales quelconques par des lignes  $GB$  paralleles à  $\Delta D$ , c'est-à-dire (Corol. 15.) les espaces ici parcourus de bas en haut pendant les tems  $AT$ , divisés en parties égales quelconques; on sçait que les  $\phi B$  correspondantes seront en progression geometrique. Donc les résistances entieres instantanées résultantes tout à la fois du milieu supposé & de la pesanteur du corps mû de bas en haut, au commencement ou à la fin de ces parties égales d'espace parcouru, c'est à dire, les résistances entieres faites de chaque instantanée correspondante du milieu résistant, ajoutée à la pesanteur constante de ce corps, seroient aussi entr'elles en progression géometrique.

## COROLLAIRE XXVI.

De ce que (Corol. 24. & 25.)  $D\phi$  ou  $D\Omega, DL, DB$ , expriment ici la pesanteur du mobile, ses vireses restantes à la fin des tems  $AT$ , & les résistances instantanées que lui fait le milieu à la fin de ces tems; ces trois choses seront ici

entr'elles comme ces trois grandeurs correspondantes  $D\Omega$ ,  $DL$ ,  $DB$ , dont la seconde (Corol. 15.) est moyenne proportionnelle entre les deux autres.

COROLLAIRE XXVII.

Pour comparer présentement les espaces parcourus pendant des tems quelconques  $AT$  dans le milieu résistant jusqu'ici supposé, en vertu des vitesses  $TU$  restantes (Solut.) des primitives  $TV$  qui dans un milieu sans résistance seroient seulement retardées (hyp.) en raison des tems  $TC$  à écouler jusqu'à leur entière extinction dans ce milieu; pour comparer, dis-je, ces espaces avec les parcourus pendant le même tems  $AT$  dans le milieu résistant en vertu des vitesses pareillement restantes de primitivement accélérées en raison des tems écoulés  $AT$ : par exemple, pour comparer les hauteurs d'ascensions verticales avec les hauteurs des chutes verticales d'un corps de pesanteur constante dans un milieu résistant en raison des quarrés des vitesses actuelles de ce corps; tout

FIG. III. ce qu'on voit de la fig. 1. dans la fig. 3. y demeurant le même que là, soit par  $D$  l'arc Logarithmique  $\phi DH$  le même que  $\downarrow DF$  dans une position renversée de la sienne, ayant aussi-bien que lui  $HF$  pour asymptote de laquelle il s'approche du côté de  $H$  comme il fait dans l'autre position du côté de  $F$ , & sa soutangente  $= AD$  ( $a$ )  $= 1$ . Soit de plus par l'extrémité  $H$  de la droite  $AH$  sur l'asymptote  $DC$  une autre Logarithmique  $HBC$  d'une soutangente  $= \frac{1}{2}AH = \frac{1}{2}AD(\frac{1}{2}a) = \frac{1}{2}$ , laquelle s'écarte de son asymptote  $AC$  du côté de  $C$ , & soit rencontrée en  $B$  par  $TU$  prolongée, laquelle rencontre aussi en  $\beta$  la droite  $\Omega H$  prolongée vers  $C$ . Ensuite après avoir pris  $TW = \frac{AH \times B\beta}{AH + \beta I}$  sur toutes les  $TU$  prolongées jusqu'à cette Logarithmique  $HBC$ , soit imaginée une Courbe  $AWC$  qui passe par tous les points  $W$  ainsi trouvés, & qui soit rencontrée en  $O$  par  $MO$  parallèle à  $AH$ . De ses points  $W$ ,  $O$ , soient menées  $W\delta$ ,  $O\omega$ , parallèles à  $CD$ , &

& qui rencontrent le quart de cercle  $HSD$  en  $\delta$ ,  $u$ , desquels points soient  $\delta\mu$ ,  $uv$ , parallèles à  $HF$ , & qui rencontrent l'arc Logarithmique  $\phi DH$ , en  $\mu$ ,  $v$ , desquels points soient aussi menées les droites  $\mu\pi$ ,  $v\theta$ , parallèles à  $DA$ , & qui rencontrent  $HF$  en  $\pi$ ,  $\theta$ . Soit enfin le carré  $ACCF$  avec sa diagonale  $AC$  qui rencontre  $TV$  en  $u$ .

Cela fait, concevons (dis-je) présentement un corps de pesanteur constante, duquel par conséquent dans un milieu sans résistance ni action, tel qu'on suppose d'ordinaire le vuide, les vitesses primitives  $Tu$  en descendant augmentent en raison des tems écoulés  $AT$ ; & les vitesses primitives  $TV$  en remontant en vertu d'une vitesse initiale  $AF=AH$ , diminuent au contraire en raison des tems  $TC$  à écouler jusqu'à leur entière extinction en  $C$  dans ce vuide ou espace sans résistance ni action: le tout ainsi qu'on le pense d'ordinaire avec Galilée. Concevons de plus que ces mouvemens, qui primitivement & sans résistance ni action de la part du milieu, seroient tels (*hyp.*) qu'on les vient de dire, se fassent l'un & l'autre dans un milieu qui leur résiste effectivement, & en raison des carrés de leurs vitesses actuelles ou restantes des primitives supposées.

Cela supposé, l'on aura ici non-seulement (*Corol. 10.*)  $ATUH=a \times YX=a \times ZG$ ; mais encore (*pag. 201. de 1709. Corol. 6. art. 5.*)  $ATW=a \times A\pi$ . Mais  $TU$  exprimant ici (*Solut.*) les vitesses d'ascension à la fin des tems  $AT$  dans le milieu résistant supposé, &  $TW$  (*pag. 198. de 1709. Sol. art. 4.*) celles des chutes dans ce milieu à la fin des mêmes tems; le Lem. 2. *pag. 196. de 1709.* fait voir que l'espace parcouru pendant le tems  $AT$  en montant dans ce milieu en vertu de la projection verticale faite de bas en haut de la vitesse initiale  $AH$ , doit être ici au parcouru pendant le même tems & dans le même milieu en y retombant suivant la même ligne ::  $ATUH. ATW :: a \times ZG. a \times A\pi :: ZG. A\pi$ .

Par conséquent en prenant  $AT=AM$ , c'est-à-dire  $AM$  pour la durée commune de ces deux mouvemens;

*Mem. 1710.*

L

l'espace parcouru en vertu du mouvement accéléré de haut en bas pendant ce tems  $AM$  malgré les résistances du milieu supposé, sera au parcouru en même tems en vertu du mouvement retardé de bas en haut par ces résistances & par la pesanteur du mobile, c'est-à-dire ( *Corol. 1.* ) jusqu'à l'entiere extinction de ce dernier mouvement ::  $A\theta$ .  $AZ$ . Puisque le changement de  $AT$  en  $AM$ , change aussi  $A\pi$  en  $A\theta$ , &  $ZG$  en  $ZA$ .

COROLLAIRE XXVIII.

FIG. IV. Le raport des mêmes espaces d'ascension & de chute verticales du même corps, faites dans le milieu supposé résistant en raison des quarrés des vitesses actuelles de ce corps : la premiere en vertu d'une vitesse  $AH$  de projection verticale de bas en haut, & la seconde en vertu de la pesanteur constante du mobile; se trouvera encore par le moien de la Fig. 4. en supposant tout ce qu'on y voit de la Fig. 3. y être le même que dans cette Fig. 3. excepté que  $DXF$ , qui étoit là une Logarithmique, doit être ici une hyperbole équilaterale entre les asymptotes  $HF$ ,  $H\Omega$ ; lequel arc hyperbolique soit aussi en  $\Omega TO$  entre les asymptotes  $AO$ ,  $AD$ . Soient encore par les points  $\omega$ ,  $\delta$ ,  $S$ ,  $\Pi$ , du quart de cercle  $HSD$  les droites  $\phi X$ ,  $\Delta \Lambda$ ,  $QY$ ,  $PZ$ , paralleles à  $OF$ . dont les deux premieres  $\phi X$ ,  $\Delta \Lambda$ , rencontrent l'arc hyperbolique  $DXF$  en  $X$ ,  $\Lambda$ , & la droite  $H\Omega$  en  $\phi$ ,  $\Delta$ ; les deux dernieres  $QY$ ,  $PZ$ , rencontrant l'arc hyperbolique  $\Omega TO$  en  $Y$ ,  $Z$ , & la droite  $AD$  en  $Q$ ,  $P$ .

Cela fait, le Corol. 23. donnera  $ATUH = YQPZ$ ; le Corol. 7. pag. 203. de 1709.  $ATW = D\Omega \Delta \Lambda$ ; & suivant le Lem. 2. pag. 196. de 1709. la hauteur d'ascension parcourüe pendant le tems  $AT$  malgré la résistance du milieu & la pesanteur du mobile en vertu des vitesses retardées ou restantes  $TU$  de la premiere  $AH$  de projection de bas en haut, sera à la hauteur de chute parcourüe pendant le même tems  $AT$  en vertu des vitesses  $TW$  accélérées depuis zero par la pesanteur de ce mobile malgré la résistance du même milieu ::  $ATUH$ .  $ATW$  ::  $YQPZ$ .  $D\Omega \Delta \Lambda$ .

Par conséquent la hauteur totale du jet vertical de bas en haut, fait (*hyp.*) de la vitesse  $AH$  jusqu'à son entière extinction (*Corol.* 1.) en  $M$  à la fin du tems  $AM$  qu'a duré ce jet, doit être ici à la hauteur de la chute verticale du même corps parcourüe pendant le même tems  $AM$  en vertu de sa pesanteur dans le même milieu supposé résistant en raison des quarrés des vitesses actuelles de ce corps ::  $YQD\Omega$ .  $D\Omega\phi X$ . Puisque  $AT$  en se changeant ici en  $AM$ , change aussi  $PZ$  en  $D\Omega$ , &  $\Delta\Lambda$  en  $\phi X$ .

## COROLLAIRE, XXIX.

Voici encore une troisième maniere de trouver le rapport de ces espaces d'ascension & de chute, faites de la maniere supposée dans un milieu résistant en raison des quarrés des vitesses actuelles du mobile. Pour cela, ce qu'on voit dès les Fig. 3. 4. dans la Fig. 5. y demeurant le même que dans celles-là, excepté que la Courbe  $AWC$  des vitesses  $TW$  des chutes accélérées par la pesanteur du mobile malgré la résistance du milieu supposé, est ici renversée de gauche à droite de son axe  $AC$  pour moins d'embarras de lignes dans cette Fig. 5. ayant  $FC$  parallèle à  $AC$  pour son asymptote au lieu de  $HC$  qu'elle avoit (*Corol.* 1. pag. 198. de 1709.) dans les Fig. 3. 4. Soit  $CF$  prolongée vers  $I$ , &  $\Omega D$  prolongée jusqu'à sa rencontre en  $\phi$ . Entre les asymptotes orthogonales  $\phi\Omega$ ,  $\phi I$ , soit (comme dans la Fig. 2. du *Corol.* 15.) une hyperbole équilatere quelconque  $I\Delta\Omega$  rencontrée en  $\Delta$ ,  $\Omega$ , par  $AD$ ,  $H\Omega$ , prolongées jusqu'à elle. Ensuite après avoir mené des points correspondants  $U$ ,  $W$ , des Courbes  $HUM$ ,  $AWC$ , parallèlement à  $C\phi$ , les droites  $UL$ ,  $WQ$ , jusqu'à leur rencontre avec  $\phi\Omega$  en  $L$ ,  $Q$ , soient prises premierement  $DB$  troisième proportionnelle à  $\phi D$ ,  $DL$ , comme dans le *Corol.* 15. & secondement  $DZ$  troisième proportionnelle à  $\phi D$ ,  $DQ$ , comme dans les *Corol.* 9. & 18. des pag. 205. & 217. de 1709. Soient enfin des points  $B$ ,  $Z$ , les ordonnées  $BG$ ,  $ZT$ , paralleles à  $\phi I$ , & qui rencontrent l'hyperbole  $\Omega\Omega$  en  $G$ ,  $T$ .

FIG. V.

Cela fait , le Corol. 15. donnera  $ATUH = \frac{a}{2c} \times \Omega\Omega BG$ ; les Corol. 9. 18. des pag. 205. 218. de 1709. donneront aussi  $ATW = \frac{a}{2c} \times \Delta DZY$ ; & suivant le Lem. 2. pag. 196. de 1709. la hauteur d'ascension verticale parcourüe pendant le tems  $AT$  malgré la pesanteur du mobile & les résistances du milieu supposé , en vertu des vitesses retardées  $TU$  restantes de la premiere  $AH$  de projection verticale de bas en haut , sera à la hauteur de chute verticale parcourüe pendant le même tems  $AT$  en vertu des vitesses  $TW$  de chute accélérée depuis zero par la pesanteur constante du mobile malgré la résistance de ce même milieu ::  $ATUH. ATW : \Omega\Omega BG. \Delta DZY$ .

Par conséquent la hauteur totale du jet vertical de bas en haut , fait (*hyp.*) de la vitesse  $AH$  jusqu'à son entière extinction (*Corol.* 1.) en  $M$  à la fin du tems  $AM$  que ce jet a duré , doit être ici à la hauteur de la chute verticale du même corps , faite pendant le même tems  $AM$  en vertu de la pesanteur constante de ce corps dans ce même milieu supposé résistant en raison des quarrés des vitesses de ce même corps ::  $\Omega\Omega D\Delta. \Delta DX\psi$ . en supposant  $DX$  troisième proportionnelle à  $\phi D$ ,  $DE$  côté du rectangle  $DMOE$ , &  $X\psi$  parallele à  $\phi I$ , puisque le changement qui se fait ici de  $AT$  en  $AM$ , ou de  $UW$  en  $MO$ , rendant (*Corol.* 1.)  $TU$  ou  $DL = 0$ ,  $DQ = DE$ , rend pareillement  $DB = 0$ ,  $DZ = DX$ ; & conséquemment aussi  $\Omega\Omega BG = \Omega\Omega D\Delta$ , &  $\Delta DZY = \Delta DX\psi$ .

## COROLLAIRE XXX.

Toutes choses demeurant les mêmes que dans le précédent Corol. 29. si l'on ajoûte à la Fig. 5. une hyperbole équilatere  $DPI$  décrite du centre  $A$ , d'un axe transverse  $= 2AD$ , & que de ce centre  $A$  par les points  $E$ ,  $Q$ ,  $L$ , on mène les droites  $AE$ ,  $AQ$ ,  $AL$ , dont les deux premieres  $AE$ ,  $AQ$ , prolongées rencontrent cette hyperbole en  $R$ ,  $P$ , & la troisième  $AL$  le quart de cercle  $HSD$  en  $\Pi$ ; cette Fig. 5. fournira tout à la fois les ex-



pressions des vitesses , tant retardées d'ascension restantes de l'initiale  $AH$  égale à la terminale ( *Corol.* 23. pag. 198. 199. de 1709.)  $AF$  du mobile , qu'accélérées par la pesanteur de ce mobile , de part & d'autre malgré les résistances supposées ; les expressions des tems à la fin desquels ces vitesses se trouvent ; & des espaces parcourus en vertu d'elles pendant ces tems : les ordonnées  $TU$  ,  $TW$  , exprimeront ( *Solut. précéd. & Solut. art.* 4. pag. 198. de 1709.) ces vitesses retardées d'ascension , & accélérées de chute dans le milieu résistant supposé ; les sectateurs circulaires  $SAT$  , & les hyperboliques  $DAP$  ( *Sol. précéd. art.* 4. & *Sol.* 2. art. 2. pag. 213. de 1709.) les tems  $AT$  à la fin desquels elles se trouvent ; les aires hyperboliques  $\Omega\Omega BG$  ,  $\Delta DZY$  , les espaces ou hauteurs verticales parcourues ( *Corol.* 15. précéd. & *Corol.* 9. 18. pag. 205. 218. de 1709.) en vertu de ces vitesses pendant ces tems. Par conséquent l'ordonnée  $MO$  de la Courbe  $AWC$  exprimera la dernière des vitesses accélérées de chute faite pendant le tems  $AM$  , à la fin duquel les vitesses retardées  $AH$  ,  $TU$  , se trouvent ( *Corol.* 1.) entièrement éteintes ; les secteurs  $SAD$  ,  $DAR$  , exprimeront chacun ce tems  $AM$  ; & les aires hyperboliques asymptotiques  $\Omega\Omega DA$  ,  $\Delta DX\downarrow$  , les hauteurs parcourues en montant pendant ce tems , & en retombant pendant un pareil tems  $= AM$  : c'est-à-dire que la hauteur du jet vertical jusqu'à l'entière extinction de la vitesse  $AH$  de projection de bas en haut , fera à la hauteur de chute verticale accélérée faite pendant le même tems  $AM$  (le tout malgré les résistances supposées) ::  $\Omega\Omega DA$  .  $\Delta DX\downarrow$ .

La précédente Solution & la 2<sup>e</sup> de la pag. 212 de 1709. font voir non-seulement que les secteurs circulaires  $SAT$  & hyperboliques  $DAP$  expriment les tems  $AT$  à la fin desquels se trouvent les vitesses  $TU$  ,  $TW$  , d'ascension & de chute , restantes malgré les résistances supposées ; mais encore que les correspondans à la même  $AT$  sont égaux entr'eux , puisque suivant ces deux Solutions  $SAT = \frac{1}{2} a \times AT = DAP$ . D'où il suit aussi que  $SAD = DAR$  : c'est-à-dire que les deux secteurs  $SAD$  ,  $DAR$  , corres-

pondans à la même  $AM$ , sont pareillement égaux entre eux.

Ce dernier Corol. 30. avec les Corol. 18. 19. & le Probl. 2. pag. 397. &c. des Mem. 1707. renferment tout ce que *M. Newton* a donné dans ses *Princ. Math.* Liv. 2. Sect. 2. sur les mouvemens faits dans des milieux résistans en raison des quarrés des vitesses du mobile, qui est l'hypothèse dont il s'agit ici.

## AUTRE SOLUTION.

$$\text{I. Soit } \frac{a^4}{xx} = aa + uu, \text{ ou } u = \sqrt{\frac{a^4}{xx} - aa} = \frac{a}{x} \sqrt{aa - xx}.$$

$$\begin{aligned} \text{l'on aura } du &= \frac{-adx\sqrt{aa-xx} - \frac{axxdx}{\sqrt{aa-xx}}}{xx} = \frac{-a^2dx + axxdx - axxdx}{xx\sqrt{aa-xx}} \\ &= \frac{-a^2dx}{xx\sqrt{aa-xx}}, \text{ ou } -du = \frac{a^2dx}{xx\sqrt{aa-xx}}. \text{ Donc } \frac{adx}{\sqrt{aa-xx}} = \frac{-aadu}{aa+uu} \\ (\text{Solut. 1. art. 2.}) &= dt; \text{ \& cette equation differentielle s'intégrera par le moyen du quart de cercle } HSD \text{ de la} \\ \text{FIG. I. Fig. 1. en y appellant encore } \mathcal{A}\Pi, a; \text{ \& de plus } \mathcal{A}P, x; \\ \text{\& conséquemment aussi } \Pi P, \sqrt{aa-xx}: \text{ car ayant ici } \Pi P & (\sqrt{aa-xx}). \mathcal{A}\Pi(a) :: \pi O(dx). \Pi\pi = \frac{a^2dx}{\sqrt{aa-xx}} = dt, \\ \text{l'on aura (en intégrant) } t(\mathcal{A}T) &= H\Pi + q. \end{aligned}$$

II. Mais en supposant l'angle  $D\mathcal{A}\Omega$  de 45. deg. qui donnera  $AS(a) = \sqrt{\mathcal{A}Q^2 + SQ^2} = \sqrt{2x\mathcal{A}Q^2} = \mathcal{A}Q\sqrt{2}$ , & conséquemment  $\mathcal{A}Q = \frac{a}{\sqrt{2}} = a\sqrt{\frac{1}{2}}$ ; le cas de  $\mathcal{A}P(x) = \mathcal{A}Q(a\sqrt{\frac{1}{2}})$  rendant non-seulement  $H\Pi = HS$ , mais encore  $xx = \frac{a^2}{2}$ , & conséquemment  $2aa = \frac{a^4}{xx}$  (art. 1.)  $= aa + uu$ , c'est-à-dire  $aa = uu$ , ou  $u(TU) = a(\mathcal{A}H)$ , & par-là  $\mathcal{A}T(t) = 0$ ; réduit cette intégrale de l'art. 1. à  $0 = HS + q$ , d'où résulte  $q = -HS$ .

III. Donc (art. 1. 2.)  $\mathcal{A}T = H\Pi - HS = S\Pi$  est cette intégrale juste & précise, qui donne encore ici par tout  $\mathcal{A}T = S\Pi$ , ainsi que dans l'art. 4. de la Solut. 1. De sorte que  $S$  fera ici comme là, l'origine des  $S\Pi$  qui pris depuis

ce point fixe  $S$  vers  $D$  exprimeront encore les tems écoulés  $AT$  ( $t$ ) à la fin desquels se trouvent encore les vitesses retardées  $TU$  ( $u$ ) restantes des primitives  $TV$  malgré les résistances ici supposées.

IV. Donc aussi l'art. 1. donnant  $u(TU) = \frac{a}{x} \sqrt{aa - xx}$  ( $\frac{AP \times PP}{AP}$ ), si l'on prend par-tout ici les abscisses  $AT = S\Pi$  sur l'axe  $AC$ , & les ordonnées perpendiculaires  $TU = \frac{AP \times PP}{AP}$ , la ligne  $HUM$  qui passera par tous les points  $U$  ainsi trouvés, sera ici la Courbe cherchée des vitesses retardées restantes des primitives  $TV$  malgré les résistances du milieu supposé résistant en raison des quarrés de ces vitesses actuelles ou restantes. *Ce qu'il falloit encore trouver.*

V. Cette construction de la Courbe  $HUM$  servira comme dans l'art. 6. de la Solut. 1. à construire celle  $ARN$  des résistances totales  $TR$  du milieu supposé. *Ce qu'il falloit encore aussi trouver.*

### COROLLAIRE XXXI.

Puisque le cas de  $AP = AQ$  en rendant (Solut. 2. art. 2. & 3.)  $AT = 0 = S\Pi$ , & conséquemment  $TU = AH$ , rend aussi  $u(TU) = a(AF)$ ; l'on aura ici  $AH = AF$  conformément au Lem. 1. art. 3. pag. 195. de 1709.

### COROLLAIRE XXXII.

De ce que (Solut. 2. art. 1.)  $u = \frac{a}{x} \sqrt{aa - xx}$ , le cas de  $x = a$ , ou de  $AP = AD$ , rend  $u = \frac{a}{a} \sqrt{aa - aa} = 0$ ; l'on aura ici  $TU(u) = 0$  à la fin du tems  $AM = SD$ . Ainsi la Courbe  $AUM$  rencontrera son axe à la fin du tems  $AM$ , & les vitesses  $TU$  restantes des primitives  $TV$ , s'y éteindront tout à fait par l'opposition des résistances du milieu supposé, ainsi qu'on l'a déjà vu dans le Corol. 1.

### COROLLAIRE XXXIII.

Pour trouver encore ici les espaces parcourus pendant.

les tems  $AT$  (1), il est à remarquer que l'art. 1. de la Solution. 2. lequel vient de donner  $u = \frac{a}{x} \sqrt{aa - xx}$ , &  $dt = \frac{adx}{\sqrt{aa - xx}}$ , doit donner aussi  $u dt = \frac{a dx}{x}$ , &  $\int u dt$  ( $ATUH$ )  $= aa \times lx + q = aa \times lAP + q$ . Mais le cas de  $ATUH = 0$ , rendant aussi  $AT$  ou (Solution. 2. art. 3.)  $S\Pi = 0$ , & par conséquent  $AP = AQ$ , réduit cette intégrale à  $0 = aa \times lAQ + q$ , d'où résulte  $q = -aa \times lAQ$ . Donc cette intégrale complète est  $ATUH = aa \times lAP - aa \times lAQ = aa \times l \frac{AP}{AQ}$ ; & conséquemment  $AMUH = aa \times l \frac{AD}{AQ}$ . Donc aussi (Lem. 2. pag. 196. de 1709.) les espaces ici parcourus pendant les tems  $AT$  ou (Sol. 2. art. 3.)  $S\Pi$ , sont entr'eux comme les grandeurs  $aa \times l \frac{AP}{AQ}$  correspondantes, ou (à cause de  $a$  constante) comme les Logarithmes des fractions  $\frac{AP}{AQ}$  correspondantes, ou comme les Logarithmes des raisons des correspondantes variables  $AP$  à la constante  $AQ$ ; & à l'espace entier parcouru pendant tout le tems  $AM$  ou  $SD$ , c'est-à-dire (Corol. 1. & 32.) jusqu'à l'entière extinction des vitesses  $TU$  par les résistances supposées, comme ces Logarithmes au Logarithme de la fraction constante  $\frac{AD}{AQ}$ , ou de la raison de la constante  $AD$  à la constante  $AQ$ .

## COROLLAIRE XXXIV.

Mais la Logarithmique  $FDH$  & tout ce qui y a rapport dans la Fig. 1. demeurant ici le même que dans le Corol. 10. L'on aura  $lAP = lGA = -AG$ , &  $lAQ = lZX = -AZ$ , négatifs à cause que  $AP$ ,  $AQ$ , sont moindres chacune que  $AD$  ( $a$ ) prise ici pour l'unité; par conséquent  $lAP - lAQ = -AG + AZ = ZG$ , ou  $l \frac{AP}{AQ} = ZG$ . Donc (Corol. 33.) les espaces ici parcourus pendant les tems  $AT$  ou  $S\Pi$ , doivent être ici entr'eux comme les abscisses  $ZG$  correspondantes dont  $Z$  est l'origine; & à l'espace entier parcouru pendant tout le tems  $AM$

*AM* ou *SD*, c'est-à-dire (Corol. 1. & 32.) jusqu'à l'entière extinction des vitesses par les résistances supposées, comme ces *ZG* sont à *ZA*: ainsi qu'on l'a déjà trouvé dans le Corol. 10.

*Cette seconde Solution pourroit encore fournir tous les autres Corollaires de la première; mais en voilà assez.*

### REMARQUE.

Il est à remarquer, que par les Méthodes de M. Leibnitz & de M. (Jean) Bernoulli, pour intégrer les fractions rationnelles, la différentielle  $aa \times \frac{udu}{aa+uu}$  dont l'intégrale dans les Corol. 10. 11. 12. 14. vient de donner en différentes manières le rapport des espaces ici parcourus malgré les résistances supposées, se réduit à deux différentielles Logarithmiques imaginaires, cependant intégrables ensemble par le moyen d'une Logarithmique réelle, ou d'une hyperbole.

Car suivant ces deux Méthodes insérées dans les Mem. de l'Académie de 1702. & dans les Actes de Leipzig de la même année, l'on aura ici  $\frac{udu}{aa+uu} = \frac{1}{2} \times \frac{du}{u+a\sqrt{-1}} + \frac{1}{2} \times \frac{du}{u-a\sqrt{-1}}$  différentielles logarithmiques imaginaires. Or si l'on prend encore  $\frac{a^4}{xx} = aa + uu$ , & conséquemment  $uu = \frac{a^4}{xx} - aa$ , l'on aura  $udu = \frac{a^4 dx}{x^2} = \frac{a^4 dx}{x^2}$  par la différentiation en signes contraires qu'exigent les accroissemens alternatifs de  $x$ ,  $u$ , dans  $\frac{a^4}{xx} = aa + uu$ . Donc  $\frac{dx}{x} = \frac{udu}{aa+uu} = \frac{1}{2} \times \frac{du}{u+a\sqrt{-1}} + \frac{1}{2} \times \frac{du}{u-a\sqrt{-1}}$ . Par conséquent ces deux différentielles Logarithmiques imaginaires sont intégrables ensemble par le moyen d'une Logarithmique réelle ou d'une hyperbole, ainsi qu'on le vient de dire. Cette Logarithmique est celle qui vient de donner dans les Corol. 33. 34 les espaces ici parcourus: l'hyperbole en est aisée à déduire; ainsi nous ne nous y arrêterons pas davantage.

Mem. 1710.

M

Si l'on eût pris  $2as = aa + uu$ , l'on auroit ou  $ads = udu$ ; & delà tout d'un coup  $\frac{\frac{1}{2} ds}{s} = \frac{udu}{aa + uu} = \frac{1}{2} \times \frac{du}{a + a\sqrt{-1}} + \frac{1}{2} \times \frac{du}{a - a\sqrt{-1}}$ , ou  $\frac{ds}{s} = \frac{du}{a + a\sqrt{-1}} + \frac{du}{a - a\sqrt{-1}}$ , c'est-à-dire, une Logarithmique réelle pour intégrale des deux différentielles logarithmiques imaginaires précédentes.

## S C H O L I E.

FIG. I. I. Puisque la première condition de ce Problème-ci  
II. donne (Solut. 1. art. 2.)  $z = \frac{uu}{a}$ , ou  $uu = az$ , cette égalité n'étant que de rapport; l'on aura ici  $du = \frac{ad\chi}{2\sqrt{a\chi}}$ . Ainsi l'équation  $dt = \frac{-aadu}{aa + uu}$  trouvée dans la Solut. 1. art. 2. pour celle de la Courbe HUM des vitesses restantes TU ( $u$ ), se changera ici en  $dt = \frac{-aad\chi}{2a\sqrt{a\chi} + 2\chi\sqrt{a\chi}}$  pour la Courbe KEC des résistances instantanées  $z$  ( $dr$ ) du milieu supposé résistant en raison des quarrés  $uu$  ou  $\frac{uu}{a}$  des vitesses actuelles ou restantes ( $u$ ) malgré les résistances de ce milieu. Et le cas de  $AT(t) = 0$ , qui rend  $TU(u) = AH(a)$ , réduisant à  $z(AK) = a(AH)$  l'équation  $z(TE) = \frac{uu}{a}$ ; il est manifeste que cette Courbe doit passer par H; & son équation  $dt = \frac{-aad\chi}{2a\sqrt{a\chi} + 2\chi\sqrt{a\chi}}$  s'y réduisant à  $dt = \frac{-aad\chi}{2aa + 2aa} = \frac{-d\chi}{4}$ , qu'elle y doit rencontrer AH sous un angle dont le sinus soit à celui de son complément: : 1. 4. c'est-à-dire, le quart de celui de son complément.

I I. De plus l'équation  $z = \frac{uu}{a}$  ayant (Corol. 1.  $\odot$  32.)  $u = 0$  en M, elle y doit aussi avoir  $z(TE) = 0$ , & par-là y réduire l'équation  $dt = \frac{-aad\chi}{2a\sqrt{a\chi} + 2\chi\sqrt{a\chi}}$  à  $dt = \frac{-d\chi}{0}$ . D'où l'on voit que cette Courbe KEC ou HEC des résistances instantanées TE ou  $z(dr)$  du milieu supposé, doit non-seulement passer par M aussi-bien que (Corol. 1.  $\odot$  32.)

celle *HUM* des viresse restantes *TU* (\*) malgré ces résistances ; mais encore y avoir son axe *AC* pour tangente ; & tourner sa convexité vers lui de même (*Corol. 7.*) que *HUM*.

III. Pour construire cette Courbe *KEM* ou *HEM* des résistances instantanées, il n'y a qu'à prolonger par tout *GB* dans la Fig. 2. jusqu'à la rencontre de *TU* en *E* ; & alors on aura  $TE = DB$  (*Corol. 15.*)  $= \frac{uu}{a}$  (*Solut. 1. art. 2.*)  $= z$ . Ce qu'il falloit trouver. FIG. II.

IV. On peut pareillement construire cette Courbe *KEC* par le moyen de la Courbe *HUM* déjà construite FIG. I. dans les *Solut. 1. 2.* Car l'équation  $z = \frac{uu}{a}$ , ou (*Solut. 1.*)

$TE = \frac{TU \times TU}{AH}$  fait voir que si l'on fait le demi-cercle *AΔH* sur le diamètre *AH*, lequel demi-cercle soit rencontré en *Δ* par l'arc circulaire *Δ* décrit du centre *A*, & du rayon *AΔ* ou *TU* ; que de ce point *Δ* on fasse *ΔE* parallèle à *AC*, & qui rencontre *TU* en *E* ; ce point *E* sera un de ceux de la Courbe cherchée *KEM* ou *HEM*. Car si l'on prolonge *ΔE* jusqu'en *Σ* sur le diamètre *AH*, & qu'on tire la corde *AΔ* ; l'on aura ici  $TE = AΣ = \frac{AΔ \times AΔ}{AH} = \frac{AΔ \times AΔ}{AH} = \frac{TU \times TU}{AH} = \frac{uu}{a}$  (*hyp.*)  $= z$  : c'est-à-dire  $TE = z$  ; & ainsi de toutes les autres ordonnées de la Courbe *KEC*.

V. Tout ce qu'on vient de remarquer de cette Courbe dans l'art. 2. suit encore de cette construction : sçavoir ,

1°. Que le cas  $AT = 0$ , qui rend *TU* ou *AΔ* ou *AΔ*  $= AH$ , rendant aussi *AΣ* ou *TE* ou *AK*  $= AH$  ; cette Courbe *KEC* doit passer par *H*, & y avoir son point *K*.

2°. Que le cas de  $AT = AM$ , qui (*Corol. 1. 32.*) rend *TU* ou *AΔ* ou *AΔ*  $= 0$ , rendant aussi *AΣ* ou *TE*  $= 0$  ; cette même Courbe *KEC* ou *HEC* doit rencontrer son axe *AC* en *M*, & l'avoir pour tangente en ce point, ayant là  $dx$  nulle par raport à  $dt$ , comme *AΣ* l'est par raport à *AΔ* en *A* ; au lieu que la Courbe *HUM* rencontre son axe *AC* en *M* (*Corol. 5.*) sous un angle de 45. degrés.

*Quant aux rapports de la pesanteur du mobile aux résistances instantanées du milieu supposé, &c. la maniere dont on les a trouvés dans la Remarq. 2. pag. 209. &c. de 1709. pour les mouvemens accelerés malgré ces résistances, fait voir assez comment on les pourroit trouver aussi pour les mouvemens retardés dont il s'agit ici, pour n'avoir pas besoin de s'y arrêter. Nous n'en dirons donc pas davantage sur les mouvemens faits dans des milieux résistans en raison des quarrés des vitesses des corps mûs: Hypothese ordinaire, qui quoique plus vraisemblable que celle des résistances en raison de ces vitesses, dont nous avons aussi parlé dans les Mem. de 1708. pag. 113. 212. 250. 302. 419. &c. l'est cependant encore moins que celle des résistances en raison des sommes faites de ces vitesses & de leurs quarrés. On verra dans d'autres Memoires ce qu'il arriveroit dans celle-ci à des mouvemens exposés à de telles résistances.*

## CONSTRUCTION GENERALE

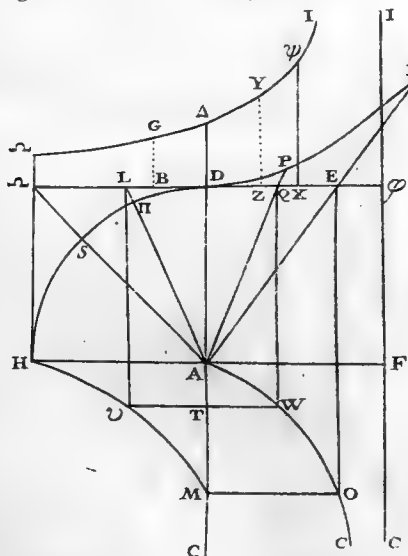
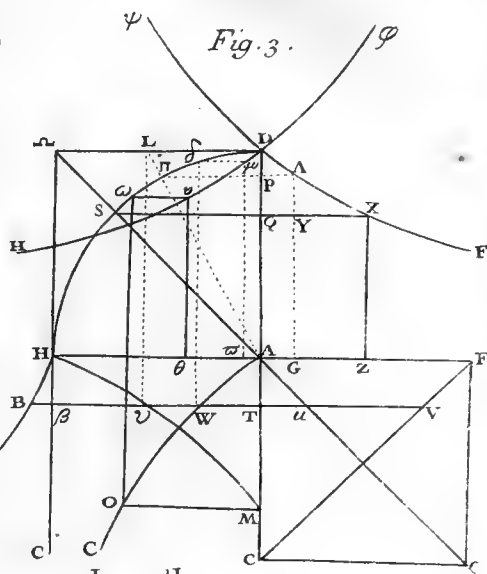
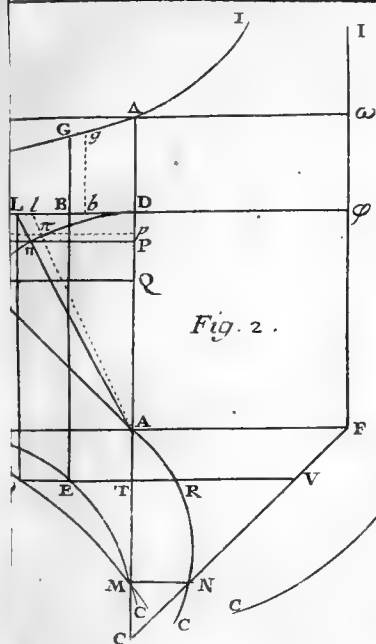
### DES QUARRÉS MAGIQUES.

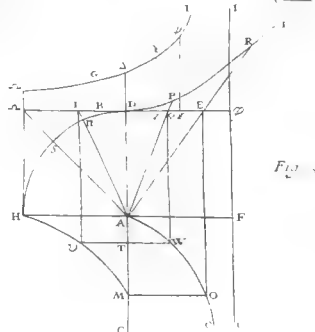
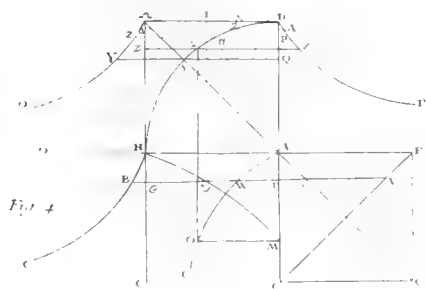
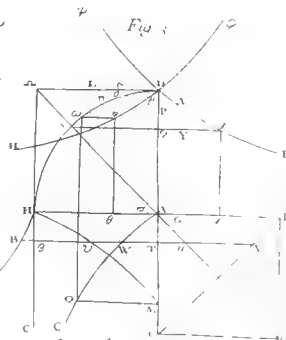
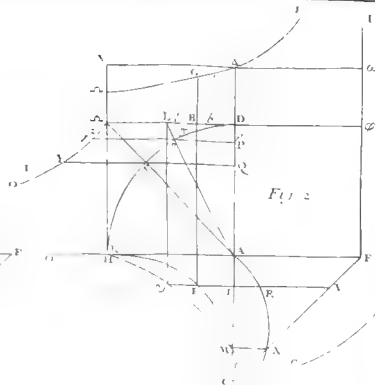
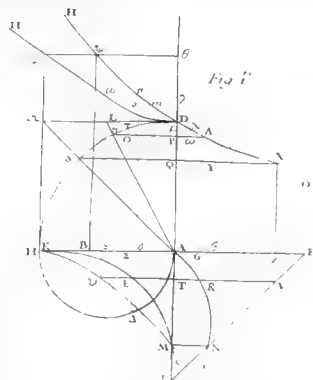
PAR M. SAUVEUR.

20. Decem.  
1709. & 3.  
Decem 1710.

**A**PRE'S que plusieurs personnes d'un merite connu se sont appliqués à la construction des Quarrés magiques, j'ai cru pouvoir donner des reflexions particulieres que j'ai été engagé de faire par des personnes pour qui j'ai du respect; & je donne des principes si simples & si generaux, que je ne crois pas qu'on en ait besoin d'autres pour épuiser cette matiere, qui n'est que de pure curiosité. Pour montrer la fécondité des principes que j'établis, j'ajoute les Quarrés composez, les Enceintes, les Croix, les Chassis & les Cubes magiques.







## I. Définitions générales.

1. Nous appelons ici *Quarré* un quarré divisé en Cellules quarrées pour renfermer dans chacune un nombre.

Dans un *Quarré* il faut considerer les Bandes, les Cellules & les Quartiers.

2. Les *Bandes horizontales* sont formées par les Cellules *Voyez le 1. Quarre de l'article 4.*  
1. 2. 3. 4. 5. ou 6. 7. 8. 9. 10. &c.

Les *Bandes verticales* par 1. 6. 11. 16. 21. ou 2. 7. 12. 17. 22. &c.

La *premiere Diagonale* est 1. 7. 13. 19. 25. & la *seconde Diagonale* est 5. 9. 13. 17. 21.

Les *Bandes paralleles à la 1<sup>re</sup> Diagonale* sont 2. 8. 14. 20. 21. & 3. 9. 15. 16. 22. & 4. 10. 11. 17. 23. & 5. 6. 12. 18. 24.

Les *Bandes paralleles à la 2<sup>de</sup> Diagonale* sont 4. 8. 12. 16. 25. & 3. 7. 11. 20. 24. &c.

Les *Bandes correspondantes* sont les bandes également distantes des extremités, comme 1. 5. & 21. 25. de même 2. 22. & 4. 24.

Les *Bandes non correspondantes* sont deux bandes qui ne sont pas également distantes des extremités, comme 1. 21. & 4. 24.

Dans les *Quarrés impairs* il y a deux *Bandes moyennes*; sçavoir, l'*horizontale* 11. 15. & la *verticale* 3. 23. & le *Centre* 13. est commun aux deux bandes moyennes, & aux deux diagonales.

Dans chaque *Bande* il y a des *Cellules correspondantes*, & des *Cellules non correspondantes*, & dans les *Bandes des impairs* il y a une *Cellule moyenne*.

Chaque *Quarré* est partagé en 4. *Quartiers*; sçavoir, dans les pairs par 2 lignes qui passent par le centre, & dans les impairs par les deux bandes moyennes.

3. La *Racine d'un quarré* est le nombre des Cellules de chaque bande, & l'on désignera les quarrés par leurs racines; ainsi le quarré de 9. est celui qui a 9. cellules dans

une bande, & 81. dans sa superficie : c'est pourquoi si l'on appelle *r* la racine d'un quarré, *rr* marquera le nombre des Cellules de ce quarré.

Une racine est *paire* comme 4. 6. 8. 10. 12. &c. ou *impaire* comme 3. 5. 7. 9. 11. 13. &c.

Une Racine *paire* est *pairement paire* comme 4. 8. 12. 16. 20. 24. &c. lorsque sa moitié est *paire*, & elle est *impairement paire* comme 6. 10. 14. 18. 22. 26. &c. lorsque sa moitié est *impaire*.

Une Racine *impaire* est *pairement impaire* comme 5. 9. 13. 17. 21. 25. &c. lorsque ôtant 1. la moitié du reste est *paire*, & elle est *impairement impaire* lorsque cette moitié est *impaire* comme 3. 7. 11. 15. 19. 23. 27. &c.

4. Un *Quarré naturel* est celui qui renferme des nombres qui augmentent par ordre dans chaque bande.

Ces nombres sont ordinairement en *progression simple arithmetique*, ou bien en *proportion interrompue*.

	1	2	3	4	5		1	3	4	7	8
0	1	2	3	4	5	0	1	3	4	7	8
5	6	7	8	9	10	8	9	11	12	15	16
10	11	12	13	14	15	17	18	20	21	24	25
15	16	17	18	19	20	29	30	32	33	36	37
20	21	22	23	24	25	38	39	41	42	45	46

5. Ces nombres seront considérés comme supposés de deux nombres ; sçavoir, de petits nombres que j'appelle *2<sup>ds</sup> Nombres*, qui sont les mêmes dans chaque verticale, & de grands nombres que j'appelle *1<sup>ers</sup> Nombres*, qui sont les mêmes dans chaque horizontale ; de sorte qu'il suffit de marquer les nombres d'un *Quarré naturel* une fois par les *1<sup>ers</sup>* & *2<sup>ds</sup>* nombres.

	1	3	4	7	8
0	0.1	0.3	0.4	0.7	0.8
8	8.1	8.3	8.4	8.7	8.8
17	17.1	17.3	17.4	17.7	17.8
25	29.1	29.3	29.4	29.7	29.8
38	38.1	38.3	38.4	38.7	38.8

6. Pour rendre la construction des *Quarrés* plus générale, nous marquerons les *2<sup>ds</sup>* nombres par les lettres *p. q. r. s. t. u.* &c. que nous appellerons *2<sup>des</sup> lettres*, & les *1<sup>ers</sup>*

nombres par les lettres *A. B. C. D. E.* &c. que nous appellerons 1<sup>res</sup> lettres.

7. Nous exprimerons aussi les 2<sup>ds</sup> nombres par la *moyenne n*, avec les différences qui seront négatives & positives; & pour avoir la valeur de *n* dans les Quarrés impairs, prenez la somme des 2<sup>ds</sup> nombres 1. 2. 3. 4. 5. qui est 15. & la divisés par  $r = 5$ . vous aurez  $3 = n$ . & ces nombres seront  $n - 2$ .  $n - 1$ .  $n \pm 0$ .  $n + 1$ .  $n + 2$ . que nous exprimerons seulement par les seules différences  $-2$ .  $-1$ . 0. 1. 2. car la quantité de la *moyenne n* est indifférente, pourvu qu'elle surpasse celle de la plus grande négative au moins de 1.

	<i>p</i>	<i>q</i>	<i>r</i>	<i>s</i>	<i>t</i>
<i>A</i>	<i>Ap</i>	<i>Aq</i>	<i>Ar</i>	<i>As</i>	<i>At</i>
<i>B</i>	<i>Bp</i>	<i>Bq</i>	<i>Br</i>	<i>Bs</i>	<i>Bt</i>
<i>C</i>	<i>Cp</i>	<i>Cq</i>	<i>Cr</i>	<i>Cs</i>	<i>Ct</i>
<i>D</i>	<i>Dp</i>	<i>Dq</i>	<i>Dr</i>	<i>Ds</i>	<i>Dt</i>
<i>E</i>	<i>Ep</i>	<i>Eq</i>	<i>Er</i>	<i>Es</i>	<i>Et</i>

	-1	-1	-0	1	2
-2λ	-2λ	-2λ	-2λ	-2λ	-2λ
-2	-2	-1	0	1	2
-1λ	-1λ	-1λ	-1λ	-1λ	-1λ
-2	-2	-1	0	1	2
0	0	0	0	0	0
-2	-2	-1	0	1	2
1λ	1λ	1λ	1λ	1λ	1λ
-2	-2	-1	0	1	2
2λ	2λ	2λ	2λ	2λ	2λ
-2	-2	-1	0	1	2

Si le Quarré est pair comme de 6. au lieu des 2<sup>ds</sup> nombres 1. 2. 3. 4. 5. 6. il faut prendre leur double 2. 4. 6. 8. 10. 12. Alors  $n = 7$ . & les différences sont les impairs  $-5$ .  $-3$ .  $-1$ . 1. 3. 5. la quantité de *n* doit être impaire & plus grande que le plus grand négatif  $-5$ . afin qu'on puisse diviser les nombres qui en viendront, que j'appellerai *faux Nombres* par 2, & réduire ainsi les nombres du Quarré aux plus simples que je regarderai comme les vrais nombres.

8. Les 1<sup>ers</sup> nombres s'exprimeront par la *moyenne m*, avec de semblables différences multipliées par λ. ainsi dans le quarré de 5. les différences seront  $-2λ$ .  $-1λ$ . 0.  $1λ$ .  $2λ$ . & dans le quarré de 6. elles seront  $-5λ$ .  $-3λ$ .  $-1λ$ .  $1λ$ .  $3λ$ .  $5λ$ .

La quantité de λ doit être au moins égale au plus grand des 2<sup>ds</sup> nombres, & dans les quarrés pairs il en doit être au moins la moitié. Il peut être plus petit,

pourvû qu'aucune des différences réciproques des 1<sup>ers</sup> nombres ne soit pas égale à aucune de celle des 2<sup>ds</sup> nombres.

La quantité de la moyenne  $m$  doit être positive & au moins égale au plus grand nombre négatif.

Aux premieres différences des 1<sup>rs</sup> nombres l'on peut ajouter des secondes différences, avec ces conditions, 1°. Qu'elles peuvent être égales ou inégales. 2°. Que leur somme doit être égale à zero. 3°. Qu'il faut les ajouter par ordre aux 1<sup>res</sup> différences, c'est-à-dire les plus grandes 2<sup>des</sup> différences aux plus grandes premieres, les plus petites aux plus petites; ainsi au quarré de 6. les 1<sup>res</sup> & 2<sup>des</sup> différences peuvent être  $-5\lambda-4$ .  $-3\lambda-1$ .  $-1\lambda-1$ .  $0-1$ .  $1\lambda+0$ .  $3\lambda+3$ .  $5\lambda+4$ .

9. Un *Quarré magique* est une disposition des nombres d'un quarré naturel, telle que la somme des nombres qui sont dans chaque bande horizontale, dans chaque verticale & dans chaque diagonale soit toujours la même, comme dans ce quarré-ci où ces sommes sont 65.

11	2	9	20	23
22	14	5	8	16
19	25	13	1	7
10	18	21	12	4
3	6	17	24	15

10. Les nombres du *Quarré magique* sont formés par les sommes des 1<sup>ers</sup> & des 2<sup>ds</sup> nombres de l'article 5. Il peut néanmoins y avoir une suite de nombres qui ne peuvent point être compris dans ceux de cet article, & qui forment un *Quarré magique*; mais ils peuvent s'y rapporter en ajoutant ou ôtant un même nombre de quelqu'un de ceux qui sont dans chaque bande, comme ici ajoutant 1. aux nombres qui ont un point. V. art. 83.

2.	45	42	12
24	30	32	15
36	18	21	16.
39	8.	6	48

11. Un *Quarré naturel Géométrique* est une suite de nombre en progression Géométrique simple, ou en proportion Géométrique interrompue, qui augmente d'ordre dans chaque rang.

1	2	4
8	16	32
64	128	256

L'on

L'on doit confiderer les nombres de ce Quarré comme les produits des 1<sup>ers</sup>

nombres 1. 8. 64. par

les 2<sup>ds</sup> nombres 1. 2. 4.

ou generalement comme

les produits des 1<sup>res</sup>

lettres *A B C* par les

2<sup>des</sup> lettres *p q r*, à la

différence des quarrés ordinaires qui sont quarrés arithmetiques, dans lesquels il faut prendre la somme des 1<sup>res</sup> & des 2<sup>des</sup> lettres.

Un Quarré magique Geometrique est un quarré rempli de nombres tels que le produit de ceux qui sont

dans chaque bande ho-

rizontale, verticale &

diagonale, est toujours

le même comme ici,

où le produit est 4096

$= B^3 q^3$ .

Ce Quarré magique Geometrique peut être construit précisément comme le Quarré ordinaire, avec ces différences, 1°. Qu'au lieu de prendre des nombres en progression ou proportion arithmetique, il les faut prendre en progression ou proportion Geometrique. 2°. Qu'au lieu d'additionner ou de soustraire, il faut multiplier ou diviser; c'est pourquoi nous ne parlerons plus des Quarrés magiques Geometriques.

Nous expliquerons dans la suite les Quarrés composés, les Enceintes, les Croix, les Chassis & les Cubes magiques.

## II. Construction des Quarrés magiques impairs par lettres générales.

12. J'appelle lettres générales les 1<sup>res</sup> lettres *A. B. C. D. E. &c.* & les secondes *p. q. r. s. t. &c.* à la différence des

Mem. 1710.

N

	1	2	4		<i>p</i>	<i>q</i>	<i>r</i>
1	1. 1	1. 2	1. 4	A	<i>Ap</i>	<i>Aq</i>	<i>Ar</i>
8	8. 1	8. 2	8. 4	B	<i>Bp</i>	<i>Bq</i>	<i>Br</i>
64	64. 1	64. 2	64. 4	C	<i>Cp</i>	<i>Cq</i>	<i>Cr</i>

					<i>p</i>	<i>q</i>	<i>r</i>
	1	2	4				
8	8	4	128	A 1	<i>Bp</i>	<i>Ar</i>	<i>Cq</i>
256	256	16	4	B 8	<i>Cr</i>	<i>Bq</i>	<i>Ap</i>
2	2	64	32	C 64	<i>Aq</i>	<i>Cp</i>	<i>Br</i>

lettres analogues dont nous parlerons dans la Section IV.

Les Quarrés impairs se construisent avec les lettres générales. 1. par diagonales. 2. par indices. 3. par la méthode mixte. 4. par la méthode defordonnée.

Ces constructions donneront des Quarrés magiques, parceque les lettres seront toutes dans chaque bande horizontale, verticale & diagonale; & si quelques-unes sont repetées dans les diagonales, il faut que les repetées soient égales à celles dont elles occupent la place.

13. Pour construire un Quarré magique impair *par diagonales*, 1°. Dans la 1<sup>re</sup> bande horizontale mettez par ordre les 1<sup>res</sup> lettres & les 2<sup>des</sup> lettres. 2°. Mettez *A* dans les cellules de la 1<sup>re</sup> diagonale, & les autres 1<sup>res</sup> lettres dans les cellules des bandes paralleles à la 1<sup>re</sup> diagonale, 3°. Mettez la dernière 2<sup>de</sup> lettre *t* dans la 2<sup>de</sup> diagonale, & les autres 2<sup>des</sup> lettres dans les cellules des bandes paralleles à la 2<sup>de</sup> diagonale, & l'on aura le Quarré qui sera magique, pourvû que les lettres repetées dans les diagonales soient moyennes entre les autres de leur espèce.

A p	B q	C r	D s	E t
E q	A r	B s	C t	D p
D r	E s	A t	B p	C q
C s	D t	E p	A q	B r
B t	C p	D q	E r	A s

14. Pour construire un Quarré magique impair *par indices*, 1°. Dans la 1<sup>re</sup> horizontale mettez par ordre les 1<sup>res</sup> & 2<sup>des</sup> lettres. 2°. Au-dessus de la 1<sup>re</sup> bande horizontale écrivés 0. 1. 2. 3. &c. que j'appelle *les indices* des 1<sup>res</sup> & 2<sup>des</sup> lettres qui sont dans la 1<sup>re</sup> bande horizontale; de sorte que 3. est indice de *D* & de *s*. 3°. Mettez devant la 2<sup>de</sup> cellule de la 1<sup>re</sup> verticale deux indices 2. 3. qui ne soient pas 0. 1.  $r - 1 = 4$ , ni aliquotes ou aliquantes de la racine 5. du Quarré proposé \*. 4°. Prenez les multiples de 2. qui sont 2. 4. 6. 8. ou 2. 4. 1. 3. en ôtant la racine 5. &

	0	1	2	3	4
0. 0	A p	B q	C r	D s	E t
2. 3	C s	D t	E p	A q	B r
4. 1	E q	A r	B s	C t	D p
1. 4	B t	C p	D q	E r	A s
3. 2	D r	E s	A t	B p	C q

\* V. art. 15.



les écrivez dans la 1<sup>re</sup> colonne. 5°. Prenez les multiples de 3. qui sont 3. 6. 9. 12. ou 3. 1. 4. 2. en ôtant aussi 5. vous aurez la 2<sup>de</sup> colonne. 6°. Dans la 1<sup>re</sup> verticale écrivez les 1<sup>res</sup> lettres dont les indices sont dans la 1<sup>re</sup> colonne, & les 2<sup>des</sup> lettres dont les indices sont dans la 2<sup>de</sup> colonne. Au lieu de remplir d'abord la 1<sup>re</sup> horizontale, l'on pouvoit remplir une autre horizontale, & mettre les indices 0. 0. devant cette bande, & continuer comme ci-dessus. 7°. Dans les cellules de chaque horizontale écrivez d'ordre les 1<sup>res</sup> & les 2<sup>des</sup> lettres, vous aurez un

1. 4	Bt	Cp	Dq	Er	As
3. 2	Dr	Es	At	Bp	Cq
0. 0	Ap	Bq	Cr	Ds	Et
2. 3	Cs	Dt	Ep	Aq	Br
4. 1	Eq	Ar	Bs	Ct	Dp

Quarré magique impair par indices, pourvu que s'il y a quelques lettres repetées dans les diagonales, les repetées soient égales à celles dont elles occupent la place.

15. en appellant  $n$ . l'indice de la 1<sup>re</sup> ou de la 2<sup>de</sup> lettre qui est devant la 2<sup>de</sup> cellule de la 1<sup>re</sup> verticale, après 0. 0, il arrivera plusieurs propriétés.

1°.  $n$  marquera la différence des indices & des lettres de chaque verticale,  $n + 1$  la différence des indices des lettres de la 1<sup>re</sup> diagonale,  $n - 1$  celle de la 2<sup>de</sup> diagonale.

2°. On ne peut point faire de Quarré magique si  $n$  est aliquote ou aliquante de  $r$ , ou si  $n - 1$  l'est de  $n + 1$ , ou si la différence des deux indices qui sont après 0. 0, l'est de  $r$ . c'est pourquoi on ne peut point faire de Quarré magique pair par indices.

3°. Si  $n + 1 = 0$ , c'est-à-dire, si  $n = r - 1$ ,  $A$  ou  $p$  se trouvera seule dans la 1<sup>re</sup> diagonale; & si  $n - 1 = 0$  ou  $n = 1$ , la dernière lettre se trouvera seule dans la 2<sup>de</sup> diagonale, & le quarré se trouvera construit par diagonales ou par la méthode mixte art. 13. ou 16.

4°. Si  $n + 1$  est aliquote ou aliquante de  $r$ , il y aura plusieurs lettres repetées dans la 1<sup>re</sup> diagonale, comme ici  $ADGKN$ ; &  $p u b$ ; & si  $n - 1$  est aliquote ou aliquante de  $r$ , il y aura plusieurs lettres repetées dans la 2<sup>de</sup> diagonale, comme  $f r u z c$ .

Voyez le 1.  
Quarré de l'art.  
14.

Voyez le  
Quarré suivant;

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0. 0	Ap	Bq	Cr	Ds	Et	Fu	Gx	Hy	Iz	Ka	Lb	Mc	Nd	Oe	Pf
2. 4	Cr	Du	Ex	Fy	Gz	Ha	Ib	Kc	Ld	Me	Nf	Op	Pq	Ar	Bs
4. 8	Ex	Fa	Gb	Hc	Id	Ke	Lf	Mp	Nq	Or	Ps	At	Bu	Cx	Dy
6. 12	Gd	He	If	Kp	Lq	Mr	Ns	Ot	Pu	Ax	By	Cz	Da	Eb	Fc
8. 1	Iq	Kr	Ls	Mt	Nu	Ox	Py	Az	Ba	Cb	Dc	Ed	Fe	Gf	Hp
10. 5	Lu	Mx	Ny	Oz	Pa	Ab	Bc	Cd	De	Ef	Fp	Gq	Hr	Is	Kt
12. 9	Na	Ob	Pc	Ad	Be	Cf	Dp	Eq	Fr	Ft	Ht	Iu	Kx	Ly	Mz
14. 13	Pe	Af	Bp	Cq	Dr	Es	Ft	Gu	Hx	Iy	Kz	La	Mb	Nc	Od
1. 2	Br	Cs	Dt	Eu	Fx	Gy	Hz	Ia	Kb	Lc	Md	Ne	Of	Pp	Aq
3. 6	Dx	Ey	Fz	Ga	Ib	Ic	Kd	Le	Mf	Np	Oq	Pr	As	Bt	Cu
5. 10	Fb	Gc	Hd	Ie	Kf	Lp	Mq	Nr	Os	Pt	Au	Bx	Cy	Dz	Ea
7. 14	Hf	Ip	Kq	Lr	Ms	Nt	Ou	Px	Ay	Bx	Ca	Db	Ec	Fd	Ge
9. 3	Ks	Lt	Mu	Nx	Oy	Pz	Aa	Bb	Cc	Dd	Ee	Ff	Gp	Hq	Ir
11. 7	My	Nz	Oa	Pb	Ac	Bd	Ce	Df	Ep	Fq	Gr	Hz	It	Ku	Lx
13. 11	Oc	Pd	Ae	Bf	Cp	Dq	Er	Fs	Gt	Hu	Ix	Ky	Lz	Ma	Nb

16. Pour construire un Carré magique impair par la méthode mixte. 1. Dans la 1<sup>re</sup> ligne horizontale mettez par ordre les 1<sup>res</sup> & les 2<sup>des</sup> lettres. 2. Mettez les 1<sup>res</sup> lettres par diagonale (art. 13.) 3. Mettez les 2<sup>des</sup> lettres par indices (art. 14.) Vous aurez un Carré magique impair par la méthode mixte.

Ou bien mettez les 1<sup>res</sup> lettres par indices, & les 2<sup>des</sup> lettres par diagonales.

	0	1	2	3	4
0	Ap	Bq	Cr	Ds	Et
3	Es	Ar	Bp	Cq	Dr
1	Dq	Er	As	Bt	Cp
4	Ct	Dp	Eq	Ar	Bs
2	Br	Cs	Dt	Ep	Aq

(A)	B	C	(D)	E	F	(G)	H	I	(K)	L	M	(N)	O	P
-7λ	-6λ	-5λ	-4λ	-3λ	-2λ	-1λ	0	1λ	2λ	3λ	4λ	5λ	6λ	7λ
-105	-90	-75	-60	-45	-30	-15	0	15	30	45	60	75	90	105
0.	15.	30.	45.	60.	75.	90.	105.	120.	135.	150.	165.	180.	195.	210.

7	17	33	49	65	81	91	113	129	225	161	177	193	209	145
35	51	61	83	99	120	131	222	163	179	190	202	137	3	21
69	90	101	117	133	224	160	172	182	198	139	5	23	31	53
103	119	130	217	152	168	184	200	141	1	25	39	60	71	87
122	213	154	170	186	196	143	9	32	41	57	73	89	100	112
156	166	188	204	150	11	29	43	59	70	82	92	108	124	215
195	206	147	13	31	40	52	62	78	94	110	126	211	158	171
149	10	24	32	48	64	80	96	106	128	219	165	176	192	208
20	34	50	66	76	98	114	135	221	162	178	194	205	142	2
46	68	84	105	116	132	223	164	175	187	197	138	4	22	36
86	102	118	134	220	157	167	183	199	140	6	18	38	54	75
115	127	212	153	169	185	201	136	8	26	45	56	72	88	104
214	155	171	181	203	144	15	28	42	58	74	85	97	107	123
133	189	210	146	12	30	44	55	67	77	93	109	125	216	151
207	148	14	25	37	47	63	79	95	111	121	218	159	180	191

(p)	q	[r]	s	t	[(u)]	x	y	[z]	a	(b)	[c]	d	e	[f]
-1	-6	-5	-4	-3	-2	-7	0	1	7	3	4	5	6	2
7	2	3	4	5	6	1	8	9	15	11	12	13	14	10

17. Pour construire un Quarré magique par la méthode *desordonnée*, mettez (comme dans l'art. 14.) les indices sur la 1<sup>re</sup> horizontale, & mettez-les devant la 1<sup>re</sup> verticale dans tel ordre qu'il vous plaira, enforte que deux mêmes indices ne se rencontrent pas ensemble, achevez comme dans l'art. 14.

	0	1	2	3	4
0.0	Ap	Bq	Cr	Ds	Et
1.3	Bs	Ct	Dp	Eq	Ar
4.2	Er	As	Bt	Cp	Dq
2.4	Ct	Dp	Eq	Ar	Bs
3.1	Dq	Er	As	Bt	Cp

### III. Construction en nombres des Quarrés magiques impairs faits avec les lettres générales.

18. S'il n'y a aucune lettre repetée dans la diagonale comme au Quarré 5. de l'art. 14. 1°. Prenez pour valeur des 2<sup>des</sup> lettres *p. q. r. s. t.* des nombres tels

que 1. 2. 3. 4. 5. rangez en tel ordre qu'il vous plaira sous ces lettres. 2°. Prenez de même à volonté les nombres 0. 5. 10. 15. 20, pour les 1<sup>res</sup> lettres *A B C D E*, en sorte néanmoins que leur plus petite différence soit au moins égale au plus grand

<sup>4</sup> V. art. 8.

2<sup>d</sup> nombre 5. \* 3°. Dans la premiere cellule mettez  $4 = 0 + 4 = A + p$ , qui sont dans la 1<sup>re</sup> cellule du Quarré de l'art.

14. 4°. Dans la 2<sup>de</sup> cellule mettez  $16 = 15 + 1 = B + q$ . & ainsi de suite, vous aurez un Quarré magique en nombre formé sur le 1<sup>er</sup> Quarré magique en lettres de l'art. 14.

19. Si une 2<sup>de</sup> lettre est repetée seule dans la diagonale comme [r] dans le Quarré de l'art. 13. 1°. Prenez à volonté les différences — 3. — 2. 0. 1. 4. dans lesquelles soit 0, & dont la somme soit égale à zero. 2°. Ajoûtez à ces différences un nombre positif plus grand que la plus grande différence negative — 3. par exemple 4. vous aurez 1. 2. 4. 5. 8. pour valeur des 2<sup>des</sup> lettres *p. q. r. s. [t]* en faisant  $t = 4$ .

Si aucune des 1<sup>res</sup> lettres est repetée dans la diagonale, vous trouverez la valeur de *A B C D E* comme dans l'art. 18.

Mais si une 1<sup>re</sup> lettre est seule repetée dans la diagonale comme (A) dans le Quarré de l'art. 13. ou de l'art. 16. 1°. Prenez à volonté les différences — 3λ. — 2λ. — 1λ. 0λ. 6λ. Ajoûtez si vous voulez les secondes différences — 2. — 1. 0. 0. 3. vous aurez — 3λ — 2. — 2λ — 1. — 1λ

*A B C D E*

0. 15. 10. 20. 5

4	16	13	25	7
12	22	9	1	8
6	3	20	12	24
17	14	21	8	5
23	10	2	19	11

*p q r s t*

4 1 3 5 2

(A) *B C D E*

26. 77. 9. 0. 18.

28	82	10	8	22
23	27	85	13	2
1	26	30	75	14
17	4	20	3	78
21	11	5	19	34

*p q r s t*

2 5 1 8 4

$\rightarrow 0, 0\lambda \rightarrow 0, 6\lambda \rightarrow 3$ , dans lesquelles il faut qu'il y ait une différence égale à zéro. 2°. Faites  $\lambda$  au moins égal au plus grand 2<sup>d</sup> nombre 8, vous aurez les différences en nombres —26, —17, —8, 0, 5, 1, 3°. Enfin à ces différences ajoutez 26, qui est au moins égal à la plus grande différence négative, vous aurez 0, 9, 18, 26, 77, pour valeur de  $(A) B C D E$  en faisant  $A$  égal à 26.

20. Si plusieurs 2<sup>des</sup> lettres sont répétées plusieurs fois dans la 1<sup>re</sup> diagonale que nous distinguerons par  $()$ , & dans la 2<sup>de</sup> diagonale que nous distinguerons par  $[]$ , comme dans le quarré de 15, de l'art. 15, dont les 2<sup>des</sup> lettres sont  $(p) q, [r] s, t, [(u)] x, y, [z] a, (b) [c] d, e, [f]$  entre lesquelles  $u$  est commune aux deux diagonales. 1°. Donnez une différence —2 à volonté à la lettre  $[(u)]$ . 2°. Donnez aux lettres  $(p) [(u)] (b)$  les différences à volonté —1, —2, 3, dont la somme soit égale à zéro : donnez de même aux lettres  $[r] [(u)] [z] [c] [f]$  les différences —5, —2, 1, 4, 2. 3°. Donnez aussi aux autres lettres les différences —6, —4, —3, —7, 0, 7, 5, 6, en sorte que la somme de toutes les lettres soit aussi égale à zéro. 4°. Ajoutez à ces nombres le positif 8, qui soit plus grand que le négatif —7, vous aurez 7, 2, 3, 4, 5, &c. pour 2<sup>ds</sup> nombres.

Voyez les  
Quarrés, pp.  
100, 101.

Si les 1<sup>res</sup> lettres ne sont point répétées, faites comme dans l'art. 18, & si plusieurs sont répétées comme  $(A) (D) (G) (K) (N)$  dans le quarré de 15. 1°. Donnez à ces lettres les différences à volonté —7 $\lambda$ , —4 $\lambda$ , —1 $\lambda$ , 7 $\lambda$ , 5 $\lambda$ , dont la somme soit égale à zéro. 2°. Donnez aussi aux autres lettres des différences dont la somme soit aussi égale à zéro. 3°. Faites  $\lambda$  égal au plus grand 2<sup>d</sup> nombre 15, vous aurez —105, —90, 75, —60, &c. Enfin en ajoutant le positif 105, égal au plus grand négatif —105, vous aurez les 1<sup>res</sup> nombres 0, 15, 30, 45, 60, &c. & faites ensuite le quarré en nombres comme dans l'art. 18.

21. Si le Quarré magique est construit par la méthode desordonnée (art. 17.) vous trouverez à peu près de même les différences des 2<sup>des</sup> lettres  $p, 0 : q, 1 : r, 2 : s, -2 : r, -1$ , & des 1<sup>res</sup> lettres  $A, -1\lambda, B, 0\lambda, C, 1\lambda : D, -2\lambda : E, 2\lambda$ .

1<sup>re</sup>. le second,  
Quarré art. 14.

22. Remarquez que si selon l'art. 14. l'on commence par remplir l'horizontale moyenne, & que l'on donne les mêmes différences aux lettres également distantes du centre, le Quarré magique en nombres aura pour propriété que la somme des nombres qui sont dans deux cellules également distantes du centre, & qui sont rangez dans une ligne qui passe par le centre, est toujours double du nombre qui est au centre.

23. De plus dans tout Quarré magique l'on pourra toujours échanger une bande contre une autre parallèle, si la somme des nombres qui sont dans les 2. cellules de la 1<sup>re</sup> diagonale est égale à la somme des deux nombres qui doivent s'y placer, & si la même chose arrive dans la 2<sup>de</sup> diagonale; d'où il arrive que dans certains cas plusieurs bandes peuvent être échangées, ce que l'on appercevra plus aisément, si au lieu des nombres le Quarré magique est formé avec les différences.

#### IV. Définitions des Quarrés magiques par lettres analogues.

La seconde maniere générale de construire des Quarrés magiques, est par les lettres analogues qui conviennent également à la construction des Quarrés pairs & des Quarrés impairs.

24. Deux lettres sont *analogues* lorsqu'étant semblables l'une est minuscule & l'autre majuscule, comme  $a$   $A$  &  $p$   $P$ , enforte que leurs valeurs en nombres ayent la même différence l'une negative & l'autre positive: par exemple  $a = m - 2\lambda$ ,  $A = m + 2\lambda$ , de même  $p = n - 1$ ,  $P = n + 1$ . de sorte que la somme de deux 1<sup>res</sup> lettres analogues est toujours égale à  $2m$ , & la somme de deux 2<sup>des</sup> lettres analogues est toujours égale à  $2n$ , & par conséquent la somme de deux 1<sup>res</sup> lettres analogues est toujours égale à la somme de deux autres 1<sup>res</sup> lettres analogues; ainsi  $a + A = b + B = 2m$ , de même deux 2<sup>des</sup> lettres analogues sont

sont égales à deux autres 2<sup>des</sup> lettres analogues, ainsi  $p + P = r + R = 2n$ .

25. Les *Quarrés impairs* outre les analogues, ont les moyennes  $M, n$ , dont les différences sont 0.

Les différences des lettres sont ou des nombres ordonnez en progression continuë comme 1. 2. 3. 4. 5. &c. ou ils sont des nombres desordonnez 1. 2. 5. 7. 11. &c.

Les *Quarrés pairement impairs* ont les minuscules & par conséquent les majuscules en nombre pair, comme dans le quarré de 9. Voyez l'art. 3. 7. & 8.

1 <sup>res</sup> lettres	a	b	c	d	M	D	C	B	A
{ moyennes	m	m	m	m	m	m	m	m	m
{ & différences	-4λ	-3λ	-2λ	-1λ	0	1λ	2λ	3λ	4λ
diff. en nombres	-36	-27	-18	-9	0	9	18	27	36
1 <sup>ers</sup> nombres	0	9	18	27	36	45	54	63	72

2 <sup>des</sup> lettres	p	q	r	s	n	S	R	Q	P
{ moyennes	n	n	n	n	n	n	n	n	n
{ & différences	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
2 <sup>ds</sup> nombres	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Pour avoir les 2<sup>ds</sup> nombres, faites  $n - 4 = 1$  : donc  $n = 5$ ,  $P = 9$ , &c.

Pour avoir les 1<sup>res</sup> nombres, faites  $λ = P$  : vous aurez les différences en nombres  $-36$ ,  $-27$  &c. ensuite faites  $m - 36 = 0$ , donc  $M$  ou  $m = 36$  &  $a = 0$  &c.

Les *Quarrés impairement impairs* ont les minuscules en nombre impair comme dans le quarré de 7.

1 <sup>res</sup> lettres	a	b	c	M	C	B	A
{ moyennes	m	m	m	m	m	m	m
{ différences	-5λ	-2λ	-1λ	0	1λ	2λ	5λ
& 2 <sup>des</sup> différences	-2	-1	-1	0	1	1	2
différences totales	-47	-19	-10	0	10	19	47
1 <sup>ers</sup> nombres	0	28	37	47	57	66	94

2 <sup>des</sup> lettres	p	q	r	n	R	Q	P
moïennes	n	n	n	n	n	n	n
différences	-4	-3	-1	0	1	3	4
2 <sup>ds</sup> nombres	1	2	4	5	6	8	9

26. Les *Quarrés pairs* n'ont point les lettres moyennes *M* & *n*, & les différences sont des nombres impairs ou ordonnez, comme 1. 3. 5. 7. 9. 11. &c. ou desordonnez comme 1. 5. 11. 13. 21. 45. &c.

Les *Quarrés pairement pairs* ont les minuscules en nombre pair. Voyez l'art. 3.

1 <sup>res</sup> lettres	a	b	c	d	D	C	B	A
moïennes	m	m	m	m	m	m	m	m
différences	-7λ	-5λ	-3λ	-1λ	1λ	3λ	5λ	7λ
diff. en nombres	-28	-20	-12	-4	4	12	20	28
1 <sup>ers</sup> nombres	0	8	16	24	32	40	48	56

2 <sup>des</sup> lettres	p	q	r	s	S	R	Q	P
moïennes	n	n	n	n	n	n	n	n
différences	-7	-5	-3	-1	1	3	5	7
faux nombres	2	4	6	8	10	12	14	16
2 <sup>ds</sup> nombres	1	2	3	4	5	6	7	8

\* V. art. 7. Pour avoir les faux nombres \*, faites  $n - 7 = 2$  : donc  $n = 9$ . Ensuite vous aurez les faux nombres dont les moitez forment les 2<sup>ds</sup> nombres : 1. 2. 3. &c.

Pour avoir les 1<sup>rs</sup> nombres, faites  $\lambda = \frac{1}{2}P = 4$ , vous aurez les différences en nombres : enfin faites  $m - 7\lambda$  ou  $m - 28 = 0$ . Vous aurez  $m = 28$ , d'où vous tirerez la valeur des 1<sup>rs</sup> nombres, 0. 8. 16. 24. &c.

Les *Quarrez impairement pairs* ont les lettres minuscules en nombre impair comme dans le quarré de 6. *abccBA* : *pqrRQP*.

27. Un *Quarré magique* est par analogie lorsque dans chaque bande horizontale, verticale & diagonale chaque lettre a son analogue, ou chaque différence positive



a son égale négative : dans les Quarrés impairs chaque bande horizontale & verticale doit avoir une fois les moyennés  $M$  &  $n$ , & chaque diagonale les doit avoir une fois ou en nombre impair.

28. Un quarré magique par analogie est par bandes continuës ou *conjuguées* lorsque la même lettre minuscule & majuscule, ou la même différence négative & positive remplit seule deux bandes que j'appelle *conjuguées*.

Dans les quarrés impairs les cellules des bandes moyennes servent de cellules *conjuguées* aux lettres qui ont leur place occupée par une lettre moyenne, & elles servent de cellules directes pour les lettres qui remplissent la bande où elles se trouvent.

Voyez les  
Quarrés suivans.

On trouve horizontalement les bandes moyennes conjuguées des 1<sup>res</sup> lettres, & verticalement celles des 2<sup>des</sup> lettres.

Un Quarré est par bandes interrompues lorsque la même lettre ou la même différence est en plus de deux bandes.

29. Un Quarré magique par bandes conjuguées est par bandes correspondantes\*, lorsque les bandes conjuguées sont également distantes du milieu ou des extrémités. Ce Quarré est par bandes non correspondantes, lorsque les bandes conjuguées n'en sont pas également distantes; enfin ce Quarré est par bandes mixtes, lorsque les unes sont correspondantes & les autres ne le sont pas.

\* art. I.

Dans chaque bande il y aura aussi des cellules correspondantes & non-correspondantes.

30. Dans les cellules de deux bandes conjuguées d'une lettre, j'appelle lettres conjuguées les deux lettres qui sont l'une dans la cellule d'une bande, & l'autre dans la cellule de l'autre bande conjuguee qui est vis-à-vis la première & qui ont même 1<sup>re</sup> & 2<sup>de</sup> lettre. Ainsi deux 1<sup>res</sup> lettres conjuguées sont posées verticalement, & deux 2<sup>des</sup> lettres conjuguées sont horizontales.

J'appelle lettres directes, les deux lettres qui sont dans deux cellules de l'une des bandes conjuguées d'une lettre & qui sont accompagnées d'une même lettre. Ainsi deux

1<sup>res</sup> lettres directes sont horizontales, & deux 2<sup>des</sup> lettres directes sont verticales.

J'appelle enfin lettres opposées, celles qui n'étant point directes ni conjuguées sont accompagnées d'une même lettre : elles sont ordinairement aux angles opposés d'un quadrangle.

31. Un Quarré est par *reciprocation*, lorsque dans une bande horizontale, verticale ou diagonale il y a des lettres sans analogues, en la place desquelles il y en a d'autres que j'appelle *reciproques*, dont la somme est égale à la somme des analogues dont elles occupent la place, ou plus simplement lorsque la somme des différences des lettres qui sont sans analogues sont égales à zero.

\* V. les art.

3. 7. 8.

32. Un Quarré est par *excedans & défaillans*, lorsque dans une bande la somme des 1<sup>res</sup> lettres étant plus grande que  $rm^*$ , en même tems la somme des 2<sup>des</sup> lettres est plus petite que  $rn$  de la même quantité; en sorte que la somme de tous les nombres de cette bande, soit toujours égale à  $rm + rn$ , ou bien reciproquement lorsque la somme des 1<sup>res</sup> lettres est plus petite, & celle des 2<sup>des</sup> lettres est plus grande de la même quantité.

33. Un Quarré magique est avec *des lettres étrangères*; lorsqu'ayant d'abord pris autant de 1<sup>res</sup> & de 2<sup>des</sup> lettres qu'il en faut pour construire ce Quarré & que j'appelle *naturelles*, l'on en ajoute d'autres qu'on met dans la place de quelques-unes des lettres naturelles, comme si pour faire un Quarré de 8 au lieu des seules lettres  $a b c d D C B A$  on y ajoute  $e E$ , ces deux lettres seront regardées comme étrangères.\*

34. Un Quadrangle sont quatre cellules qui n'ont qu'une même 1<sup>re</sup> letire & une même 2<sup>de</sup> lettre avec leurs analogues combinez de toutes les manieres differentes comme  $ap, aP, Ap, AP$ .

Dans un Quadrangle formé par quatre bandes conjuguées, il y a des lettres conjuguées, des lettres directes, & des lettres opposées par les angles. Voyez l'art. 30.

35. Dans les Quarrés par bandes conjuguées nous nous

servirons d'indices qui seront les nombres ordonnez 1. 2. 3. 4. 5. &c. négatifs & positifs : & dans les impairs on ajoutera 0. Voyez les quarrés de l'art. 47.

*V. Maximes pour la construction des Quarrés magiques par bandes conjuguées.*

36. Pour prouver qu'un Quarré par bandes conjuguées est magique, il faut démontrer que dans chaque bande horizontale, verticale & diagonale, chaque lettre a son analogue, & que dans les impairs les moyennes  $M$  &  $n$  sont une fois dans les bandes horizontales & verticales, & en nombre impair dans les diagonales ; de plus qu'aucune quantité n'est point répétée deux fois, c'est-à-dire que dans deux cellules deux homologues ne sont point accompagnés de deux autres homologues.

37. Pour changer un Quarré magique par bandes conjuguées en nombres, il faut attribuer aux lettres des valeurs en nombres selon les art. 25. & 26. rangeant ces valeurs en nombres sous les lettres dans tel ordre qu'on voudra, pourvu que la somme des deux analogues soit toujours égale à  $2m$  ou à  $2n$  ; ensuite l'on changera les lettres du Quarré magique en nombres comme dans l'article 18.

Mais pour construire un Quarré magique en lettres par bandes conjuguées, il faut avoir présent les maximes suivantes, qu'il faut observer aussi-tôt que les occasions se présentent.

38. Aussi-tôt qu'on met une lettre dans une cellule, il faut mettre son analogue conjuguée dans la cellule con-<sup>V. art. 28.</sup>  
jugée. <sup>30.</sup>

Dans les impairs si la place d'une lettre conjuguée est occupée par une lettre moyenne, il faut mettre cette lettre conjuguée dans la cellule moyenne conjuguée.

39. Dans une diagonale aussi-tôt qu'on a mis une lettre, il faut mettre dans la même diagonale son analogue qui doit être dans l'autre bande conjuguée de cette lettre ;

ce qui produit deux homologues dans chaque bande conjuguée par l'art. 38.

Dans les impairs si la place de cette analogue est occupée par une moyenne, il la faut placer au centre.

40. Dans les impairs aussi-tôt qu'on a mis une lettre dans une bande moyenne, il faut mettre son analogue dans la même bande vis-à-vis la moyenne de la bande conjuguée de cette lettre, & ensuite il faut mettre la conjuguée analogue de cette dernière lettre par l'article 38.

41. Aussi-tôt qu'une bande a la moitié de ses cellules remplies d'une minuscule, il faut remplir les autres cellules de sa majuscule, & réciproquement.

42. Dans un quadrangle qui a deux lettres opposées homologues, aussi-tôt qu'on a accompagné l'une de ces homologues d'une lettre, il faut mettre son analogue avec l'autre (autrement l'on auroit le même nombre) & ensuite il faut mettre leurs conjuguées analogues selon l'article 38.

43. Dans un quadrangle qui a deux directes analogues, aussi-tôt qu'on accompagne l'une d'une lettre, il faut accompagner sa conjuguée de l'homologue de cette lettre, autrement les opposés seroient égaux, & ensuite il faut mettre par analogie les conjuguées de ces nouvelles lettres par l'art. 38.

44. Dans les Quarrés impairs on peut placer différemment les moyennes  $M$  &  $n$ ; mais de quelques manières qu'on les place, il doit y avoir une fois  $Mn$  dans une cellule; de plus il ne doit y avoir qu'un  $M$  & un  $n$  dans chaque horizontale & dans chaque verticale, & en nombre impair dans chaque diagonale.

1°. Dans un Quarré par bandes correspondantes mettez  $Mn$  au centre, &  $M, M, n, n$ , dans les 4. cellules d'un quadrangle de chaque lettre.

2°. Si l'on ne met point de moyenne au centre, il la faut mettre dans chaque diagonale en la place d'une même lettre dont les bandes conjuguées ne sont pas correspondantes.

3°. Hors les diagonales l'on peut mettre les moyennes dans les angles opposez d'un quadrangle.

4°. Dans les grands Quarrés on peut les mettre dans tel ordre qu'on voudra selon l'art. 44.

45. Aussi-tôt qu'on accompagne une moyenne d'une lettre, il faut accompagner l'autre moyenne conjuguée de son analogue, & mettre dans la cellule moyenne la directe homologue: (si les moyennes  $M, M, n, n$ , sont dans des cellules opposées d'un quadrangle, cette directe moyenne peut être analogue); il faut enfin mettre les conjuguées analogues de toutes ces lettres accompagnantes, ce qui produit dans chaque bande conjuguée 2, 3 ou 4 homologues.

46. Après avoir satisfait aux conditions précédentes, si l'on pose une nouvelle lettre qui doit procurer des homologues dans sa bande, il faut ordinairement la mettre analogue de celle qui est la plus répétée dans cette bande.

## VI. Construction générale des Quarrés magiques par bandes conjuguées.

47. Un Quarré étant fait avec ses cellules vuides, mettez les indices au-dessus & à côté du Quarré, selon l'art. 35.

Aux indices joignez les lettres, ayant chacune leur analogue, mettant les 2<sup>des</sup> lettres au-dessus du Quarré, & les 1<sup>res</sup> lettres à côté dans tel ordre qu'on voudra, chaque lettre & son analogue marqueront leurs bandes conjuguées.

Si chaque lettre & son analogue ont un même indice, le Quarré sera par bandes correspondantes, autrement il sera par bandes non correspondantes ou mixtes, qui ont des varietez différentes pour la pratique, selon que deux lettres analogues ont mêmes ou differens indices, soit que les 1<sup>res</sup> lettres aient les mêmes indices que les 2<sup>des</sup> lettres, ou dans le même ordre, ou dans différent ordre, soit qu'ils aient des indices differens.

Les Quarrés les plus faciles à construire sont les Quarrés

	<i>p</i>	<i>q</i>	<i>r</i>	<i>R</i>	<i>f</i>	<i>S</i>	<i>t</i>	<i>Q</i>	<i>T</i>	<i>P</i>	
	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
<i>a</i> -5	<i>M</i> <i>P</i>	<i>AQ</i>	<i>i</i> <i>R</i> <i>a</i>	<i>r</i> <i>A</i> <i>f</i>	<i>a</i> <i>I</i>	<i>A</i> <i>i</i>	<i>i</i> <i>A</i> <i>q</i>	<i>A</i> <i>I</i>	<i>a</i> <i>n</i>		
<i>b</i> -4	<i>B</i> <i>f</i>	<i>b</i> <i>q</i>	<i>M</i> <i>R</i> <i>B</i> <i>n</i>	<i>b</i> <i>R</i> <i>B</i> <i>r</i>	<i>B</i> <i>f</i>	<i>b</i> <i>T</i>	<i>b</i> <i>Q</i>	<i>b</i> <i>t</i>	<i>B</i> <i>P</i>		
<i>c</i> -3	<i>c</i> <i>p</i>	<i>C</i> <i>Q</i>	<i>c</i> <i>r</i>	<i>C</i> <i>R</i> <i>M</i> <i>S</i>	<i>c</i> <i>f</i>	<i>c</i> <i>t</i>	<i>c</i> <i>t</i>	<i>C</i> <i>Q</i>	<i>C</i> <i>T</i>	<i>C</i> <i>P</i>	
<i>d</i> -2	<i>d</i> <i>p</i>	<i>D</i> <i>q</i>	<i>d</i> <i>r</i>	<i>d</i> <i>R</i> <i>D</i> <i>f</i>	<i>d</i> <i>t</i>	<i>d</i> <i>S</i>	<i>d</i> <i>T</i>	<i>M</i> <i>Q</i>	<i>D</i> <i>n</i>	<i>d</i> <i>P</i>	
<i>e</i> -1	<i>e</i> <i>r</i>	<i>M</i> <i>q</i>	<i>E</i> <i>r</i>	<i>E</i> <i>R</i> <i>e</i> <i>f</i>	<i>e</i> <i>Q</i>	<i>E</i> <i>S</i>	<i>e</i> <i>T</i>	<i>e</i> <i>n</i>	<i>E</i> <i>t</i>	<i>E</i> <i>p</i>	
0	<i>a</i> <i>p</i>	<i>e</i> <i>q</i>	<i>B</i> <i>R</i> <i>b</i> <i>r</i>	<i>c</i> <i>S</i>	<i>M</i> <i>n</i>	<i>C</i> <i>f</i>	<i>E</i> <i>T</i>	<i>D</i> <i>Q</i>	<i>d</i> <i>t</i>	<i>A</i> <i>P</i>	
<i>D</i> 1	<i>D</i> <i>P</i>	<i>d</i> <i>q</i>	<i>D</i> <i>R</i> <i>D</i> <i>r</i>	<i>d</i> <i>f</i>	<i>d</i> <i>T</i>	<i>D</i> <i>S</i>	<i>d</i> <i>n</i>	<i>d</i> <i>Q</i>	<i>M</i> <i>t</i>	<i>D</i> <i>p</i>	
<i>C</i> 2	<i>C</i> <i>P</i>	<i>c</i> <i>Q</i>	<i>C</i> <i>r</i>	<i>c</i> <i>R</i> <i>C</i> <i>n</i>	<i>C</i> <i>S</i>	<i>M</i> <i>f</i>	<i>C</i> <i>t</i>	<i>c</i> <i>q</i>	<i>c</i> <i>T</i>	<i>C</i> <i>p</i>	
<i>E</i> 3	<i>E</i> <i>P</i>	<i>E</i> <i>n</i>	<i>c</i> <i>r</i>	<i>e</i> <i>R</i> <i>E</i> <i>f</i>	<i>E</i> <i>q</i>	<i>e</i> <i>S</i>	<i>M</i> <i>T</i>	<i>E</i> <i>Q</i>	<i>e</i> <i>t</i>	<i>E</i> <i>p</i>	
<i>B</i> 4	<i>b</i> <i>P</i>	<i>B</i> <i>Q</i>	<i>b</i> <i>n</i>	<i>M</i> <i>r</i>	<i>B</i> <i>S</i>	<i>b</i> <i>f</i>	<i>B</i> <i>t</i>	<i>B</i> <i>q</i>	<i>B</i> <i>t</i>	<i>b</i> <i>p</i>	
<i>A</i> 5	<i>A</i> <i>n</i>	<i>a</i> <i>Q</i>	<i>A</i> <i>R</i> <i>A</i> <i>r</i>	<i>a</i> <i>S</i>	<i>A</i> <i>f</i>	<i>A</i> <i>t</i>	<i>a</i> <i>q</i>	<i>A</i> <i>t</i>	<i>a</i> <i>p</i>	<i>M</i> <i>P</i>	

	<i>p</i>	<i>q</i>	<i>r</i>	<i>R</i>	<i>f</i>	<i>S</i>	<i>t</i>	<i>Q</i>	<i>T</i>	<i>P</i>
	-5	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4	5
<i>a</i> -5	<i>a</i> <i>p</i>	<i>d</i> <i>q</i>	<i>A</i> <i>R</i>	<i>A</i> <i>r</i>	<i>A</i> <i>S</i>	<i>A</i> <i>f</i>	<i>a</i> <i>T</i>	<i>A</i> <i>Q</i>	<i>a</i> <i>t</i>	<i>a</i> <i>P</i>
<i>b</i> -4	<i>B</i> <i>p</i>	<i>b</i> <i>q</i>	<i>b</i> <i>R</i>	<i>B</i> <i>r</i>	<i>B</i> <i>S</i>	<i>B</i> <i>f</i>	<i>b</i> <i>T</i>	<i>b</i> <i>Q</i>	<i>b</i> <i>t</i>	<i>B</i> <i>P</i>
<i>c</i> -3	<i>c</i> <i>p</i>	<i>C</i> <i>Q</i>	<i>c</i> <i>r</i>	<i>C</i> <i>R</i>	<i>C</i> <i>S</i>	<i>C</i> <i>f</i>	<i>c</i> <i>T</i>	<i>C</i> <i>q</i>	<i>c</i> <i>t</i>	<i>C</i> <i>P</i>
<i>d</i> -2	<i>d</i> <i>p</i>	<i>D</i> <i>Q</i>	<i>d</i> <i>r</i>	<i>d</i> <i>R</i>	<i>d</i> <i>f</i>	<i>d</i> <i>S</i>	<i>d</i> <i>T</i>	<i>D</i> <i>q</i>	<i>d</i> <i>t</i>	<i>d</i> <i>P</i>
<i>e</i> -1	<i>e</i> <i>p</i>	<i>E</i> <i>q</i>	<i>E</i> <i>r</i>	<i>e</i> <i>R</i>	<i>e</i> <i>f</i>	<i>E</i> <i>S</i>	<i>e</i> <i>T</i>	<i>e</i> <i>Q</i>	<i>e</i> <i>t</i>	<i>E</i> <i>p</i>
<i>D</i> 1	<i>D</i> <i>P</i>	<i>d</i> <i>Q</i>	<i>d</i> <i>R</i>	<i>D</i> <i>r</i>	<i>d</i> <i>f</i>	<i>D</i> <i>S</i>	<i>d</i> <i>T</i>	<i>d</i> <i>q</i>	<i>D</i> <i>t</i>	<i>D</i> <i>p</i>
<i>C</i> 2	<i>C</i> <i>P</i>	<i>c</i> <i>Q</i>	<i>C</i> <i>r</i>	<i>c</i> <i>R</i>	<i>c</i> <i>f</i>	<i>C</i> <i>S</i>	<i>C</i> <i>t</i>	<i>c</i> <i>q</i>	<i>C</i> <i>T</i>	<i>C</i> <i>p</i>
<i>E</i> 3	<i>E</i> <i>P</i>	<i>e</i> <i>q</i>	<i>e</i> <i>r</i>	<i>E</i> <i>R</i>	<i>E</i> <i>f</i>	<i>e</i> <i>S</i>	<i>e</i> <i>T</i>	<i>E</i> <i>Q</i>	<i>E</i> <i>T</i>	<i>e</i> <i>p</i>
<i>B</i> 4	<i>b</i> <i>P</i>	<i>B</i> <i>Q</i>	<i>B</i> <i>r</i>	<i>b</i> <i>R</i>	<i>b</i> <i>f</i>	<i>B</i> <i>S</i>	<i>b</i> <i>T</i>	<i>B</i> <i>q</i>	<i>B</i> <i>T</i>	<i>b</i> <i>p</i>
<i>A</i> 5	<i>A</i> <i>p</i>	<i>a</i> <i>Q</i>	<i>A</i> <i>r</i>	<i>a</i> <i>R</i>	<i>a</i> <i>f</i>	<i>A</i> <i>S</i>	<i>A</i> <i>t</i>	<i>a</i> <i>Q</i>	<i>A</i> <i>T</i>	<i>A</i> <i>P</i>

par bandes correspondantes, & les plus difficiles sont les Quarrés dont les 1<sup>res</sup> & 2<sup>des</sup> lettres ont les mêmes indices dans différens ordres.

48. Aux Quarrés impairs placez les moyennes *M*, *n*.  
1<sup>o</sup>. Si les bandes sont correspondantes, mettez *M* *n* au centre

centre, &  $M, M, n, n$  aux 4 cellules d'un quadrangle de chaque lettre. 2°. En general observez l'art. 44.

49. Garnissez la 1<sup>re</sup> diagonale & sa suite. Pour garnir la 1<sup>re</sup> diagonale, il faut mettre dans chaque cellule les deux lettres des indices qui lui répondent, sa suite est l'art. 38.

Si le Quarré est impair, il faut garnir les places qui ne sont pas occupées par les moyennes; & si une moyenne occupe la place d'une conjuguée analogue, il faut mettre cette analogue dans sa cellule moyenne conjuguée. \*

\* art. 28.

Nous marquons dans les Quarrés précédens & dans le suivant les lettres de la 1<sup>re</sup> conjuguée diagonale & leur suite par des lettres Romaines.

50. Garnissez la 2<sup>de</sup> diagonale de 1<sup>res</sup> lettres & leur suite.

Si deux 1<sup>res</sup> lettres analogues ont mêmes indices, leurs conjuguées auront garni deux cellules de la 2<sup>de</sup> diagonale, & dans les impairs il pourra y avoir des  $M$  dans d'autres cellules; mais dans les cellules vuides mettez les 1<sup>res</sup> lettres par analogie à celles de la 1<sup>re</sup> diagonale ou à celles des indices: on peut les mettre par homologie dans les grands Quarrés, la suite est aussi l'art. 38. & dans le Quarré de 4. & de 5. l'art. 41.

51. Garnissez la 2<sup>de</sup> diagonale des 2<sup>des</sup> lettres & leur suite.

Si les 2<sup>des</sup> lettres analogues ont mêmes indices, il y aura des cellules garnies de 2<sup>des</sup> lettres dans la 2<sup>de</sup> diagonale; & dans les Quarrés impairs il pourra y avoir des  $n$  dans d'autres cellules.

Si deux 1<sup>res</sup> & deux 2<sup>des</sup> lettres ont les mêmes indices dans un ordre différent, c'est-à-dire, les unes le même positif & négatif, & les autres tous deux négatifs ou tous deux positifs, il faut prendre garde à l'art. 42. Dans les autres cellules faites comme dans l'art. 50. la suite sont les art. 38. 42. & 43.

Nous marquons les lettres de la 2<sup>de</sup> diagonale & leur suite par des lettres Italiques avec un point au côté droit.

52. Accompagnez les moyennes  $M, n$  & leur suite, selon l'art. 45. 46. 42 & 43. Le quarré sera plus aisé, si l'on met  $M, M, n, n$ , dans les quatre cellules des quadrangles; &

Mem. 1710.

P

encore plus si on les met tous dans les deux diagonales. Ces lettres seront marquées par un point mis dessus.

53. Dans les quarrés impairement pairs, & impairement impairs, garnissez au moins une fois par homologie chaque couple de verticales conjuguées des deux 1<sup>res</sup> lettres directes, c'est afin d'être assuré de pouvoir mettre deux 2<sup>des</sup> lettres directes par analogie : on s'en peut dispenser dans les verticales où *M M n n* occupent les cellules opposées d'un quadrangle, & lorsque les directes moyennes sont analogues avec celles qui accompagnent les moyennes *M* ou *n* selon l'art. 45.

Nous marquerons les 1<sup>res</sup> lettres directes homologues chacune de deux points mis dessus.

54. Garnissez les 1<sup>res</sup> bandes horizontales des 1<sup>res</sup> lettres & leur suite ; & pour cela achevez de mettre dans chaque bande la même lettre majuscule & minuscule, en sorte qu'il y en ait autant de l'une que de l'autre.

Cette disposition de minuscule & de majuscule est telle que les directes sont par homologie que nous marquerons de deux points, ou par analogie que nous marquerons d'un accent. Dans les pairement pairs ou impairement pairs, on peut mettre toutes les directes par homologie. La suite est l'art. 38. pour garnir les 2<sup>des</sup> bandes conjuguées horizontales.

55. Garnissez de 2<sup>des</sup> lettres les quadrangles dont les directes sont analogues selon l'art. 43. & pour cela il faut parcourir par ordre les lettres accentuées \* de chaque verticale conjuguée.

56. Garnissez les 2<sup>des</sup> lettres les 1<sup>res</sup> verticales & leur suite. Faites comme dans l'art. 54. le quarré magique sera parfait en lettres.

57. On construira le quarré magique en nombres. 1<sup>o</sup>. En appliquant aux lettres dans tel ordre que l'on voudra, les nombres trouvez par les art. 25 & 26. en sorte que la somme des nombres appliqués à deux 1<sup>res</sup> lettres analogues, soit égale à  $2m$ , & la somme des nombres appliqués à deux 2<sup>des</sup> lettres analogues soit égale à  $2n$ . 2<sup>o</sup>. Dans chaque cel-

\* art. 54.



lule au lieu des deux lettres prenez la somme des nombres qui marquent leur valeur comme dans l'art. 18.

Il est évident que les petits quarrés ne peuvent pas être construits avec autant de variété que les grands ; ainsi il faut les faire à bandes correspondantes , & avec précaution à bandes non correspondantes , sur tout les quarrés impairs.

## VII. *Constructions particulieres des Quarrés par bandes conjuguées.* \*

\* art. 28.

58. *Construction d'un Quarré pairement pair par bandes correspondantes.* \*

\* art. 2.

	<i>p</i>	<i>q</i>	<i>r</i>	<i>ſ</i>	<i>S</i>	<i>R</i>	<i>Q</i>	<i>P</i>	
	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4	
<i>a</i> -4	<i>a p</i>	<i>a q</i>	<i>A R</i>	<i>A S</i>	<i>A ſ</i>	<i>A r</i>	<i>a Q</i>	<i>a P</i>	1 <sup>o</sup> . Mettez les
<i>b</i> -3	<i>B p</i>	<i>b q</i>	<i>B R</i>	<i>b ſ</i>	<i>b S</i>	<i>B r</i>	<i>b Q</i>	<i>B P</i>	Indices & les let-
<i>c</i> -2	<i>C p</i>	<i>C q</i>	<i>c r</i>	<i>C ſ</i>	<i>C S</i>	<i>c R</i>	<i>c q</i>	<i>c p</i>	tres des Indices
<i>d</i> -1	<i>D p</i>	<i>d q</i>	<i>d r</i>	<i>d ſ</i>	<i>d S</i>	<i>D R</i>	<i>d q</i>	<i>D P</i>	art. 47. Il faut que
<i>D</i> 1	<i>d P</i>	<i>D q</i>	<i>D r</i>	<i>D ſ</i>	<i>D S</i>	<i>d R</i>	<i>d q</i>	<i>d p</i>	les lettres analo-
<i>C</i> 2	<i>c P</i>	<i>c Q</i>	<i>C r</i>	<i>c S</i>	<i>c ſ</i>	<i>C R</i>	<i>c q</i>	<i>C p</i>	gues ayent les
<i>B</i> 3	<i>b P</i>	<i>B q</i>	<i>b R</i>	<i>B ſ</i>	<i>B S</i>	<i>b r</i>	<i>B Q</i>	<i>b p</i>	mêmes Indices.
<i>A</i> 4	<i>A p</i>	<i>A q</i>	<i>A R</i>	<i>a ſ</i>	<i>a S</i>	<i>a r</i>	<i>A Q</i>	<i>A P</i>	2 <sup>o</sup> . Dans la 1 <sup>re</sup>
									diagonale mettez
									les lettres des In-
									indices qui leur ré-
									pondent ; & en-
									suite leurs analo-

gues conjuguées \* qui rempliront la 2<sup>e</sup> diagonale.

\* art. 38.

3<sup>o</sup>. Remplissez les bandes horizontales des 1<sup>res</sup> lettres. Il faut que dans chaque bande il y ait autant de majuscules que de minuscules ; mais on peut les disposer en sorte que toutes les directes soient par homologie , ou les unes par homologie , & les autres par analogie.

Après avoir rempli les 1<sup>res</sup> bandes horizontales il faut remplir leurs conjuguées par analogie selon l'art. 38.

4<sup>o</sup>. Examinez dans chaque verticale conjuguée si deux 1<sup>res</sup> lettres sont par analogie , ( nous les avons marqué avec des accens ; ) & alors il faut accompagner leurs conju-

guées de deux 2<sup>des</sup> lettres par homologie.

5<sup>o</sup>. Achevez de remplir les verticales de 2<sup>des</sup> lettres, enforte qu'il y en ait autant de majuscules que de minuscules.

59. *Construction des Quarrés magiques pairement pairs par bandes non correspondantes.*

Nous supposons qu'aucune lettre & son analogue aient le même Indice, & que deux 2<sup>des</sup> lettres n'aient pas les mêmes Indices que deux 1<sup>res</sup> lettres; car dans ce cas nous renvoyons à la section VI. Il faut remarquer que les petits Quarrés ne sont pas susceptibles d'autant de varietez que les grands.

	p	P	q	r	Q	R	f	S	
	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4	
a -4	a p	a P	a Q	A R	a q	A r	A S	A f	1 <sup>o</sup> . Placez les indices comme cy-dessus, & les lettres dans les circonstances précédentes.
b -3	B p	b P	b Q	B r	B q	b R	b S	B f	
c -2	C P	C p	c q	C R	c Q	C r	c f	c S	
d -1	d p	D P	d q	d r	D Q	D R	d f	D S	
A 1	A p	A P	A q	a R	A Q	a r	a S	a f	
B 2	b P	B p	B q	b r	b Q	B R	B S	b f	
D 3	D p	d P	D Q	D r	d q	d R	D f	d S	
C 4	C P	c P	C Q	c R	C q	c r	C f	C S	

2<sup>o</sup>. Remplissez la 1<sup>re</sup> diagonale des lettres des indices, & mettez leurs analogues conjuguées.

3<sup>o</sup>. Remplissez la 2<sup>de</sup> diagonale en mettant des lettres qui soient analogues à leurs directes de la 1<sup>re</sup> diagonale (on peut les mettre homologues dans les grands Quarrés) mettez ensuite les conjuguées analogues.

4<sup>o</sup>. Achevez comme dans l'art. 58.

60. *Construction des Quarrés pairement pairs par bandes mixtes.*

Suivez les regles de la construction générale Section VI.

61. *Construction des Quarrés impairement pairs par bandes conjuguées.*

Suivez les articles 58. 59. 60. en leur ajoutant l'art. 53.

62. *Construction des Quarrés pairement impairs par bandes correspondantes.*

1°. Mettez les indices & leurs lettres selon l'art. 35. ou 47. ou 58.

2°. Mettez les moyennes  $M, M, n, n$ , dans les angles d'un quadrangle, enforte que 1°.  $M, M$  aussi bien que  $n, n$

	$P$	$q$	$n$	$Q$	$P$
	-2	-1	0	1	2
$a-2$	$Mp$	$Aq$	$aP$	$AQ$	$a n$
$b-1$	$Bp$	$b n$	$bQ$	$Mq$	$Bp$
$M_0$	$a p$	$BQ$	$Mn$	$b q$	$AP$
$B_1$	$b P$	$MQ$	$Bq$	$B n$	$b p$
$A_2$	$An$	$a q$	$Ap$	$a Q$	$MP$

soient dans les cellules opposées d'un même quadrangle.

2°. Qu'il y ait un  $M$  & un  $n$  dans chaque horizontale & dans chaque verticale, les diagonales peuvent avoir toutes ces moyennes ou en partie, mais le centre doit avoir  $Mn$ .

	$p$	$q$	$n$	$Q$	$P$
	-2	-1	0	1	2
$a-2$	$a p$	$MQ$	$Aq$	$An$	$a P$
$b-1$	$B n$	$b q$	$BP$	$b Q$	$M p$
$0$	$b P$	$AQ$	$M n$	$a q$	$B p$
$B_1$	$MP$	$B q$	$b p$	$BQ$	$b n$
$A_2$	$Ap$	$a n$	$a Q$	$M q$	$AP$

3°. Remplissez les cellules de la 1<sup>re</sup> diagonale, en mettant les lettres des indices dans les places qui ne sont pas occupées par les moyennes; mettez ensuite leurs conjuguées analogues qui se trouveront placées dans la 2<sup>de</sup> diagonale, ou dans la bande moyenne si leur place est oc-

cupée dans la 2<sup>de</sup> diagonale par  $M$  ou par  $n$ .

4°. Remplissez la 2<sup>de</sup> diagonale des lettres qui y manquent, & mettez leurs conjuguées analogues comme ci-dessus.

5°. Accompagnez de 2<sup>des</sup> lettres analogues les  $M, M$  des bandes conjuguées \*, mettez ensuite leurs conjuguées par analogie & leurs moyennes par homologie: on le peut aussi par l'analogie; faites la même chose aux moyennes  $n, n$ . Nous avons marqué les 1<sup>res</sup> & 2<sup>des</sup> lettres qui accompagnent  $M, n$ , & leur suite par un point.

\* art. 45.

6°. Achevez le Quarré comme dans l'art. 58.

63. Si le Quarré est impairement impair, ajoutez l'article 53.

64. Si le Quarré impair est par bandes non correspondantes,

10. Placez les indices comme dans l'article 59. & les

	$p$	$q$	$P$	$Q$	
	-2	-1	0	1	2
$a$ -2	Mp	aQ	AP	An	aq
$b$ -1	BP	bn	bq	Bp	MQ
0	Ap	Bq	Mn	aP	bQ
$A$ 1	a n	AQ	a p	MP	Aq
$B$ 2	bP	Mq	BQ	b p	B n

moyennes comme dans l'article 62. alors la construction devient facile, & convient aux petits Quarrés impairs.

2°. Ou placez les indices selon l'art. 60. & les moyennes selon l'article 44. alors la construction demande une grande attention pour y ap-

pliquer les regles de la Section VI. & les maximes de la Section V. sur-tout dans les petits Quarrés où plusieurs cas sont impossibles.

### VIII. Construction des Quarrés magiques par lettres analogues & par bandes interrompues.

65. Construction des Quarrés magiques impairs par diagonales, par indices & par la méthode mixte\* avec les lettres analogues.   
 Au lieu des lettres générales de la Section II. mettez les

	0	1	2	3	4
0.0	ap	bP	Mq	BQ	An
2.3	MQ	B.n	Ap	aP	bq
4.1	AP	aq	bQ	Mn	Bp
1.4	bn	Mp	BP	Aq	aQ
3.2	Bq	AQ	an	bp	MP

analogues  $M a A b B$  &  $n p P q Q$ , & dans les articles 13, & 16. il faut mettre  $M$  &  $n$  dans les diagonales en la place des lettres repetées; ainsi au lieu du Quarré de l'article 14. vous aurez ce Quarré.

66. Construction des Quarrés magiques par analogie & par bandes interrompues.

Il faut mettre, 1°. dans les deux diagonales telles lettres qu'il vous plaira par analogie.

2°. Il faut placer tellement la 1<sup>re</sup> lettre  $a A$ , qu'il y en ait autant dans tout le quarré qu'il y a de cellules dans deux bandes, dont une moitié soit majuscule, & l'autre minuscule, en sorte que dans chaque bande horizontale & verticale chaque  $a A$  ait son analogue: pour faciliter cet arran-

gement, il faut d'abord mettre un point pour *a* & deux points pour *A*, & quand l'arrangement est fait en la place de ces points il faut mettre *a. A*.

3°. Il faut mettre *pp PP* après quatre *aa A. A* selon l'art. 34. ensuite *qq QQ* & ainsi les autres en commençant par les 2<sup>des</sup> lettres qui sont déjà les plus repetées, il faut mettre ces 2<sup>des</sup> lettres avec ces précautions, 1°. qu'on les mette autant qu'on peut par analogie dans chaque horizontale & dans chaque verticale, & à mesure qu'on met une analogie dans une horizontale, mettez un point sur les deux 2<sup>des</sup> lettres analogues, & un accent sur les analogues dans chaque verticale.

4°. Il faut faire la même chose après les autres 1<sup>res</sup> lettres en suivant les regles générales.

La brièveté de cet ouvrage ne permet pas d'entrer dans un long détail pour ces sortes de Quarrés ni pour les suivans.

67. Les autres manieres de construire un Quarré magique par analogie sont les suivantes.

1°. *Par échange de bandes paralleles*, 1°. Il faut avoir un Quarré magique formé par quelqu'une des méthodes précédentes. 2°. Au lieu de mettre dans les cellules des lettres ou des nombres, il faut mettre leurs differences. 3°. Considérez dans deux bandes paralleles deux quadrangles ou quarrés de cellules dont celles des diagonales soient les cellules opposées: si la somme des differences des cellules opposées d'un quadrangle est égale à la somme des differences des deux autres cellules du même quadrangle, & que la même chose arrive à l'autre quadrangle, alors les deux bandes paralleles peuvent être échangées comme dans l'art. 23.

2°. *Par échange de cellules ou de lettres*, 1°. Si deux cellules d'une bande ont les 4 lettres par analogie, elles peuvent être échangées contre deux autres cellules d'une autre bande parallele, mais dans les mêmes bandes perpendiculaires qui auront aussi 4 lettres par analogie. 2°. Deux lettres directes analogues peuvent être échangées contre deux autres directes analogues dans les mê-

mes bandes perpendiculaires , pourvû que les lettres de l'autre espece soient les mêmes,

L'on peut varier les Quarrés par ces differens échanges.

3°. *Par lettres étrangères*, 1°. En mettant 4. lettres étrangères analogues à la place de 4. lettres naturelles qui sont analogues dans une bande ou dans deux bandes conjuguées , ce qui peut varier. On peut aussi faire ce Quarré par l'article 66.

### I X. Construction des Quarrés Magiques par les autres manieres.

\* art. 31. 69. *Par Réciprocation* \*. 1°. Ayez un Quarré Magique fait

-7λ	7λ	-7λ	7λ	7λ	-7λ	7λ	-7λ
-7	5	-3	1	-1	3	-5	7
λ	-5λ	5λ	-5λ	-5λ	5λ	-5λ	5λ
7	5	3	-1	1	-3	-5	-7
-3λ	3λ	-3λ	3λ	3λ	-3λ	3λ	-3λ
7	-5	-3	1	-1	3	5	-7
1λ	-1λ	1λ	-1λ	-1λ	1λ	-1λ	1λ
7	-5	3	-1	1	-3	5	-7
-1λ	1λ	-1λ	1λ	1λ	-1λ	1λ	-1λ
7	-5	3	-1	1	-3	5	-7
3λ	-3λ	3λ	-3λ	-3λ	3λ	-3λ	3λ
-7	5	-3	1	-1	3	-5	7
-5λ	5λ	-5λ	5λ	5λ	-5λ	5λ	-5λ
-7	5	-3	1	-1	3	-5	7
7λ	-7λ	7λ	-7λ	-7λ	7λ	-7λ	7λ
-7	-5	3	-1	1	-3	5	-7

par analogie selon quelques-unes des Constructions précédentes ; mais au lieu de lettres, mettez leurs différences que nous supposons ordonnées : par exemple un Quarré de 8 par bandes correspondantes selon l'article 58. dont les premières lettres directes soient homo-

logues , & les 2<sup>des</sup> lettres directes soient la plupart analogues.

2°. Choisissez deux cellules horizontales  $-7\lambda + 3$ . &  $7\lambda - 5$  , & deux autres correspondantes dans les mêmes bandes verticales , dans lesquelles la somme des différences des 1<sup>res</sup> lettres  $-7\lambda + 7\lambda$  qui se répondent horizontalement & verticalement , soit égale à zero , & celle des 2<sup>des</sup> lettres  $3 - 3 - 5 + 5$  qui se répondent verticalement, soit

soit aussi égale à zero ; & dont leurs sommes prises horizontalement  $3 - 5 = -2$  &  $-3 + 5 = 2$  soient égales entr'elles, mais l'une positive & l'autre négative.

3°. Choisissez 4 semblables cellules comme  $3\lambda + 5$ ,  $-3\lambda - 7$  &  $-3\lambda - 5$ ,  $3\lambda + 7$ , dont les différences soient dans les mêmes circonstances ; mais il ne faut point toucher aux cellules des diagonales.

4°. Echangez les 4 premières cellules contre les 4 dernières, le Quarré restera magique, & les 4 bandes horizontales auront des lettres reciproques ou sans analogues.

On peut faire de semblables échanges qui peuvent varier indéfiniment, soit 1°. En construisant le même Quarré par bandes non correspondantes, ou par bandes mixtes ; & si les deux sommes des 2<sup>des</sup> lettres sont égales à zero de tout sens, on construira un Quarré par bandes interrompues, comme nous avons dit dans l'art. 66. 2°. On peut de même prendre deux cellules dans des bandes verticales. 3°. Au lieu de prendre dans chaque horizontale deux cellules, on en peut prendre 3 ou davantage avec les mêmes conditions. 4°. Après avoir fait un échange, on en peut faire par ordre plusieurs autres semblables. 5°. Au lieu de supposer que les sommes des différences des 1<sup>res</sup> lettres sont égales à zero, on les peut prendre égales entr'elles ; mais l'une positive & l'autre négative, & faire de même à la somme des différences des 2<sup>des</sup> lettres.

L'on peut construire ces Quarrez en mettant des reciproques dans les diagonales.

70. *Par excédans & défailans* \*. Il faut rendre dans une bande l'excès des 1<sup>res</sup> lettres égal au défaut des 2<sup>des</sup> lettres, ou réciproquement le défaut des 1<sup>res</sup> lettres égal à l'excès des 2<sup>des</sup> lettres, afin que la somme des 1<sup>res</sup> & des 2<sup>des</sup> lettres de cette bande soit égale à  $rm + rn$ . Il suffit d'examiner la manière de rendre l'excès des 1<sup>res</sup> lettres égal au défaut des 2<sup>des</sup> lettres, parceque l'on a le reciproque en changeant les signes des différences ; de plus

\* *P. art. 32*

\* *V. art. 25.* nous supposons que les différences sont ordonnées \*.  
 26.

1°. L'excès des 1<sup>res</sup> lettres est au plus  $\frac{1}{4} r\lambda$  dans les Quarrés impairs, &  $\frac{1}{2} r\lambda$  dans les Quarrés pairs, & alors  $\frac{1}{2} r$  doit être un nombre pair.

2°. Pour avoir l'excès des 1<sup>res</sup> lettres, prenez une ou plusieurs différences dont la somme soit égale à cet excès : par exemple dans les Quarrés impairs si l'excès est  $1\lambda$ , prenez  $1\lambda$  ou  $2\lambda - 1\lambda$  ou  $3\lambda - 2\lambda$  &c. si l'excès est  $2\lambda$ , prenez  $2\lambda$  ou  $3\lambda - 1\lambda$  &c. Dans les Quarrés pairs les différences que l'on prend doivent être paires; ainsi si l'excès est  $2\lambda$ , prenez  $2\lambda$  ou  $4\lambda - 2\lambda$  ou  $6\lambda - 4\lambda$  : si l'excès est  $4\lambda$ , prenez  $4\lambda$  ou  $6\lambda - 2\lambda$  ou  $8\lambda - 4\lambda$  : si l'excès est  $6\lambda$ , prenez  $6\lambda$  ou  $8\lambda - 2\lambda$  ou  $10\lambda - 4\lambda$  ou  $6\lambda + 4\lambda - 2\lambda - 2\lambda$ .

3°. Pour avoir le défaut des 2<sup>des</sup> lettres, prenez un nombre négatif égal à l'excès des 1<sup>res</sup> lettres, partagez ce nombre en plusieurs parties; ainsi dans le Quarré de 8 si l'on a pris  $2\lambda = 8$ , il faut partager  $-8$  en  $-7 - 1$  ou  $-6 - 2$  ou en  $-5 - 2 - 1$  &c.

4°. Pour avoir une bande par excédans & défailans, prenez des différences des 1<sup>res</sup> lettres & 2<sup>des</sup> lettres, dont les sommes soient égales aux excès des 1<sup>res</sup> lettres & aux défauts des 2<sup>des</sup> lettres, ajoutez ces différences à celles qui sont dans cette bande, vous aurez de nouvelles différences qui rendront cette bande par excédans & défailans égale à  $rm + rn$ .

5°. Si l'on veut changer seulement les signes des différences d'une bande, partagez les excès & les défauts en nombres pairs qui soient doubles des différences qui sont dans cette bande, ajoutez ces différences doubles aux simples qui ont un signe contraire, vous aurez les mêmes différences qui auront seulement changé de signes.

6°. Ayant une bande par excédans & défailans, l'on peut remplir une bande parallele des analogues des lettres de la précédente bande, & l'on aura une seconde bande par défailans & excédans.

7°. Le changement que l'on a fait pour rendre une



bande & sa conjuguée par excédans & défailans, a introduit de nouvelles lettres, & a ôté les anciennes qu'il faut remettre en la place de ces nouvelles, en rendant d'autres bandes par analogie, par réciprocation ou par excédans & défailans, ce qui demande ici un trop grand détail.

71. *Par la méthode mixte des lettres analogues*, en mettant tant les lettres réciproques avec les excédans & défailans; mais il y aura toujours des bandes dans lesquelles des lettres auront leurs analogues.

72. *Par Quarré magique composé*. La racine de ce Quarré doit être le produit de plusieurs nombres plus grands que 2, comme  $3 \times 3 = 9$ .  $3 \times 4 = 12$ .  $3 \times 5 = 15$ . ou  $7 \times 15 = 105$ . &c. Proposons-nous le Quarré de  $15 = 3 \times 5$ . dont les lettres sont *ABC. DEF. GHI. KLM. NOP. pqr. stu. xyx. abc. def.*

1°. Je divise ces lettres de 3 en 3, (on peut le faire de 5 en 5) & je prens les 1<sup>res</sup> lettres après les divisions *ADGKN. psx a d.* que j'appelle les *Indicantes* des petits Quarrés.

2°. Je fais un Quarré magique de 5 avec ces lettres indicantes, j'aurai un Quarré indicant.

3°. Je divise le Quarré de 15 en 25 petits Quarrés, en marquant plus fort les lignes verticales & horizontales de 3 en 3. Ce grand Quarré sera divisé en 25. petits Quarrés qui répondront aux 25. cellules du Quarré indicant dont les cellules contiendront les lettres indicantes de chaque petit Quarré qui lui répond dans le grand.

4°. Prenez les lettres indicantes *Ap* de la 1<sup>re</sup> cellule du Quarré indicant, elles marquent qu'il faut prendre les lettres *ABC, pqr* pour faire le 1<sup>er</sup> petit Quarré; de même *Df* marqueront qu'il faut prendre *DEF, stu* pour le 2<sup>d</sup> petit Quarré, & ainsi des autres.

Le Quarré indicant & les petits Quarrés se construisent selon les méthodes précédentes.

5°. Pour mettre en nombre un Quarré magique composé en lettres, il faut avoir égard à la Section III. & aux articles 25, & 26.

# X. Des Enceintes , des Croix & des Chassis magiques.

Voyez les  
Quarrés des art.  
66. & 77.

73. Une Enceinte magique est une ou plusieurs bandes qui entourent un Quarré magique , enforte que l'enceinte avec le quarré interieur forment un Quarré total qui est aussi magique.

La Croix est un assemblage de deux ou de plusieurs bandes verticales , & d'autant de bandes horizontales ramassées vers le milieu d'un Quarré magique qu'elles separent en 4 quartiers , enforte que la Croix avec ces 4. quartiers forment encore un Quarré magique.

Le Chassis est aussi un assemblage de deux ou de plusieurs bandes verticales & d'autant de bandes horizontales , mais qui sont separez les unes des autres , & dont les verticales coupent les horizontales dans les diagonales , enforte que le Quarré magique qui se trouve séparé par ce Chassis , forme avec lui un Quarré total qui est encore magique.

74. Une Enceinte peut être formée par une seule bande de chaque côté du quarré renfermé , ou par plusieurs bandes. Nous les appellerons Enceinte à simple bande , à double , à triple bande , &c.

Un Quarré magique peut être enfermé par une seule enceinte magique ou par plusieurs , qui sont telles qu'en ôtant une ou plusieurs enceintes les plus exterieures , le quarré restant est toujours magique , chacune de ces Enceintes peuvent être à simple bande , à double bande , &c.

Une Enceinte a des bandes horizontales & verticales qui sont entieres , & des bandes horizontales , verticales & diagonales qui sont interrompûs.

Le quarré renfermé dans une Enceinte peut être formé par ses lettres naturelles sans lettres étrangères , que nous appellerons *lettres anciennes* ; mais il en faut d'autres pour former l'enceinte , que nous appellerons *lettres nouvelles* ;

& en ce cas l'enceinte contient autant de 1<sup>res</sup> & de 2<sup>des</sup> lettres nouvelles, qu'il y a de bandes horizontales au haut du Chassis; de plus le nombre de chaque lettre nouvelle avec ses analogues est égal au nombre des cellules de deux bandes entieres, & le nombre de chaque lettre ancienne avec ses analogues qui doivent servir à former l'enceinte, est égal au nombre des cellules de deux bandes interrompues; enfin chaque ancienne lettre doit être accompagnée d'une nouvelle.

Si l'on se sert des lettres nouvelles comme des lettres étrangères pour former le quarré renfermé \*, il faut les remplacer dans l'enceinte par les lettres anciennes dont elles occupent la place.

\* art. 67.

La somme des differences des lettres qui remplissent une bande entiere ou une bande interrompue d'une enceinte, doit être égale à zero; c'est pourquoi dans une enceinte à bande unique, les cellules opposées d'une bande interrompue ont leurs lettres analogues.

On règle les lettres de chaque bande entiere & de chaque bande interrompue comme celles des deux Quarrés par lettres analogues, qui auroient leurs racines égales au nombre des cellules d'une bande entiere & d'une bande interrompue. La petite racine est toujours paire, & elle est pairement ou impairement paire, si le nombre des bandes de chaque côté du Chassis est pair ou impair. A l'égard de la grande racine elle est paire ou impaire, si le quarré renfermé est pair ou impair; c'est pourquoi on réglera la construction d'un Chassis par celle des deux Quarrés qui auront pour racines les nombres des cellules d'une bande entiere & d'une bande interrompue du Chassis, & on construira plusieurs Chassis autour d'un Quarré, en commençant par les Chassis les plus interieurs, & finissant par les plus extérieurs, & en considerant les Chassis déjà construits avec le Quarré renfermé, comme s'ils ne formoient ensemble qu'un seul Quarré.

75. Les Encèintes peuvent être construits engénéral par analogie, par réciprocation, & par excédans & défailans

Il y en a qui ne peuvent pas être construits par analogie, comme les enceintes à bande unique, & dont la grande racine est impairement paire; d'autres par excédans & defaillans, comme l'enceinte à bande unique dont la grande racine est 5.

A l'égard des bandes interrompues, les horizontales peuvent s'échanger les unes contre les autres aussi bien que les verticales, parce qu'elles n'ont rien à ménager du côté des diagonales.

76. Dans une Enceinte à bande unique il ne faut avoir égard qu'à la bande horizontale supérieure, & qu'à la première verticale qui forment ensemble une équerre, laquelle a la cellule *angulaire* (*cq*) commune aux deux bandes, & dont les lettres sont par conséquent homologues pour l'une & pour l'autre bande, & les cellules *extrêmes* [*CR*] [*cr*] dont les lettres sont analogues, les autres cellules des bandes interrompues, comme *CQ*, *aR*, *AR*, *Br* sont les *moyennes* de leur bande. A l'égard des deux autres bandes correspondantes de l'Enceinte, elles ont leurs lettres analogues à celles de l'équerre qui leur répondent par diagonale, horizontalement ou verticalement.

<i>cq</i>	<i>CP</i>	<i>cP</i>	<i>Cr</i>	<i>br</i>	<i>CR</i>
<i>cQ</i>	<i>ap</i>	<i>AQ</i>	<i>Aq</i>	<i>aP</i>	<i>Cq</i>
<i>aR</i>	<i>BP</i>	<i>bq</i>	<i>bQ</i>	<i>Bp</i>	<i>Ar</i>
<i>AR</i>	<i>bP</i>	<i>Bq</i>	<i>BQ</i>	<i>bp</i>	<i>ar</i>
<i>Br</i>	<i>Ap</i>	<i>aQ</i>	<i>aq</i>	<i>AP</i>	<i>br</i>
<i>cr</i>	<i>cp</i>	<i>Cp</i>	<i>cR</i>	<i>BR</i>	<i>CQ</i>

Pour former une enceinte à bande unique comme de 6. autour d'un carré de 4, dont les anciennes lettres sont *ab*, *pq*, & les nouvelles *c*, *r*.

*Bande horizontale.*

*Bande verticale.*

<i>1λ</i>	<i>-1λ</i>	<i>-1λ</i>	<i>1λ</i>	<i>-3λ</i>	<i>1λ</i>	<i>-1λ</i>	<i>-1λ</i>	<i>-5λ</i>	<i>5λ</i>	<i>3λ</i>	<i>·1λ</i>
<i>C</i>	( <i>c</i> )	<i>c</i>	[ <i>C</i> ]	<i>b</i>	<i>C</i>	( <i>c</i> )	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	[ <i>c</i> ]
<i>P</i>	( <i>q</i> )	<i>P</i>	[ <i>R</i> ]	<i>r</i>	<i>r</i>	( <i>q</i> )	<i>Q</i>	<i>R</i>	<i>R</i>	<i>r</i>	[ <i>r</i> ]
<i>5</i>	<i>-3</i>	<i>5</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>	<i>-3</i>	<i>3</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>

Formez les deux bandes de l'Equerre de cette manière. 1°. Mettez les nouvelles lettres avec leurs analogues

cccccc, rrrrrr, & les anciennes *aa*, *bb*, *pp*, *qq* dans la bande horizontale & dans les cellules moyennes de la bande verticale. 2°. Si vous voulez faire la bande horizontale par excédans & défailans, entre les 1<sup>res</sup> lettres choisissez celles dont la somme des différences soit  $-2\lambda$  & par conséquent le défaut est  $-2\lambda = -6$ ; & accompagnez les 1<sup>res</sup> lettres de 2<sup>des</sup> lettres dont la somme des différences soit  $+6$ . 3°. Mettez le reste des 1<sup>res</sup> & 2<sup>des</sup> lettres dans les 4 cellules moyennes de la bande verticale, & ajoutez deux cellules de la bande horizontale, sçavoir l'angulaire *cq* par homologie, & l'extrême *cr* par analogie. Toutes ces lettres doivent être tellement disposées, que les sommes des différences des 1<sup>res</sup> lettres & des 2<sup>des</sup> lettres soient égales à zero, ou elles doivent être par excédans & défailans, & alors on aura deux bandes de l'enceinte, sçavoir une horizontale & une verticale; & l'on aura les bandes opposées en prenant les analogues des lettres des bandes précédentes.

Dans l'arrangement précédent des 1<sup>res</sup> & 2<sup>des</sup> lettres, il faut avoir égard d'accompagner toujours deux homologues de deux analogues & deux analogues de deux homologues.

77. Une enceinte étant construite, on fera une Croix  
C R O I X.

C H A S S I S.

<i>ap</i>	<i>AQ</i>	<i>cQ</i>	<i>Cq</i>	<i>Aq</i>	<i>aP</i>
<i>BP</i>	<i>bq</i>	<i>aR</i>	<i>Ar</i>	<i>bQ</i>	<i>Bp</i>
<i>CP</i>	<i>cP</i>	<i>cq</i>	<i>CR</i>	<i>Cr</i>	<i>br</i>
<i>cp</i>	<i>Cp</i>	<i>cr</i>	<i>CQ</i>	<i>cR</i>	<i>BR</i>
<i>bP</i>	<i>Bq</i>	<i>AR</i>	<i>ar</i>	<i>BQ</i>	<i>bp</i>
<i>AP</i>	<i>aQ</i>	<i>Br</i>	<i>bR</i>	<i>aq</i>	<i>AP</i>

<i>ap</i>	<i>cQ</i>	<i>AQ</i>	<i>Aq</i>	<i>Cq</i>	<i>aP</i>
<i>CP</i>	<i>cq</i>	<i>cP</i>	<i>Cr</i>	<i>Cr</i>	<i>br</i>
<i>PB</i>	<i>aR</i>	<i>bq</i>	<i>bQ</i>	<i>Ar</i>	<i>Bp</i>
<i>bP</i>	<i>AR</i>	<i>Bq</i>	<i>BQ</i>	<i>ar</i>	<i>bp</i>
<i>cp</i>	<i>cr</i>	<i>Cp</i>	<i>cR</i>	<i>CQ</i>	<i>Br</i>
<i>AP</i>	<i>Br</i>	<i>aq</i>	<i>aQ</i>	<i>bR</i>	<i>AP</i>

ou un Chassis, en mettant toujours dans les diagonales les cellules des diagonales de l'enceinte, & en disposant tellement les autres cellules, qu'après le changement les bandes horizontales & verticales conservent toujours leurs mêmes cellules.

# XI. Des Cubes magiques, & des Quarrés à plusieurs especes de lettres.

3. Decem-  
bre.

78. Un *Cube magique* est un Cube divisé en cellules cubiques qui renferment chacun un nombre, qui est tel que la somme de tous les nombres qui sont dans chaque couche quarrée parallele aux 3 bases, ou qui sont dans chacune des six plans ou couches qui coupent les diagonales des bases opposées, est toujours la même.

79. Un *Cube magique géométrique* est à l'égard du précédent Cube qui est arithmétique, ce que le *Quarré magique géométrique* est à l'égard du *Quarré magique ordinaire* qui est aussi arithmétique; c'est pourquoi il faut ici appliquer la remarque de l'article 11.

80. Dans un Cube magique il y a 3 sortes de lettres; sçavoir, les 1<sup>res</sup> lettres *A B C D E &c.* & leur moyenne *M*, les 2<sup>des</sup> lettres *p q r s t &c.* & leur moyenne *n* & les 3<sup>mes</sup> lettres *π ρ σ τ υ &c.* & leur moyenne *μ*, lesquelles peuvent être générales ou par analogie comme dans les *Quarrés magiques*.

81. Les nombres qui répondent aux 3<sup>mes</sup> & 2<sup>des</sup> lettres des Cubes magiques, sont les mêmes que ceux qui répondent aux 2<sup>des</sup> & 1<sup>res</sup> lettres des *Quarrés magiques*. A l'égard des nombres qui répondent aux 1<sup>res</sup> lettres des Cubes magiques, le plus petit nombre est aussi égal à zero; mais le second nombre & la difference des autres nombres est au moins égal à la somme du plus grand des 2<sup>des</sup> & du plus grand des 3<sup>mes</sup> lettres.

82. Je me contenterai de donner la construction par diagonale du Cube de 5, parce qu'à l'imitation de cette construction on pourra imaginer les autres.

1<sup>res</sup> lettres

*A B N C D*

1<sup>rs</sup> nombres

$\begin{cases} 0 & 1x & 2x & 3x & 4x \\ 0 & 25 & 50 & 75 & 100. \end{cases}$

2<sup>des</sup>

2<sup>des</sup> lettres

p q n r s

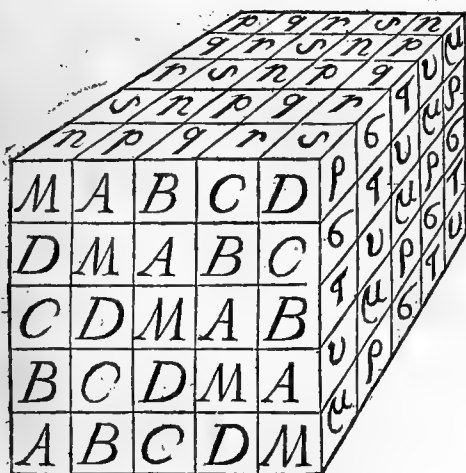
2<sup>des</sup> nombres
$$\begin{cases} 0\lambda & 1\lambda & 2\lambda & 3\lambda & 4\lambda \\ 0 & 5 & 10 & 15 & 20 \end{cases}$$
3<sup>mes</sup> lettres $\pi$   $\rho$   $\mu$   $\sigma$   $\tau$ 3<sup>mes</sup> nombres

1 2 3 4 5

Les 3<sup>mes</sup> & 2<sup>des</sup> nombres sont ici les mêmes que les 2<sup>des</sup> & 1<sup>ers</sup> qui sont trouvez par les articles 7. 8. 18. 19. 20. &c.

Dans les 1<sup>ers</sup> nombres du Cube magique  $A=0$ .  $B$  ou  $1\lambda = 1 + 1 = 4\lambda + 5 = 25$ . A ces 1<sup>ers</sup> on peut ajouter des 2<sup>des</sup> différences comme aux 2<sup>des</sup> nombres des Quarrés magiques.

1°. Dans les 3 faces qui forment un angle solide du



Cube, écrivez d'ordre les 1<sup>res</sup>, 2<sup>des</sup>, & 3<sup>mes</sup> lettres, en forte que les moyennes  $M, n, \mu$ , soient les plus éloignées de cet angle.

2°. Mettez les moyennes dans les cellules de leurs diagonales, & les autres lettres d'ordre, cōme dans l'article 13.

3°. Mettez chaque 1<sup>re</sup> lettre dans les 5 cellules cubiques interieures qui leur répondent perpendiculairement; faites la même chose aux 2<sup>des</sup> & aux 3<sup>mes</sup> lettres. Chaque cellule cubique interieure aura trois lettres, sçavoir chacune aura une 1<sup>re</sup>, une 2<sup>e</sup> & une 3<sup>me</sup> lettre, & le cube sera magique en lettres.

On le rendra Cube magique en nombres, mettant les nombres appliquez aux lettres en la place des lettres, comme dans l'art. 18.

Pour concevoir mieux les 125 cellules du cube magique de 5, j'ai partagé le cube en 5 couches quarrées paralleles à la face des 1<sup>res</sup> lettres, & qui contiennent chacun 25 cellules, & chaque cellule 3 lettres. La somme des nombres de chaque couche est  $m+n+\mu \times rr$ , & la somme de tous les nombres du cube magique est  $m+n+\mu \times r^3$ .

Pour distinguer les couches paralleles à l'une de ces 3 faces du Cube, prenez 5 bandes qui ayent toutes les 25 lettres de cette face, & dans chacune desquelles une lettre des autres especes soit repetée.

1					3				
2	5		2		6	4	5		3
	Mnp	App	Bqp	Crp	Dfp		Mfτ	Anτ	Bpσ
		5		6				5	6
	Dnσ	Mpσ	Aqτ	Brσ	Cfτ		Dfτ	Mnτ	Apτ
			5 6					5 6	
	Cnτ	Dpτ	Mqτ	Arτ	Bfτ		Cfσ	Dnσ	Mpσ
		6		5				5 6	Aqu
	Bnσ	Cpσ	Dqσ	Mru	Afσ		Bfμ	Cnμ	Dpμ
								5	
4	6	4	4	4	5	2	6	Bnσ	Cpσ
	Anμ	Bpμ	Cqμ	Drμ	Mfμ		Afρ	Dqρ	Mrρ

I. 3.

	5		6	
	Mrτ	Afτ	Bnτ	Cpτ
	5		6	
	Dru	Mfσ	Anσ	Bpσ
	5 6			
2	Cpμ	Dfμ	Mnμ	Apμ
4	6		5	
	Brρ	Cfρ	Dnρ	Mpρ
	6		5	
	Arσ	Cfσ	Cnτ	Dpσ
				5
				Mqσ



3					5					6									
5	Mqu	Arv	Bfv	Cnv	Dpu	5	Mrμ	Asμ	Bnμ	Cpμ	5	Mpμ	Aqμ	Brμ	Csμ	Dnμ			
4	Dqm	Mrμ	Asμ	Bnμ	Cpμ	4	Dpp	Mqr	Arp	Bfp	Cnp	4	Dpp	Mqr	Arp	Bfp	Cnp		
	Cqp	Drp	Mfp	Anp	Bpp		Cps	Dqs	Mrs	Asσ	Bns		Cps	Dqs	Mrs	Asσ	Bns		
2	Bqs	Crτ	Dfσ	Mnσ	Apσ	2	Bpτ	Cqτ	Drt	Mfτ	Anτ	2	Bpτ	Cqτ	Drt	Mfτ	Anτ		
	Aqt	Brτ	Cfτ	Dnτ	Mnt		Apu	Bqu	Cru	Dfu	Mnu		Apu	Bqu	Cru	Dfu	Mnu		
3					1					3					1				

4°. Nous avons marqué les six couches qui passent par les diagonales avec les nombres 1 1 : 2 2 : 3 3 : 4 4 : 5 5 5 5 : 6 6 6 6 6.

83. L'on peut aussi appliquer trois sortes de lettres & même plus, à un quarré magique, & voici une maniere de les employer.

	0	1	2	3	4	5	6
0 0 0.	Apπ	Bqρ	Crσ	Dfτ	Etu	Fuψ	Gxχ
2.3.4.	Cfu	Dtψ	Euχ	Fxπ	Gpp	Aqσ	Brτ
4.6.1.	Exp	Fpσ	Gqτ	Arv	Bfψ	Crχ	Duπ
6.2.1.	Grψ	Asχ	Btπ	Cup	Dxσ	Ept	Fqu
1.5.2.	Buσ	Cxτ	Dpu	Eqψ	Frχ	Gfπ	Atρ
3.1.6.	Dqχ	Erπ	Ffp	Gtσ	Auτ	Bxu	Cpψ
5.4.3.	Ftτ	Gvu	Axψ	Bpγ	Cqπ	Brp	Efσ

Proposons-nous un Quar-ré magique de 7 par lettres gé-nérales à con-struire avec 3 sortes de lettres  
 A B C D E F G :  
 p q r s t u x :  
 π ρ σ τ υ ψ χ.

Mettez les Indices au dessus du Quar-ré & 3 colonnes d'Indices à côté. Achevez enfin le quarré selon l'art. 14.

Remarquez 1°. que si on ne peut pas mettre autant de colonnes d'Indices qu'il y a de lettres, il faut employer pour une ou deux sortes de lettres la méthode des diagonales art. 13. ou 16. ou quelques-unes des méthodes par

R ij

les lettres analogues ; ou enfin employer pour toutes les sortes de lettres les différentes manières par lettres analogues.

\* Voy. Sect.  
III.

2°. S'il y a des lettres répétées dans les diagonales, il faut que la somme de leur différence soit égale à zero \*.

3°. A l'égard des valeurs de lettres, il faut distinguer deux classes de lettres : la 1<sup>re</sup> classe des lettres ordonnées sont des espèces de lettres dont les valeurs sont réglées sur celles des 1<sup>res</sup> ou 2<sup>des</sup> lettres ordinaires : la 2<sup>e</sup> classe des lettres desordonnées est celle des espèces de lettres dans chacune desquelles les lettres ou leurs différences peuvent être égales ou inégales, ou quelques unes égales à zero.

4°. Mais de quelque manière que l'on dispose ces classes, la dernière espèce de lettre doit être de petits nombres ; la pénultième espèce doit être multiple de  $\lambda$ , supposant  $\lambda$  au moins égal au plus grand nombre de la dernière classe s'il n'y a point de zero, ou plus grand de 1, s'il y a des zero : l'antépénultième espèce doit être multiple de  $\alpha$ , supposant  $\alpha$  au moins égal à la somme des plus grands nombres des espèces précédentes, & ainsi de suite.

Au reste, il faut que dans l'une de ces espèces il n'y ait point de zero, soit par le moyen des multiple  $\lambda$  ou  $\alpha$ , soit par les 2<sup>des</sup> différences.

Ainsi dans le Carré précédent de 7, l'on aura les valeurs des lettres selon cette Table.

Espece de lettres ordonnées.	A	B	C	D	E	F	G
	0	1 $\alpha$	2 $\alpha$	3 $\alpha$	4 $\alpha$	5 $\alpha$	6 $\alpha$
	0	21	42	63	84	105	126

Espece de lettres desordonnées.	p	q	r	s	t	u	x
	0	0	0	0	1 $\lambda$	2 $\lambda$	2 $\lambda$
					7	14	14

Espece de lettres ordonnées.	$\pi$	$\rho$	$\sigma$	$\tau$	$\upsilon$	$\psi$	$\chi$
	1	2	3	4	5	6	7

C'est à cet article qu'on peut rapporter l'art. 10.

## XII. Variations des Quarrés magiques.

Il y a en général deux sortes de variations, l'une de nombres & l'autre de méthodes.

78. *La variation de nombres.* C'est lorsqu'ayant appliqué aux lettres leurs valeurs en nombres selon la Section III. & les articles 25 & 26, on change ensuite les valeurs des lettres de toutes les manières possibles suivant les règles des permutations & des combinaisons.

Pour avoir toutes les permutations des nombres de plusieurs lettres différentes, il faut multiplier ensemble les nombres naturels 1. 2. 3. 4. 5. 6. &c. jusqu'à celui qui marque le nombre des choses à permuter. Ainsi le nombre des permutations de 5 lettres est 120.

Pour marquer les permutations d'un nombre de lettres, nous mettons  $P$  devant ce nombre; ainsi  $P_5 = 120$ . &  $Pr = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \dots \times r$ , c'est-à-dire que  $Pr$  est égal au produit de tous les nombres depuis 1 jusqu'à  $r$  qui exprime la racine du Quarré.

Pour avoir toutes les variations des premières & des secondes lettres, il faut multiplier le nombre des permutations des 1<sup>res</sup> lettres par le nombre des permutations des 2<sup>des</sup> lettres, comme  $P_5 \times P_5$ , ou  $P_5^2 = 14400$ .

79. *La variation de Méthodes.* Ce sont les différentes Méthodes selon lesquelles l'on peut faire des Quarrés magiques dans chacune desquelles variant les nombres qui marquent les valeurs des lettres selon toutes les manières possibles, l'on ne tombe point dans les mêmes arrangements de nombres que dans ceux d'une autre Méthode.

Comme ces différentes méthodes ou manières de construire des Quarrés magiques sont indéfinies, il est difficile quoique possible de les déterminer dans chaque quarré, & encore plus dans les quarrés en général. Nous nous contenterons de mettre ici les principales méthodes avec leurs variations de nombres.

1<sup>re</sup>. *Par les Diagonales* \*. Les variations de nombres sont. \* art. 135.

$\frac{Pr-1^2}{4}$ . Car 1°. le nombre des 1<sup>res</sup> lettres variables est  $\overline{Pr-1}$  (la lettre repetée dans la diagonale ne variant point) & des 2<sup>des</sup> lettres est aussi  $\overline{Pr-1}$ , dont les variations des 1<sup>res</sup> & 2<sup>des</sup> lettres est  $\overline{Pr-1} \times \overline{Pr-1} = \overline{Pr-1}^2$ . 2°. Il y a 4 sortes de variations qui sont les mêmes. Car supposant dans le Quarré de l'art. 13. qu'on ait donné des valeurs aux lettres, si l'on donne à *E* la valeur de *B* ou à *s* la valeur de *p*, & que l'on change par ordre les autres nombres, l'on aura un 2<sup>d</sup> Quarré qui sera le même que le 1<sup>er</sup> dont le haut est renversé sur le côté. On aura la 3<sup>me</sup> variation en changeant comme ci-dessus en même tems les 1<sup>res</sup> & 2<sup>des</sup> lettres, & ces 3 variations avec le 1<sup>er</sup> Quarré font 4 Quarrés qui sont les mêmes ; par conséquent il faut diviser  $\overline{Pr-1}^2$  par 4.

D'où il suit que le nombre des variations du Quarré de 3 est 1 : de 5 est 144 : de 7 est 129600 : de 9 est 406, 425, 600 : de 11 est 3, 262, 047, 360, 000.

\* art. 14. 2°. *Par Indices* \*. Si les lettres ne sont point repetées dans les Diagonales, la variation des nombres est  $\frac{Pr^2}{8}$ , & si *r* est un nombre premier, la variation des deux Indices qui sont devant la 2<sup>de</sup> bande horizontale sont  $r-3 \times r-4 = rr-7r+12$  : & la variation totale des lettres par Indices est  $\frac{Pr^2}{8} \times r-3 \times r-4$ . Ainsi la variation de 5 est 3600 : de 7 est 38, 102, 400 : de 11 est 546, 519, 366, 328, 320, 000.

Si *r* n'est pas un nombre premier, il faut examiner d'abord les variations des deux Indices qui sont après 0. 0. \* art. 15. dans lesquelles 1°. il faut exclure les cas où ces deux Indices ou leur difference sont aliquotes ou aliquantes de *r*. 2°. Dans les autres cas il faut examiner en détail les variations qui arrivent lorsque  $n+1$  &  $n-1$  d'une espece de lettre, &  $n+1$  &  $n-1$  de l'autre espece, sont séparément ou deux à deux, ou 3 à 3 aliquotes ou aliquantes de *r*, ensuite il faut prendre la somme des variations de tous ces cas.

\* art. 16. 3°. *Par la Méthode mixte* \*. Si *r* est un nombre premier ;

le nombre des variations est  $\frac{Pr \times Pr - 1}{4} \times r - 3$ . Ainsi le nombre des variations du Quarré de 5 est 1440 : de 7 est 362, 880 : de 11 est 289, 700, 167, 680, 000.

4°. *Par la Méthode desordonnée* \*. Il faut parcourir par détail toutes les manieres dont les lettres ayant leurs valeurs réglées peuvent être rangées pour permettre que les Indices soient rangées d'une maniere desordonnée, l'on trouvera ces cas par l'art. 23, ou plutôt en se servant des lettres analogues. \* art. 17.

5°. *Par Analogie* \*. Il faut appeller  $q$  le nombre des lettres minuscules, de sorte que dans les Quarrés pairs  $q = \frac{1}{2}r$ , & dans les impairs  $q = \frac{1}{2}r - \frac{1}{2}$ . \* art. 27.

Les variations des nombres de chaque Quarré par analogie est  $Pq^2 \times 2^{2q-3}$ . Ainsi dans le Quarré de 3 le nombre des variations des nombres est 1 : de 4 & de 5 est 8 : de 6 & de 7 est 288 : de 8 & de 9 est 18432 : de 10 & de 11 est 1843200.

Il faut ensuite examiner les variations de méthodes par bandes correspondantes, par bandes non correspondantes, par bandes mixtes, par bandes interrompues, par les enceintes, & par les quarrés composés faits par analogie ; prendre la somme de toutes les combinaisons de chaque maniere, & multiplier cette somme par  $Pq^2 \times 2^{2q-3}$ .

6°. *Par les autres manieres* \*. Le nombre des variations par les autres manieres est égal à la somme des combinaisons & des permutations qu'il faut faire en détail. \* Sect. IX.

80. Pour trouver le nombre de toutes les variations possibles d'un Quarré proposé, il faut chercher en détail les variations de chaque méthode ou maniere de faire ce Quarré ( en excluant les manieres dont les variations retombent dans les autres ) & prendre la somme de toutes ces variations.

### XIII. *Rapport des Méthodes qui ont été données jusqu'à présent avec les nôtres.*

81. Tous les Auteurs conviennent de se servir des nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5 &c. pour en former des Quarrés magiques, je crois que M. de la Hire est le premier qui ait employé d'autres nombres; je détermine tous ceux qui peuvent servir à la construction de ces Quarrés.

82. Pour connoître à laquelle de nos Méthodes se rapporte un Quarré magique en nombres construit selon la méthode de quelque Auteur, comme le Quarré de 4 qui est le 1<sup>er</sup> de M. Frenicle. 1°. Sous les 2<sup>des</sup> lettres *p q Q P* mettez les nombres 1 2 3 4\*. Sous les 1<sup>res</sup> lettres mettez les nombres 0. 4. 8. 12. 2°. En la place des nombres du 1<sup>er</sup> quarré, mettez les lettres qui leur sont égales par la converse de l'art. 18. Vous aurez un Quarré en lettres, & par leur disposition vous connoîtrez qu'il se rapporte à nôtre méthode par analogie & par bandes qui sont en partie continuës & en partie interrompuës.

1	13	8	12
16	4	5	
11	7	14	2
6	10	3	15

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>B</i>	<i>A</i>
0	4	8	12
<i>ap</i>	<i>Ap</i>	<i>bP</i>	<i>BP</i>
<i>aP</i>	<i>aP</i>	<i>Bp</i>	<i>bp</i>
<i>BQ</i>	<i>bQ</i>	<i>Aq</i>	<i>ap</i>
<i>bq</i>	<i>Bq</i>	<i>aQ</i>	<i>AQ</i>
<i>p</i>	<i>q</i>	<i>Q</i>	<i>P</i>
1	2	3	4

\* *Mem. de l'Acad.* 1705. pp. 162. 163.

83. C'est ainsi que l'on connoitra que la 1<sup>re</sup> maniere de Manuel Moscopule rapporté par M. de la Hire\* est par les Indices, & la 2<sup>de</sup> par les Diagonales, aussi bien que les Quarrés de M. Bachet, dans ses Problèmes plaisans imprimés en 1624.

84. Les Quarrés de M. Frenicle imprimez dans les Ouvrages de Mathématique & de Physique de M<sup>rs</sup> de l'Académie des Sciences page 484, se rapportent à nos différentes Méthodes.

87. L'Auteur des nouveaux Elemens de Géométrie; & le P. Prestet Prêtre de l'Oratoire dans ses nouveaux Elemens de Mathématique, font un Quarré de 3 & un autre

autre de 4 autour desquels ils mettent des enceintes répétées à bande unique qui se rapportent à nos Méthodes art. 74, 75 & 76.

86. Le Quarré magique que M. de la Loubere Envoyé Extraordinaire auprès du Roy de Siam, a mis dans la Relation de son Voyage fait en 1687, est par la méthode mixte art. 16.

87. M. Poignard grand Chanoine de Bruxelles, a fait imprimer en 1704 un Traité des Quarrés sublimes, dans lesquels, 1°. Ses Quarrés par progression répétée se rapportent aux nôtres, dont on a ôté les 1<sup>res</sup> lettres. 2°. Ses Quarrés impairs sont formez par la méthode mixte selon l'art. 16. 3°. Ses premiers Quarrés pairement pairs sont par bandes correspondantes, dans lesquelles les directes sont par homologie selon l'art. 58. & alternativement majuscules & minuscules. 4°. Ses Quarrés impairement pairs (qu'il appelle pairement impairs) sont un cas de l'art. 61. 5°. Ses variations sont des cas de nos variations de nombres art. 78.

88. M. de la Hire a donné ses nouvelles constructions & considérations sur les Quarrés magiques, avec les démonstrations dans les Memoires de l'Académie des Sciences de l'année 1705. ce qu'il a fait d'une manière plus générale que ceux qui l'ont précédé. Il prend pour principe deux Quarrés primitifs, dont chaque nombre de l'un étant ajouté à chaque nombre de l'autre qui lui répond, forment un Quarré magique parfait. Ces Quarrés primitifs sont formés plus généralement par nos 1<sup>res</sup> lettres & par nos 2<sup>des</sup> lettres, qui satisfont plus simplement & plus généralement à toutes les difficultés qu'il est obligé de lever par des propositions particulieres.

Dans sa 1<sup>re</sup> partie qui commence à la page 127. il traite des Quarrés impairs dont les constructions sont renfermées sous celle des indices \* qui comprend les constructions par diagonales, & par la méthode mixte, dans lesquelles il a senti la difficulté des nombres repetés dans les diagonales, dont j'ay donné la Solution dans la Section III.

\* art. 13, 14  
○ 16.

Mem. 1710.

S

Les Quarrés pairs dont il traite dans la 2<sup>de</sup> partie page 364. sont des cas particuliers de nos Sections VI. & VII. qui s'étendent aussi aux constructions des Quarrés impairs d'une maniere nouvelle. Enfin ses Enceintes sont comprises dans nôtre Section X. dans laquelle nos Croix & nos Chassis donnent lieu à de nouvelles manieres de varier les Quarrés magiques.

89. Pour ne rien obmettre j'ajoutéray que les principes que j'établis suffisent pour la construction de tous les Quarrés & de tous les Cubes magiques , & les méthodes que j'ay données sont entierement détaillées pour les Quarrés impairs par lettres générales , pour les Quarrés pairs & impairs par bandes continuës & pour une partie des variations : le tems ne m'a pas permis d'entrer dans le détail du reste ; il est bon de laisser à d'autres le plaisir d'achever cette matiere.





## OBSERVATIONS

*De la quantité d'eau qui est tombée à l'Observatoire pendant l'année 1709, avec l'état du Thermometre & du Barometre.*

PAR M. DE LA HIRE.

**V**oici la continuation des observations sur la pluie, sur le Thermometre & sur le Barometre, que j'ay faites comme les années précédentes dans le même lieu & avec les mêmes Instrumens. Je commencerai donc par la quantité d'eau qui est tombée, soit en pluie, soit en neige fonduë.

1710.  
8. Janvier.

En Janvier	22	lig. $\frac{3}{8}$	May	32	lig.	Septembre	29	lig. $\frac{2}{8}$
Fevrier	13	$\frac{7}{8}$	Juin	45	$\frac{4}{8}$	Octobre	17	$\frac{5}{8}$
Mars	20	$\frac{2}{8}$	Juillet	18	$\frac{2}{8}$	Novembre	1	$\frac{9}{8}$
Avril	37	$\frac{6}{8}$	Aoust	10	$\frac{7}{8}$	Decembre	11	$\frac{6}{8}$

Somme de l'eau de toute l'année 1709 est 261 lignes  $\frac{1}{8}$  ou 21 pouces 9 lignes  $\frac{1}{8}$ , ce qui est un peu plus que les années moyennes qu'on a déterminées à 19 pouces.

On voit par ces observations que les trois mois d'Avril, May & Juin ont donné presqu'autant d'eau que les neuf autres mois de l'année, & c'est ce qui arrive ordinairement dans les mois de Juin, Juillet & Aoust; & c'est ce qui a fait que les Mars qu'on a semés fort tard ont rapporté beaucoup. La grande quantité de neige qui est tombée pendant l'hiver, a peut-être contribué à la fertilité de la terre, & si le froment & le segle n'eussent pas été gelés jusque dans la racine, cette année auroit été fort abondante.

Le Thermometre dont je me sers pour mesurer la chaleur & le froid, est le même que j'ai conservé depuis 40 ans environ; mais comme il a été placé à différentes expositions du ciel, hormis depuis 15. années, on ne peut

pas faire une comparaison très-exacte des premières observations avec les dernières. Cependant toutes ces observations étant toujours faites à la pointe du jour où l'air est le plus froid, on en peut conclure assez exactement tout ce qu'on peut connoître par le moyen de cet Instrument. Je remarquerai seulement que le jugement que nous faisons ordinairement du froid dépend de plusieurs circonstances particulieres, comme du vent, de l'humidité de l'air, de la chaleur ou du froid des jours précédens, de l'exposition des lieux où l'on est, & de la constitution des corps, ce qui peut l'alterer considérablement; c'est pourquoi il sera toujours plus sûr de s'en rapporter au Thermometre.

Le froid du commencement de cette année a été excessif avec beaucoup de nége, car mon Thermometre est descendu jusqu'à 5 parties le 13 & le 14 de Janvier, & les jours suivans étant un peu remonté, il revint à 6 parties le 20 & le 21 à  $5\frac{1}{4}$ , mais ensuite le froid diminua peu à peu. Ce grand froid a été fort sensible, car le 4 de ce mois de Janvier ce Thermometre étoit à 42 parties qui est un état fort proche du moyen que j'ai déterminé à 48, le 6 il vint à 30, le 7 à 22, le 10 à 9, & enfin le 13 à 5; c'est sans doute ce changement subit qui a paru si extraordinaire, & ce qui est encore plus surprenant c'est que ce grand froid est survenu sans aucun vent considérable, ou il n'y en avoit qu'un très-foible vers le Sud, & lorsque le vent augmentoit & tournoit vers le Nord, le froid diminuoit. Ce vent de Sud si froid nous devoit marquer ce qui est effectivement arrivé dans les pays meridionaux à nôtre égard, où la mer s'est gelée en quelques lieux de la côte de Provence, & où la plupart des arbres fruitiers sont morts aussi bien que dans ce pays-ci.

Je n'avois point encore observé que ce Thermometre fût descendu aussi bas que cette année. Je trouve seulement dans mes Registres que le 6. Fevrier 1695. le Thermometre étoit descendu à 7 parties dans le même lieu.

où il est à présent ; & le froid de cet hiver-là qui avoit commencé en 1694 , a été regardé comme un des plus grands qu'il ait fait il y a longtems , mais on voit qu'il n'est pas encore à comparer à celui de cette année. J'ai encore observé quelquefois ce Thermometre à 13 parties , mais assez rarement.

L'hiver de cette année a duré fort longtems , car le 13 Mars il geloit encore très-fort , le Thermometre étant à 24 parties , & la gelée commençant quand il est à 32.

On trouve dans l'Histoire de France de Mezeray que l'hiver de l'année 1608 fut très-long & très-rude , & que la plupart des jeunes arbres furent gelés ; cependant cette année-là fut fort abondante , quoiqu'on l'appelle l'année du grand hiver : mais par la comparaison de l'abondance & de la perte des arbres , l'hiver dernier doit l'avoir surpassé.

Le Thermometre a été au plus haut à 63 parties le 11 Aoust à 4 heures  $\frac{1}{2}$  du matin , & après midi vers les 3 heures à 75 parties. Dans l'état moyen il est à 48 dans le fond des caves de l'Observatoire. La chaleur de cette année a été bien moindre que celle de 1707 , où le Thermometre étoit monté à près de 70 parties le 21 Juillet au matin , & après midi à 82 , qui est le plus haut où il ait été dans ce pais-ci , sans être exposé au Soleil.

Pour comparer les observations de mon Thermometre avec celles qu'on auroit faites sur celui de M. Amontons , dont il y en a eu beaucoup de distribués dans plusieurs endroits , j'en ay placé un qu'il avoit fait avec grand soin à côté de celui dont je me sers ordinairement ; mais comme il me servoit à quelques observations particulieres , je ne l'ay mis proche du mien qu'au mois de May dernier. On sçait que tous ces Thermometres de M. Amontons ont leur 54<sup>e</sup> degré ou 54 pouces qui marque la temperature de l'air des caves de l'Observatoire , comme dans le mien le 48<sup>e</sup> degré. J'ay donc observé que lorsque le Thermometre de M. Amontons étoit à 55 pouces 8 lignes , le mien étoit à 63. parties , en sorte que 15 parties du mien

répondoient à 20 lignes de celui de M. Amontons. Mais lorsque le mien a marqué dans le mois de Decembre dernier 28 parties, celui de M. Amontons marquoit 51 pouces 6 lignes, ce qui donne dans le mien 20 parties au-dessous de l'état moyen & dans celui de M. Amontons 30 parties, ce qui est un rapport bien different du premier, & qui peut être causé par l'inégalité de l'intérieur des tuyaux; & comme celui de M. Amontons est fort petit & le mien mediocre, je croirois que l'inégalité pourroit être plus grande dans celui de M. Amontons que dans le mien. Cependant on peut connoître par-là qu'on ne sçau-roit avoir rien de fort exact dans la comparaison des Thermometres en differens pais & pour un même tems, à moins que les Thermometres n'aient été rectifiés l'un sur l'autre dans toutes sortes de degrés de chaleur & de froid, & je crois qu'il ne sera pas possible d'en trouver deux égaux, c'est-à-dire dont des degrés égaux dans la division répondent à des degrés égaux de chaleur ou de froid.

Pour ce qui est de mon Barometre, il est toujours placé à la hauteur de la grande Sale de l'Observatoire; je l'ai trouvé au plus haut à 28 pouces 3 lignes  $\frac{1}{2}$  le 19 Janvier avec calme & ciel serein, ce qui étoit vers le tems du plus grand froid; & le 31 Decembre il étoit à 28 pouces 3 lignes  $\frac{1}{8}$  avec un très gros broüillard & calme. Il a été aussi plusieurs fois au-delà des 28 pouces avec des vents differents, mais qui participoient plutôt du Nord que du Sud, & toujours sans pluie. J'ai observé ce Barometre au plus bas à 26 pouces 7 lignes  $\frac{1}{2}$  avec vent fort Sud & pluie mediocre le 16 Decembre. La difference entre la plus grande & la moindre hauteur du Barometre, a donc été de 1 pouce 8 lignes, qui est un peu plus que la difference mediocre qu'on observe ici, & qui est de 1 pouce 6 lignes. Cet instrument a été assez exact à prédire la pluie & le beau tems suivant le sentiment commun.

J'ai observé la Déclinaison de l'Aiman avec la même aiguille de 8 pouces de longueur & dans le même lieu

où j'ai accoutumé, & comme je l'ai marqué dans les Memoires des années précédentes. Le 24 Decembre dernier j'ai trouvé cette déclinaison de 10 degrés 30 minutes vers le Couchant. D'où l'on connoît que cette déclinaison augmente toujours chaque année à peu près de la même quantité.

## C O M P A R A I S O N

*Des Observations que nous avons faites ici à l'Observatoire sur la Pluie & les Vents, avec celles que Monsieur le Marquis de Pontbriand a faites dans son Château près S. Malo pendant l'année 1709.*

PAR M. DE LA HIRE.

**I**L y a déjà quelques années que M. du Torar nous communique les Observations que Monsieur le Marquis de Pontbriand fait chez lui de la même maniere que je les fais ici sur la pluie. Il a trouvé qu'il est tombé en nége fonduë & en eau aux mois de

1710.  
1. Mars.

Janvier  $33^{\frac{1}{4}}$  Avril  $30^{\frac{1}{2}}$  Juillet  $18^{\frac{1}{4}}$  Oct.  $14^{\frac{1}{2}}$

Fevrier  $17^{\frac{1}{2}}$  May  $26^{\frac{1}{4}}$  Aoust  $5^{\frac{1}{4}}$  Nov.  $3^{\frac{3}{4}}$

Mars  $30^{\frac{1}{4}}$  Juin  $23^{\frac{3}{4}}$  Sept.  $5$  Dec.  $17^{\frac{1}{4}}$

& pendant toute l'année 225 lignes ou 18 pouces 9 lignes.

Cette quantité d'eau est moindre que celle que nous avons trouvée ici, & qui a été de 21 pouces 9 lignes, ce qui est extraordinaire; car nous avons remarqué les années précédentes qu'il pleut beaucoup moins ici que dans ce pais-là qui est sur le bord de la mer.

On voit par le Memoire de M. de Pontbriand que la forte gelée a commencé quelques jours plutôt dans ce lieu-là qu'à Paris; mais il y a negé dans le même tems avec un vent N. O. A Paris il ne faisoit pas presque de vent & il étoit vers le S.

Le mois de Janvier lui a donné 33 lignes  $\frac{1}{4}$  d'eau & à Paris seulement 22 lig.  $\frac{1}{2}$ . Le Memoire porte que la forte gelée avoit diminué à la fin de Janvier & recommencé en Fevrier, & que la nuit du 23 au 24 elle fut aussi forte que depuis le 6 jusqu'au 18 de Janvier. A Paris elle recommença aussi en Fevrier à peu près dans le même tems, mais elle fut bien moindre qu'en Janvier.

Il ajoûte aussi que les vents étoient très-violens de N.O; mais à Paris il n'en faisoit qu'un très-foible vers le S.

Il dit enfin que le froid n'a pas été si grand chez lui que dans le milieu de la Breragne; ce qui paroît devoir être ainsi à cause de la proximité de la mer dont les vapeurs humides absorbent une partie du grand froid, comme toutes les expériences nous le font connoître; car pendant la forte gelée l'air est extrêmement sec, & aussi-tôt qu'il devient humide il dégèle.

Je remarquerai encore ici que j'ai vû en 1679 dans le Jardin du Roi à Brest, des Ananas très beaux en pleine terre, & je croi qu'ils y avoient passé l'hyver; peut-être aussi que le terrain maritime contribuoit à cela, car je ne crois pas qu'on puisse les élever dans ce pais-ci.

En Juin il n'y eut au Pont-Briand que 23 lignes  $\frac{1}{4}$  d'eau & à Paris 45 lignes  $\frac{1}{2}$ : aussi à Paris le 25 & 26 il plut 9 lignes, & au Pont-Briand 2  $\frac{1}{2}$  seulement.

En Aoust nous avons eu un orage la nuit du 11 au 12 avec 7 lignes  $\frac{1}{2}$  d'eau, & il n'y a rien au Pont-Briand.

En Septembre nous avons eu encore ici un orage la nuit du 13 au 14 qui a donné 9 lignes d'eau & rien au Pont-Briand. De plus il n'est tombé pendant tout ce mois au Pont-Briand que 5 lignes d'eau, & à Paris plus de 29 lignes.

En Novembre, au Pont-Briand la quantité d'eau a été de 3 lig.  $\frac{1}{4}$ , & à Paris un peu moins de 1 lig.  $\frac{1}{2}$ .

En Decembre nous avons eu ici pendant la nuit du 15 au 16 une espece de houragan.

En general tous les vents de l'année sont un peu differens au Pont-Briand & à Paris, & assez souvent ils tien-

nent

nent plus du Nord au Pont-Briand qu'à Paris; ce qui pourroit être causé par la direction de la Manche, & par toutes les Côtes de l'Allemagne, du Dannemarc & de la Norvege, & principalement quand les vents viennent entre le N. & le O.

## C O M P A R A I S O N

*De mes Observations avec celles de M. Scheuchzer sur la Pluie & sur la Constitution de l'air pendant l'année 1709. à Zurich en Suisse.*

PAR M. DE LA HIRE.

**M**. Scheuchzer m'a envoyé les Observations qu'il a faites sur la quantité d'eau de pluie qui est tombée à Zurich en Suisse où il a demeuré pendant l'année 1709; d'où l'on voit que les premiers six mois lui ont donné  $172\frac{1}{2}$  lignes d'eau mesure de Paris, & les derniers 208 lignes, ce qui fait en tout  $390\frac{1}{2}$  lignes, ou 32. pouces 6. lignes  $\frac{1}{2}$ ; mais à Paris il n'en est tombé que 21 pouces 9 lignes &  $\frac{1}{8}$ ; il ajoute que cette année lui a fourni 1 pouce  $10\frac{1}{2}$  lignes plus que la précédente.

1710.  
24. May.

On connoît par la comparaison de ces observations qu'il pleut beaucoup plus en Suisse qu'à Paris.

J'avois déjà remarqué par les observations de la pluie faites à Lyon, qu'il y pleuvoit bien plus qu'à Paris, & j'en avois attribué la cause aux montagnes de Suisse qui n'en sont pas fort éloignées; & c'est ce qui se trouve confirmé par ces dernières observations. Car on ne peut pas douter que les vapeurs qui sont soutenues en l'air dans un pays plat, & qui se trouvent beaucoup au dessous des hautes montagnes, lorsqu'elles viennent à les rencontrer, s'y arrêtent & s'y condensent en forme de nége dans un tems froid, ce qui doit produire beaucoup plus

*Mem. 1710.*

T

d'eau, étant poussées par les vents contre ces rochers, que dans les lieux où elles ne s'arrêtent point ; & si l'air est assez chaud pour empêcher ces vapeurs de se geler, elles s'y amassent ensemble & y tombent en pluie, outre que les néges qui se fondent alors, & dont une partie s'éleve aussi en vapeurs, y cause des pluies très-abondantes.

Pour ce qui est des observations de M. Scheuchzer sur les augmentations ou diminutions de la riviere de la Limagne, elles suivent naturellement celles de la pluie & de la fonte des néges dans les saisons où cela arrive.

Il ajoute encore ses observations sur le Barometre & sur le Thermometre, où il marque que la plus grande hauteur du mercure du Barometre a été de 26 pouces 10 lignes  $\frac{1}{2}$  le 19 de Janvier, & la plus basse de 26 pouces le 20 & le 28 Fevrier ; & par conséquent la difference n'a été que de 10 lignes  $\frac{1}{2}$  comme dans l'année 1708.

Ce qu'il y a de considerable ici, c'est que mon Barometre a été aussi au plus haut le 19 Janvier à 28 pouces 3 lignes  $\frac{1}{2}$  avec calme, qui est le même jour où il a été au plus haut à Zurich, & que la difference est de 17 lignes ; & si l'on vouloit conclure delà la difference des hauteurs des lieux où ces observations ont été faites, en posant pour une ligne de cette difference 12 toises 3 piés, comme je l'ai déterminé dans ces quartiers-ci, on diroit que le lieu où M. Scheuchzer a observé, est plus haut que le milieu de l'Observatoire où est mon Barometre, de 212 toises  $\frac{1}{2}$ . Mais les differentes hauteurs auxquelles nous voyons qu'un même mercure se soutient dans differens tuyaux, quoique dans un même lieu, nous pourroient laisser quelque soupçon de la veritable difference de hauteur de ces lieux.

Pour ce qui est de la moindre hauteur du Barometre de M. Scheuchzer qui étoit à 26. pouces le 20 & 28 Fevrier, elle ne s'accorde pas tout-à-fait avec les miennes dans les mêmes jours ; car le 28 Fevrier j'avois 27 pouces 2 lignes avec un vent mediocre, & par conséquent la



différence de nos Barometres sera ce jour-là de 14 lignes au lieu de 15 que j'ai trouvé dans la plus grande hauteur : peut-être que l'heure de nos observations n'est pas la même, & que le vent peut aussi y apporter du changement ; M. Scheuchzer ne marque pas ces circonstances. Mais le 20 Février le mien étoit à 26 pouces 10 lignes avec un vent fort au lever du soleil : ainsi la différence ne seroit que de 10 lignes, au lieu de 14 ou 15 par les autres observations, & le mien seroit plus bas qu'il ne devoit de 4 à 5 lignes. Ce n'est pas aussi dans ces jours là que mon Barometre a été au plus bas, car je l'ai observé le 16 Decembre à 26 pouces  $7\frac{1}{2}$  avec un vent fort de Sud ; ainsi le mercure du Barometre auroit des changemens bien plus grands à Paris qu'à Zurich en Suisse.

Il me semble qu'on pourroit attribuer ces sortes d'inégalités à des causes particulieres ; car il n'est pas vraisemblable qu'elles puissent venir des hauteurs différentes de l'atmosphère, ce qui en fait la pesanteur, dans des lieux qui sont peu éloignés les uns des autres. Ne pourroit on pas croire que lorsqu'il fait un grand vent, & qu'il y a beaucoup de nuages, & principalement dans les montagnes comme en Suisse, le vent comprimeroit & condenserait l'air renfermé entre la surface de la terre, les rochers & ces nuages, enforte qu'il feroit alors une bien plus forte impression sur le mercure du Barometre, que s'il n'y avoit point de vent ? Mais comme il est rare que dans ces sortes de lieux où il y a beaucoup d'eau, il n'y ait ni vent ni nuages, aussi le mercure du Barometre s'y soutiendra-t-il par ces causes, presque toujours plus haut que dans les plaines.

Je ne puis rien dire des observations du Thermometre de M. Scheuchzer, quoique j'en aye un de M. Amon-ton semblable au sien, qui est une grosse phiole de verre avec un peu de mercure, lequel remonte dans un petit tuyau qui est ouvert par le haut, comme il les avoit construits pour faire l'expérience de l'eau bouillante ; mais

je ne m'en sers pas à cause qu'il est sujet aux differens changemens de la pesanteur de l'air.

## U S A G E

*D'une Intégrale donnée par M. le Marquis de l'Hôpital  
dans les Mem. de 1700. pag. 13.*

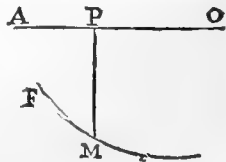
*Avec la Solution de quelques autres questions approchantes  
de la sienne.*

PAR M. V A R I G N O N.

1710.  
21. Janvier.

**J**E ne prétends presque rien donner ici de moi , mais principalement faire observer que la premiere des deux Intégrales par lesquelles M. le Marquis de l'Hôpital est arrivé à la solution du Problème proposé dans le second Tome des Supplémens des Actes de Leipzig, pag. 291. par M. ( Jean ) Bernoulli alors Professeur à Groningue , & présentement Professeur à Basle , peut encore servir à la solution de plusieurs Problèmes touchant les pressions des Courbes , le long desquelles tombent des poids qui les compriment , tant de la part de leurs forces centrifuges que de celle de leurs pesanteurs.

Ce Problème de M. Bernoulli consistoit à déterminer dans un plan vertical la Courbe FM , le long de laquelle un corps tombant librement du point A en vertu de la seule pesanteur supposée constante , la comprimeroit perpendiculairement par tout d'une force égale à cette pesanteur.



M. le Marquis de l'Hôpital après avoir appelé  $y$  , les ordonnées verticales  $PM$  de cette Courbe ;  $x$  , les abscisses  $AP$  correspondantes depuis l'origine  $A$  vers  $O$  sur l'horizontale  $AO$  ;  $dv$  , les élémens de cette

Courbe , qu'il suppose constans ; &  $a$  , la pesanteur du poids qui la doit comprimer ; a trouvé  $\frac{2ayddx}{dvdv}$  pour l'expression générale de la pression perpendiculaire causée par la force centrifuge de ce poids , &  $\frac{adx}{dv}$  pour celle d'une pareille pression causée par la seule pesanteur de ce même poids ; ce qui lui a donné  $\frac{2ayddx}{dvdv} + \frac{adx}{dv}$  pour l'expression générale de la force totale avec laquelle ce poids doit comprimer perpendiculairement cette Courbe en chaque point  $M$  , tant de la part de la force centrifuge que de celle de sa pesanteur , sa force centrifuge pressant ainsi cette Courbe de la force  $\frac{2ayddx}{dvdv}$  , & sa pesanteur la pressant de la force  $\frac{adx}{dv}$ . Delà il lui est venu , suivant la condition du Problème ,  $a = \frac{2ayddx}{dvdv} + \frac{adx}{dv} = \frac{2ayddx + adxdv}{dvdv}$  ; d'où il a tiré  $2yddx + dxdv = dv dv$  ; & ensuite (en divisant le tout par  $2vy$ )  $\frac{2yddx + dxdv}{2vy} = \frac{dv dv}{2vy}$ , que  $dv$  (*hyp.*) constante lui a permis d'intégrer en  $dxv/y = dvv/y - dvv/a$ . C'est ce tour d'intégration , & même le premier membre  $dxv/y$  de cette intégrale , que je dis ne servir pas seulement à la solution du Problème précédent , mais encore à celle de plusieurs autres de cette nature : par exemple à celle de celui-ci , &c.

### PROBLÈME I.

*Trouver la nature de la Courbe FM qu'un poids tombant comme ci-dessus , presseroit perpendiculairement en chaque point M en raison des puissances  $n$  des hauteurs PM de sa chute faite librement du point A le long de cette Courbe.*

### SOLUTION.

Les noms demeurant les mêmes que ci-dessus , ayant encore ici  $\frac{2ayddx + adxdv}{dvdv}$  pour l'expression générale de la force totale avec laquelle le poids qu'on suppose tomber

de  $A$  le long de la Courbe  $FM$ , la doit presser perpendiculairement en chaque point  $M$  ; il est visible que l'on aura ici  $\frac{2ayddx + adxdy}{dvd y} = \frac{by^n}{c^n}$  dont  $b, c$ , sont des indé-

terminées constantes quelconques ; & delà  $2ac^nyddx + ac^ndydx = by^ndydv$  ; & ensuite ( en divisant le tout par  $2\sqrt{y}$ , comme M. le Marquis de l'Hôpital a fait dans sa solution du Problème de M. Bernouilli )  $ac^n \times \frac{2yddx + dydx}{2\sqrt{y}} = b dv \times$

$\frac{y^ndy}{2\sqrt{y}} = \frac{bdv}{2} \times y^{n-\frac{1}{2}}dy$ , dont l'intégrale est  $ac^n \times dx\sqrt{y} = b dv \times \frac{y^{n+\frac{1}{2}}}{2n+1}$  en prenant  $dv$  constante, ou  $dx\sqrt{y} = \frac{bdv}{ac^n} \times \frac{y^{n+\frac{1}{2}}}{2n+1}$ ,

laquelle intégrale on voit avoir le même premier membre  $dx\sqrt{y}$  que la précédente de M. le Marquis de l'Hôpital, & trouvé de la même maniere que par lui. Donc  $2n+1 \times ac^ndx = by^ndv$ , ou  $2n+1^2 \times aac^{2n}dx^2 = bby^{2n}dv^2 = bby^{2n}dx^2 + bby^{2n}dy^2$ , ou bien aussi  $2n+1^2 \times aac^{2n}dx^2 - bby^{2n}dx^2 = bby^{2n}dy^2$  ; d'où résulte  $dx = \frac{by^ndy}{\sqrt{2n+1^2 \times aac^{2n} - bby^{2n}}}$  pour

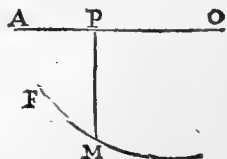
l'équation de la Courbe requise, laquelle équation se change en  $dx = \frac{y^ndy}{\sqrt{2n+1^2 \times a^{2n} - y^{2n}}}$  en y faisant  $b=a=c$ :

on n'y a introduit les indéterminées constantes  $b, c$ , que pour la rendre susceptible de plus de variété sans sortir des conditions du Problème.

Voici quelques Corollaires de cette

derniere équation  $dx = \frac{y^ndy}{\sqrt{2n+1^2 \times a^{2n} - y^{2n}}}$  lesquels suffi-

ront pour faire voir l'usage promis de l'intégrale  $dx\sqrt{y}$  que nous venons d'emprunter de M. le Marquis de l'Hôpital.



## COROLLAIRE I.

Soit, si l'on veut,  $n=2$ , c'est-à-dire les pressions précédentes de la Courbe  $FM$  en raison des quarrés des hauteurs  $PM$  ( $y$ ) des chutes du poids, faites du point  $A$  le long de cette Courbe, ou (suivant l'hypothèse de Galilée sur la pesanteur) en raison des quatrièmes puissances des vitesses de ce poids en chaque point  $M$ ; l'équa-

tion précédente  $dx = \frac{y^n dy}{\sqrt{2n+1}^2 \times a^{2n} - y^{2n}}$  se changera ici

en  $dx = \frac{yydy}{\sqrt{25a^4 - y^4}}$ , qui est celle que M. (Jacques) Ber-

noulli a assignée à la Courbe élastique dans les Actes de Leipsik de 1694. pag. 272. & de 1695. pag. 538. dans lesquels  $a$  signifie la même chose qu'ici  $a\sqrt{5}$ . Ce qui fait voir que cette Courbe élastique seroit celle de ce cas-ci.

## COROLLAIRE II.

Si l'on suppose  $n=1$ , c'est-à-dire les pressions précédentes de la Courbe cherchée, en raison des hauteurs des chutes du poids qui la doit comprimer, ou (suivant l'hypothèse de Galilée sur la pesanteur) en raison des quarrés des vitesses de ce poids le long de cette Courbe;

la seconde équation générale  $dx = \frac{y^n dy}{\sqrt{2n+1}^2 \times a^{2n} - y^{2n}}$ , se

changera ici en  $dx = \frac{ydy}{\sqrt{9aa - yy}}$ , dont l'intégrale est  $x =$

$-\sqrt{9aa - yy} + q$ : de sorte que le cas de  $x=0$  en  $A$ , rendant pareillement de ce point  $y=0$ , & réduisant ainsi cette intégrale à  $0 = -3a + q$  d'où résulte  $q=3a$ ; cette intégrale complete doit être  $x = 3a - \sqrt{9aa - yy}$ , ou  $\sqrt{9aa - yy} = 3a - x$ , dont le quarré  $9aa - yy = 9aa - 6ax + xx$ , donne  $yy = 6ax - xx$ , qui est une équation au cercle dont le rayon est  $=3a$ , & qui fait voir que ce cercle seroit la Courbe requise en ce cas-ci. M. Saurin l'a aussi

trouvé, & en a rendu pareillement gloire à M. le Marquis de l'Hôpital.

## COROLLAIRE III.

Si présentement on suppose  $n = \frac{1}{2}$ , c'est-à-dire, les pressions précédentes de la Courbe  $FM$ , en raison des racines quarrées des hauteurs des chutes du poids comprimant, ou (suivant l'hypothèse de Galilée sur la pesanteur) en raison des vitesses de ce poids le long de cette Courbe; la précédente équation générale  $dx =$

$$\frac{y^n dy}{\sqrt{2n+1}^2 \times a^{2n} - y^{2n}}, \text{ se changera tout d'un coup en } dx =$$

$\frac{dy\sqrt{y}}{\sqrt{4a-y}}$  qui est une équation à la Cycloïde pour ce cas-ci; dont M. Parent a donné la Synthèse dans les Mem. de 1708. pag. 224.

M. Parent a eu raison de dire (page 227.) que la *Method* ou l'Analyse de ce cas particulier des pressions en raison des vitesses, ou en raison réciproque des instans employés à parcourir des élémens constans de la Courbe cherchée, est maintenant dans les mains de tout le monde. Car M. le Marquis de l'Hôpital ayant donné  $\frac{2ayddx}{dvd y} + \frac{adx}{dv}$  pour l'expression générale de ces pressions totales perpendiculaires à la Courbe cherchée, ce cas de telles pressions en raison des vitesses  $\sqrt{ay}$  du corps comprimant en tombant le long de cette Courbe, donne tout d'un coup  $\sqrt{ay} = \frac{2ayddx}{dvd y} + \frac{adx}{dv} = \frac{2ayddx + adxdy}{dvd y}$ , ou  $dvd y \sqrt{y} = 2y ddx \sqrt{a} + dx dy \sqrt{a}$ , ou bien aussi  $\frac{dxdy}{2} = \frac{2y ddx + dxdy}{2\sqrt{y}} \times \sqrt{a}$ , dont l'intégrale (à cause de  $dv$  constante) est  $\frac{ydv}{2} = dx \sqrt{y} \times \sqrt{a} = dx \sqrt{ay}$ , ou  $2 dx \sqrt{ay} = ydv$ ; & son quarré  $4aydx^2 = yydv^2 = yydx^2 + yydy^2$ , lequel donnant  $4adx^2 - ydx^2 = ydy^2$ , donne aussi  $dx = \frac{dy\sqrt{y}}{\sqrt{4a-y}}$  pour l'équation de la Courbe cherchée  $FM$ , laquelle on voit être encore une Cycloïde ordinaire, & la même que la précédente.

COROL.

COROLLAIRE IV.

Si l'on suppose  $n = -1$ , c'est-à-dire les pressions de la Courbe  $FM$  en raison réciproque des hauteurs  $PM$ , ou des quarrés des vitesses du poids en chaque point  $M$ ,

l'équation  $dx = \frac{y^n dy}{\sqrt{2n+1}^2 \times a^{2n} - y^{2n}}$  se changera en  $dx =$

$$y \sqrt{\frac{1}{aa} - \frac{1}{yy}} = \frac{dy}{\sqrt{yy - aa}} = \frac{2}{a} \times \frac{aady}{2\sqrt{yy - aa}}, \text{ dont l'intégrale est}$$

$x = \frac{2}{a} \times \int \frac{aady}{2\sqrt{yy - aa}}$  dépendante de la quadrature de l'Hyperbole.

Quelques autres valeurs qu'on donne à  $n$ , on trouvera de même les Courbes susceptibles des pressions qui y conviennent, ou bien leur impossibilité, suppose les intégrations nécessaires.

REMARQUE.

I. Si entre les valeurs de  $n$  on suppose  $n = 0$ , & conséquemment  $y^n = y^0 = 1$ , c'est-à-dire, les pressions de la Courbe par tout les mêmes, la seconde équation générale  $dx = \frac{y^n dy}{\sqrt{2n+1}^2 \times a^{2n} - y^{2n}}$  de la Solution, se réduira

à  $dx = \frac{dy}{\sqrt{1-1}} = \frac{dy}{0}$ ; ce qui fait voir qu'en ce cas la Courbe  $FM$  dégénéreroit en une ligne droite horizontale dont la charge ou la pression, toujours la même, seroit seulement égale à la pesanteur entière du poids alors toute employée à cette compression sans le secours d'aucune force centrifuge, ce poids y demeurant librement en repos contre la condition du Problème qui l'exige tombant en vertu de sa pesanteur.

II. Cette exclusion de la force centrifuge venant du concours des hypothèses  $b=a$ ,  $n=0$ , il faut se servir ici de

la première équation générale  $dx = \frac{by^n dy}{\sqrt{2n+1}^2 \times aac^{2n} - bby^{2n}}$

de la Solut. au lieu de la seconde  $dx = \frac{ydy}{\sqrt{2n+1} \cdot x a^{2n} - y^{n2}}$ ;

& en employant l'hypothèse de  $n=0$  dans cette première équation dont  $a, b, c$ , sont de différentes valeurs constantes quelconques, elle se réduira pour lors à  $dx = \frac{b dy}{\sqrt{aa-bb}}$ ; ce qui, en faisant  $a > b$ , fait voir que la ligne cherchée  $FM$  seroit à la vérité encore une ligne droite, mais présentement inclinée à l'horizon d'un angle dont le sinus seroit à celui de son complément ::  $dy : dx :: \sqrt{aa-bb} : b$ . On voit aussi que cette ligne ne seroit encore comprimée dans ce cas-ci de  $n=0$ , que par la seule pesanteur du poids sans le secours d'aucune force centrifuge, un corps mù le long d'une ligne droite n'en ayant jamais par rapport à elle.

Pour ce qui est de l'impression que le poids fait ainsi par sa seule pesanteur ( $a$ ), sur cette ligne droite inclinée à l'horizon suivant l'angle qu'on lui vient de déterminer; on la trouvera  $=b$  si l'on considère que l'équation  $dx = \frac{b dy}{\sqrt{aa-bb}}$  de cette ligne, donnant  $dy = \frac{dx \sqrt{aa-bb}}{b}$ , & conséquemment  $dv^2 (dx^2 + dy^2) = dx^2 + \frac{aa dx^2 - bb dx^2}{bb} = dx^2 + \frac{aa dx^2}{bb} - dx^2 = \frac{aa dx^2}{bb}$ , ou  $dv = \frac{a dx}{b}$ , la substitution de cette valeur de  $dv$  dans l'expression générale  $\frac{adx}{dv}$  de l'effort de la pesanteur du poids sur ce qu'elle presse, doit rendre pour ici cette expression  $\frac{a^2 dx}{dv} = \frac{a^2 dx}{a dx} = a$ ; ce qui fera voir que la force de la pression du plan ici incliné doit être à celle de l'horizontal de l'art. 1. c'est-à-dire à la pesanteur entière du poids comprimant l'un & l'autre ::  $b : a$ .

III. Le cas de  $n=0$ , qui en rendant ainsi droite (art. 1. 2.) la ligne cherchée  $FM$ , sçavoir (art. 1.) horizontale en faisant  $b=a$ , & (art. 2.) inclinée à l'horizon en faisant  $b < a$ , pressée toujours d'une même force  $=a$  par le poids en repos lorsqu'elle est horizontale, & d'une force  $=b$  par le même poids en mouve-



ment lorsqu'elle est inclinée à l'horizon suivant l'angle marqué dans l'art. 2. n'étant pressée en chaque point que de la part de la pesanteur constante, faute de force centrifuge en ce cas-ci ; il est visible que la ligne droite posée de la seconde de ces deux manières satisferoit au Problème de M. Bernoulli, s'il ne s'y agissoit que de pressions égales moindres que la pesanteur, & sans y requérir aucunes forces centrifuges qui y sont toujours anéanties par  $n=0$ . Mais ce Problème, outre des pressions égales à la pesanteur du poids, exigeant des forces centrifuges qui avec cette pesanteur aient aussi part à ces pressions constantes de la ligne cherchée ; M. le Marquis de l'Hôpital, pour conserver ces forces centrifuges, a ajouté la grandeur constante  $dv\sqrt{a}$  au second membre de l'intégrale immédiate  $dx\sqrt{y}=dv\sqrt{y}$  qui lui est venue de la différentielle  $\frac{2y\sqrt{dx}+dy\sqrt{x}}{2\sqrt{y}}=\frac{dy\sqrt{dv}}{2\sqrt{y}}$  résultante des conditions de ce Problème : c'est pour cela, dis-je, qu'il en a conclu  $dx\sqrt{y}=dv\sqrt{y}-dv\sqrt{a}$ . Sans cela l'intégrale immédiate  $dx\sqrt{y}=dv\sqrt{y}$  ne lui donnant que  $dx=dv=\sqrt{dx^2+dy^2}$  ; & conséquemment  $dy=0$ , il n'auroit aussi trouvé qu'une droite horizontale pour la ligne cherchée dans son Problème.

IV. On pourroit aussi ajouter la grandeur constante  $+\frac{bdv}{ac^n} \times \frac{g^n\sqrt{g}}{2n+1}$  à l'intégrale  $dx\sqrt{y}=\frac{bdv}{ac^n} \times \frac{y^n\sqrt{y}}{2n+1}$  trouvée

dans la Solution précédente, & prendre  $dx\sqrt{y}=\frac{bdv}{ac^n} \times$

$\frac{y^n\sqrt{y}}{2n+1} + \frac{bdv}{ac^n} \times \frac{g^n\sqrt{g}}{2n+1}$  pour cette intégrale, celle-ci ayant

la même différentielle que l'autre ; ce qui donnant  $\frac{2n+1}{2n+1} \times ac^n dx\sqrt{y}=y^n\sqrt{y} \pm g^n\sqrt{g} \times b\sqrt{dv}$ , ou (en quarrant le tout)  $\frac{2n+1}{2n+1} \times aac^{2n}y dx^2=y^n\sqrt{y} \pm g^n\sqrt{g}^2 \times bbdv^2=$

$y^n\sqrt{y} \pm g^n\sqrt{g}^2 \times bbdx^2 + bbdy^2$ , donneroit aussi  $dx=$

$\frac{b\sqrt{y}\sqrt{y} \pm b\sqrt{g}\sqrt{g}}{\sqrt{2n+1} \times aac^{2n}y - b\sqrt{y}\sqrt{y} + b\sqrt{g}\sqrt{g}} \times dy$  pour l'équation gé-

nérale de la Courbe cherchée dans le Problème précé-

dent: & si l'on y fait non-seulement  $b=a=c$ , comme dans la Solution de ce Problème, mais encore  $g=a$ ; l'on y aura de même  $dx = \frac{y^n \sqrt{y} \pm a^n \sqrt{a}}{\sqrt{2n+1}^2 \times a^{2n} y - y^n \sqrt{y} \pm a^n \sqrt{a}^2} \times dy$

pour l'équation requise.

Il n'y a plus qu'à faire  $n=0$  dans cette dernière équation pour la changer tout d'un coup en  $dx = \frac{\sqrt{y} \pm \sqrt{a}}{\sqrt{y - y \pm \sqrt{a}^2}} \times dy$   
 $= \frac{\sqrt{y} \pm \sqrt{a}}{\sqrt{y - y \pm 2\sqrt{a}y - a}} \times dy = \frac{\sqrt{y} \pm \sqrt{a}}{\sqrt{\pm 2\sqrt{a}y - a}} \times dy$ ; c'est-à-dire, en  
 $dx = \frac{\sqrt{y} \pm \sqrt{a}}{\sqrt{-2\sqrt{a}y - a}} \times dy$ , & en  $dx = \frac{\sqrt{y} - \sqrt{a}}{\sqrt{2\sqrt{a}y - a}} \times dy$ , dont la première est imaginaire, & la seconde est celle de M. le Marquis de l'Hôpital. Et ainsi de toutes les autres valeurs de  $n$ .

Après avoir ainsi trouvé les Courbes des pressions perpendiculaires causées tout à la fois par la force centrifuge & par la pesanteur d'un poids comprimant en raison des puissances quelconques des hauteurs de sa chute en tombant le long de ces Courbes; voici à cette occasion les Courbes de pareilles pressions causées de même en raison de ces puissances quelconques par chacune de ses forces considérées séparément; & les courbes sur lesquelles les pressions perpendiculaires d'une de ces forces seroient à celles de l'autre en raison donnée quelconque.

## PROBLÈME I I.

Trouver une Courbe FM dont les pressions perpendiculaires causées par la seule force centrifuge d'un poids tombant de A le long de cette Courbe, soient en raison des puissances  $n$  des hauteurs PM de sa chute.

### SOLUTION.

Les noms & la Figure demeurant ici les mêmes que dans le Problème 1. l'on aura  $\frac{2ayddx}{dvdy}$  pour l'expression générale de ces pressions en faisant  $dv$  constante.

Donc la condition de ce Problème-ci donnera  $\frac{2ayddx}{dvdy} =$

$= \frac{by^n}{c^n}$ , ou  $2ac^n dx = b dv \times y^{n-1} dy$ , que  $dv$  (hyp.) constante per-

met d'intégrer en  $2ac^n dx = b dv \times \frac{y^n}{n}$ , d'où résulte  $2nac^n dx =$

$by^n dv$ , de qui le carré  $4nnaac^{2n} dx^2 = bby^{2n} dv^2 = bby^{2n} dx^2$

$+ bby^{2n} dy^2$  donnant  $4nnaac^{2n} dx^2 - bby^{2n} dx^2 = bby^{2n} dy^2$ , don-

nera  $dx = \frac{by^n dy}{\sqrt{4nnaac^{2n} - bby^{2n}}}$ , ou (en faisant  $b=a=c$ )

$dx = \frac{y^n dy}{\sqrt{4naa^{2n} - y^{2n}}}$  pour l'équation de la Courbe cher-

chée.

On voit que cette Courbe doit être semblable à celle du Problème 1. n'y ayant de différence, qu'en ce qu'au lieu de  $4nn$  qui sont ici, il y a là  $2n+1^2$ : aussi les Corollaires de ce Problème-ci donnent-ils des Courbes de même espèce que ceux de celui-là en pareils cas, c'est-à-dire à chaque valeur de  $n$  la même pour l'un & pour l'autre: par exemple,

## COROLLAIRE I.

Si l'on veut  $n=2$ , la seconde  $dx = \frac{y^2 dy}{\sqrt{4nna^{2n} - y^{2n}}}$  des deux équations précédentes se changera en  $dx = \frac{y^2 dy}{\sqrt{16a^4 - y^4}}$ .

Ce qui fait voir que la Courbe ici cherchée sera comme dans le même cas du Corol. 1. du Prob. 1. L'Elastique assignée par M. (Jaques) Bernoulli dans les Actes de Leipsik de 1694. pag. 272. & de 1695. pag. 538. dans lesquels  $a$  signifie la même chose qu'ici  $2a$ , & que  $a\sqrt{5}$  dans le Corol. 1. du Prob. 1.

## COROLLAIRE II.

Si l'on suppose  $n=1$ , la même équation générale  $dx = \frac{y^n dy}{\sqrt{4nna^{2n} - y^{2n}}}$  se changera en  $dx = \frac{y dy}{\sqrt{4aa - yy}}$ , qui est une équation au cercle comme en pareil cas du Cor. 2. du Prob. 1.

## COROLLAIRE III.

Si l'on suppose  $n = \frac{1}{2}$ , cette même équation générale  $dx = \frac{y^n dy}{\sqrt{4nna^{2n} - y^{2n}}}$  se changera en  $dx = \frac{dy \sqrt{y}}{\sqrt{a - y}}$ , qui est une équation à la Cycloïde ordinaire comme en pareil cas du Corol. 3. du Prob. 1.

## COROLLAIRE IV.

Si l'on suppose  $n = -1$ , la même équation générale  $dx = \frac{y^n dy}{\sqrt{4nna^{2n} - y^{2n}}}$  se changera en  $dx = \frac{dy}{y \sqrt{\frac{4}{aa} - \frac{1}{yy}}} = \frac{ady}{\sqrt{4yy - aa}}$ , qui est une équation à une Courbe semblable à celle du Corol. 4. du Prob. 1. en pareil cas, & semblablement dépendante de la quadrature de l'hyperbole. Ce fera la même chose de toutes les autres valeurs de  $n$ , supposé les intégrations nécessaires.

## REMARQUE.

I. Il est pourtant à remarquer que si l'on suppose  $n = 0$ , c'est à-dire ici, la force centrifuge perpendiculaire constante & par tout la même, l'une & l'autre des deux équations générales de ce Problème-ci se changera en l'imaginaire  $dx = \frac{dy}{\sqrt{-1}}$ ; ce qui n'arrive point dans la générale du Probl. 1. Mais cela ne venant que de ce que cette supposition de  $n = 0$ , rend ici  $4nn = 0$ , & là  $2n + 1 = 1$ , toutes les autres valeurs de  $n$  ne laissent pas de donner des Courbes semblables de part & d'autre, ou également impossibles.

II. Il est vrai que la différentielle  $2ac^n dx = b dv \times y^{n-1} dy$  de la première des deux équations générales du présent Prob. 2. & conséquemment de la seconde, est aussi celle de  $2ac^n dx = b dv \times \frac{y^n}{n} \pm b dv \times \frac{y^n}{n}$ , d'où résulte pareillement

$$dx = \frac{by^n + bg^n}{\sqrt{4nnac^{2n} - bb \times y^n + g^{2n}}} \times dy \text{ pour l'équation de la}$$

Courbe ici requise ; mais le cas présent de  $n=0$ , la réduisant à  $dx = \frac{b+b}{\sqrt{-bb \times 1+1}} \times dy = \frac{1+1}{\sqrt{-1+1}} \times dy$ , c'est-à-dire, à  $dx = \frac{dy}{\sqrt{-4}}$ , ou à  $dx = \frac{dy}{\sqrt{-0}}$ , y devient aussi imaginaire ou impossible.

III. Ce n'est pourtant pas que ce cas soit absolument impossible, mais seulement qu'il est exclus de la Solut. précéd. par le changement qu'on y a fait de  $\frac{2ayddx}{dvdy} = \frac{by^n}{c^n}$  en

$$\frac{2addx}{dvdy} = \frac{by^{n-1}}{c^n}, \text{ lequel faisant ainsi évanouir } y \text{ de } \frac{2ayddx}{dvdy},$$

comme compris dans  $y^n$ , il n'en reste plus dans la suite pour ce cas de  $n=0$ ; au lieu que cet  $y$  auroit resté dans la différentielle  $\frac{2ayddx}{dvdy} = b$  propre de ce cas, telle qu'elle

$$\text{auroit résulté de } \frac{2ayddx}{dvdy} = \frac{by^n}{c^n} \text{ en y faisant d'abord } n=0 :$$

c'est, dis-je, tellement cet évanouissement de  $y$  dans  $\frac{2ayddx}{dvdy} = b$  qui cause cette exclusion ou impossibilité apparente, qu'en l'y laissant la Courbe de ce cas se trouvera

très réelle. En effet  $\frac{2ayddx}{dvdy} = b$  donnant  $2addx = b dv \times \frac{dy}{y}$ ,

donnera aussi (en intégrant, &  $dv$  demeurant constante)

$$2adx = b dv \times ly, \text{ dont le carré } 4aadx^2 = bb \times ly^2 dv^2 =$$

$$bb \times ly^2 dx^2 + bb \times ly^2 dy^2 \text{ donnant } 4aadx^2 - bb \times ly^2 dx^2 =$$

$$bb \times ly^2 dy^2, \text{ donne aussi } dx = \frac{blydy}{\sqrt{4aa - bby^2}} \text{ pour l'équation}$$

de ce cas-ci, laquelle doit être réelle tant que  $bly$  sera moindre que  $2a$ .

IV. La différentielle  $2addx = b dv \times \frac{dy}{y}$ , ayant aussi

$$2adx = b dv \times ly + b dv lg \text{ pour intégrale, on trouvera encore}$$

$$\text{de même } \frac{ly + lg}{\sqrt{4aa - bb \times ly + lg}} \times bdy \text{ pour l'équation de la Cour-}$$

be de ce cas-ci, laquelle sera encore réelle tant que  $b \times ly + b \times lg$  sera moindre que  $2a$ .

## PROBLEME III.

*Trouver la Courbe FM dont les pressions perpendiculaires causées par la seule pesanteur d'un poids tombant de A le long de cette Courbe, soient en raison des puissances n des hauteurs PM de sa chute.*

## SOLUTION.

Les noms & la Figure demeurant encore ici les mêmes que dans le Problème 1. l'on aura  $\frac{adx}{dv}$  pour l'expression générale de ces pressions. Donc la condition de ce Problème-ci donnera  $\frac{adx}{dv} = \frac{by^n}{c^n}$ , ou  $ac^n dx = by^n dv$ ; & (en quarrant le tout)  $aac^{2n} dx^2 = bby^{2n} dv^2 = bby^{2n} dx^2 + bby^{2n} dy^2$ , ou  $aac^{2n} dx^2 - bby^{2n} dx^2 = bby^{2n} dy^2$ ; d'où résulte  $dx = \frac{by^n dy}{\sqrt{aac^{2n} - bby^{2n}}}$ , ou (en faisant  $b = a = c$ )  $dx = \frac{y^n dy}{\sqrt{a^{2n} - y^{2n}}}$  pour l'équation de la Courbe cherchée, qu'on voit être encore semblable à celles des Probl. 1. 2. n'y ayant de différence ici & là que dans les coefficients de  $aac^{2n}$ ,  $a^{2n}$ .

## REMARQUE.

I. On ne s'arrêtera point ici à faire voir que dans toutes les suppositions de  $n=2$ ,  $n=1$ ,  $n=\frac{1}{2}$ ,  $n=-1$ , &c. on aura pareillement ici des Courbes semblables à celles qu'on a déduites des Solutions des Prob. 1. 2. pour tous ces cas, excepté dans celui de  $n=0$ , qu'on vient de voir dans les art. 1. 2. de la Remarque sur le Prob. 2. ne pouvoir convenir à ce Problème-là.

II. Si au lieu de faire ici  $\frac{adx}{dv} = \frac{by^n}{c^n}$ , l'on y eût fait  $\frac{adx}{dv} = \frac{by^n}{2nc^n}$ , l'on y auroit eu la même équation  $dx = \frac{by^n dy}{\sqrt{4nmaac^{2n} - bby^{2n}}}$  qu'on a trouvée dans la Solution du Problème 2. Ce qui prouve encore la ressemblance, & même

même l'identité des Courbes de ces deux Problèmes 2 3.

### PROBLEME IV.

Trouver la Courbe FM dont les pressions perpendiculaires causées par la force centrifuge d'un poids tombant de A le long de cette courbe, soient aux pressions perpendiculaires causées par la pesanteur de ce poids, en raison constante quelconque de  $m$  à  $n$ .

### SOLUTION.

Les noms & la Figure demeurant encore ici les mêmes que dans le Problème I. l'on aura ici  $\frac{2ayddx}{dvdy} : \frac{adx}{dv} :: m. n$ . D'où résulte  $2nyddx = mxdy$ , ou  $2nyddx - mxdy = 0$  : de sorte qu'en multipliant le tout par  $\frac{y^{m-1}dx^{2n-1}}{y^{2m}}$ , l'on aura pareillement ici  $\frac{2nymdx^{2n-1}ddx - mxdx^{2n}y^{m-1}dy}{y^{2m}} = 0$ , dont l'intégrale est  $\frac{dx^{2n}}{y^m} = \frac{dv^{2n}}{a^m}$  en prenant  $dv$  constante comme l'est  $a$ . Et cette intégrale se changeant en  $\frac{dx^2}{y^{\frac{m}{n}}} = \frac{dv^2}{a^{\frac{m}{n}}}$ , ou en  $\frac{m}{a^{\frac{m}{n}}}dx^2 = \frac{m}{y^{\frac{m}{n}}}dv^2 = \frac{m}{y^{\frac{m}{n}}}dx^2 + \frac{m}{y^{\frac{m}{n}}}dy^2$ , & delà en  $\frac{m}{a^{\frac{m}{n}}}dx^2 - \frac{m}{y^{\frac{m}{n}}}dx^2 = \frac{m}{y^{\frac{m}{n}}}dy^2$ ; il en résulte  $dx = \frac{y^{\frac{m}{2n}}dy}{\sqrt{a^{\frac{m}{n}} - y^{\frac{m}{n}}}}$  pour l'équation de la Courbe cherchée.

### COROLLAIRE.

Il est manifeste que les hypothèses de  $m=4n$ ,  $m=2n$ ,  $m=n$ ,  $m=-2n$ , &c. donneront ici des Courbes semblables à celles qui ont résulté de  $n=2$ ,  $n=1$ ,  $n=\frac{1}{2}$ ,  $n=-1$ , &c. dans les Corol. 1. 2. 3. 4. des Probl. 1. 2. & qui en résulteroient aussi dans la Solut. du Probl. 3.

Mem. 1710.

X

## REMARQUE.

I. Au lieu de l'intégrale  $\frac{dx^{2n}}{y^m} = \frac{dv^{2n}}{a^m}$ , on pouvoit prendre pareillement ici  $\frac{dx^{2n}}{y^m} = \frac{b^{2n}dv^{2n}}{2da^{2n} \times c^m}$ , la différentielle de ces deux intégrales étant la même dans la présente hypothese de  $dv$  constante ; & l'on auroit eu  $\frac{dx^2}{y^m} = \frac{b^2dv^2}{2na^2 \times c^m} = \frac{bbdv^2}{4nnaac^m}$ , ou  $4nnaac^m dx^2 = bby^m dv^2 = bby^n dx^2 + bby^n dy^2$ ; ce qui donnant  $4nnaac^m dx^2 - bby^n dx^2 = bby^n dy^2$ , l'on auroit aussi trouvé  $dx = \frac{by^{\frac{m}{2}} dy}{\sqrt{4nnaac^m - bby^n}}$  pour l'équation de la Courbe cherchée.

II. Si l'on suppose présentement  $m = 2nm$ , cette équation se changera en  $dx = \frac{by^n dy}{\sqrt{4nnaac^{2n} - bby^{2n}}}$  la même que

dans les Probl. 2. 3. Ce qui prouve non seulement la ressemblance des Courbes de ces trois Problèmes, mais encore l'identité de ces Courbes en faisant ici  $m = 2nm$ ; & si l'on joint à ceci ce qu'on a vû dans les Corol. du Probl. 2. de la ressemblance des Courbes de ce Problème & du Probl. 1. on verra sans peine que dans les mêmes cas les quatre Problèmes précédens donnent des Courbes semblables.

Cela se voit encore tout d'un coup en jettant les yeux sur les deux équations générales  $dx = \frac{by^n dy}{\sqrt{2n+1^2 \times aac^{2n} - bby^{2n}}}$ ,

$dx = \frac{by^n dy}{\sqrt{4nnaac^{2n} - bby^{2n}}}$  dont la première est celle de la

Courbe du Probl. 1. & la seconde, celle de la Courbe de chacun des trois autres : ces deux équations étant de



même nature, n'y ayant de différence que dans les coefficients  $2n+1^2$ ,  $4nm$ , de la grandeur constante  $aac^{2n}$ .

III. Puisque (*hyp.*) dans ce dernier Probl. 4. la pression causée par la force centrifuge du poids compriment, est à ce qu'en cause sa pesanteur ::  $m.n$ , la supposition qu'on vient de faire (*art. 2.*) de  $m=2nn$ , rendroit ce raport ::  $2nn.n :: 2n.1 :: n. \frac{1}{2}$ .

Cela suit encore des Solutions des Probl. 2. 3. Car puisqu' (*Prob. 2.*)  $\frac{2ayddx}{dvdy} = \frac{by^n}{c^n}$ , & (*Remarque art. 2. Prob. 3.*)

$$\frac{adx}{dv} = \frac{by^n}{2nc^n}, \text{ la pression de la force centrifuge } \left( \frac{2ayddx}{dvdy} \right)$$

doit aussi être suivant ces deux Problèmes à celle  $\left( \frac{adx}{dv} \right)$

de la pesanteur ::  $\frac{by^n}{c^n} . \frac{by^n}{2nc^n} :: 2n.1 :: n. \frac{1}{2}$ . Ce qui est en-

core une confirmation des ressemblances précédentes.

## OBSERVATIONS

### SUR LA RHUBARBE.

PAR M. BOULDU.

Nous avons dans divers Auteurs une histoire assez exacte de la Rhubarbe, pour me dispenser d'en donner ici la description, ayant seulement dessein de rapporter ce que j'ai connu de ses effets par la pratique, & de ses principes par l'analyse.

Les expériences apprennent que cette racine est un purgatif des plus doux & des plus efficaces, mais l'on soutient communément qu'elle est en même tems astringente; d'où l'on infere qu'elle évacue en fortifiant & en reserrant, & qu'elle peut, par de certaines préparations, être dépouillée de sa vertu cathartique & rester toute astringente, comme si dans son état naturel elle étoit

1710.  
15. & 29.  
Janvier.

composée de deux parties qui pussent aisément se diviser & être séparées l'une de l'autre.

Personne n'osera jamais contester la vertu purgative de la Rhubarbe; mais qu'elle resserre & fortifie encore par elle-même, c'est ce qui me semble difficile à prouver par des faits sensibles & convaincans. Je sçai qu'outre la faveur amere & nullement désagréable qu'on y remarque quand on la mâche, & qui semble indiquer sa qualité purgative, la langue se trouve aussi frappée d'une certaine âpreté semblable à celle qui s'observe dans tout ce que nous appellons astringent, & qui a fait dire que la Rhubarbe étoit aussi astringente; mais jusqu'à présent on n'a pû encore démontrer que les particules qui causent cette âpreté sur la langue, fassent sur le ventricule & sur le conduit intestinal une impression suffisante pour les resserer & les faire entrer en des contractions opposées à celles par lesquelles les matieres étoient déterminées à y couler de haut en bas, comme on l'éprouve de l'Ypecacuanha, qui manifestement purge & resserre tout à la fois; & il n'est pas aisé non-plus de se persuader qu'après avoir essayé d'ôter à la Rhubarbe la propriété qu'elle a d'agir par les déjections, il ne lui reste plus que celle de restreindre.

J'avoué que la Rhubarbe terresfiée ne purge presque pas, & qu'après avoir tiré la teinture de cette racine, le marc n'est aucunement purgatif; mais par routes les épreuves que j'ai faites dans les occasions les plus propres à m'en éclaircir, je n'ai pû encore m'assurer que la Rhubarbe, après ces deux préparations & d'autres pareilles, soit véritablement astringente.

Il est constant que dans tous les purgatifs dont on a tiré la teinture par des menstres convenables, il se rencontre outre cette substance mielleuse qu'on nomme extrait, qui contient toute la vertu purgative, une seconde substance terrestre qui est le marc qui sert comme de frein pour moderer l'activité de l'autre lorsqu'elles ne sont point séparées, & qui ne purge en nulle façon. Il

faudroit donc dire sur ce pied-là que le marc ou le résidu de tous les purgatifs seroit astringent, ce qu'on n'a point encore avancé, parce qu'afin qu'un médicament passe pour astringent, il doit sensiblement resserrer & être employé avec succès dans les dévoyemens.

Je vais donc maintenant rapporter ce que j'ay nouvellement observé de la Rhubarbe par les différentes teintures ou extractions & par la distillation, ainsi que j'en ai usé à l'égard des autres purgatifs dont j'ai parlé dans d'autres Assemblées.

J'ai mis en infusion au bain de cendres à chaleur toujours égale pendant 24. heures deux onces de Rhubarbe choisie coupée par tranches dans 24 onces d'eau de rivière pure; j'en ai ensuite coulé l'infusion que j'ai légèrement exprimée; la teinture ayant été bien reposée étoit d'un beau jaune foncé tirant sur le rouge & d'une amertume supportable, avec une âpreté ou astringtion médiocre: je n'ai point fait bouillir cette infusion, persuadé par quantité d'expériences que les purgatifs, principalement d'entre les vegetaux, perdent beaucoup de leur vertu par la grande chaleur ou par l'ébullition, ayant fait évaporer cette teinture jusqu'à consistance d'extrait solide, il m'en est resté quatre dragmes & douze grains.

La teinture d'une dragme de Rhubarbe préparée, comme je viens de le spécifier, purge davantage que l'extrait de deux dragmes de Rhubarbe fait de la même teinture, & même 24 grains de Rhubarbe en substance purge plus que l'infusion d'une dragme & demie, & encore plus qu'une dragme d'extrait; il en est de même du Senné & de plusieurs autres purgatifs de cette nature, d'où l'on peut conclure qu'il est souvent plus à propos d'employer les médicamens, sur-tout les purgatifs, sans les décomposer & tels que la nature les produit, à moins que le Medecin n'ait des raisons particulieres pour en user autrement.

Je remarquerai aussi en passant que les infusions des purgatifs vegetaux agissent mieux & ont de meilleurs ef-

fets que les décoctions , d'où il paroît que les principes les plus actifs de ces mixtes se dissipent par la chaleur : l'on s'apperçoit même que la plupart de ces vegetaux gardez trop long-tems , sur-tout en poudre , diminuent beaucoup de leur énergie.

Pour reprendre le fil de nôtre opération , je dirai qu'ayant fait dessécher le marc de la Rhubarbe dont j'avois tiré cette premiere teinture & le premier extrait ; j'ai trouvé le marc du poids d'une once trois dragmes & quelques grains , & j'ai tiré de la teinture de ce marc par simple infusion : cette seconde teinture étoit plus foible en couleur , moins amere & moins âpre sur la langue , & enfin moins odorante que la précédente , de laquelle elle approchoit fort ; mais j'ai remarqué en diverses rencontres que telles secondes teintures purgeoient moins que les premieres , quoique celles-là fussent données en plus grande dose , je n'y ai point non plus remarqué d'astri-  
ction.

Après avoir fait évaporer cette seconde teinture bien séparée de ses fêces , j'en ai encore eu trois dragmes d'extrait assez solide ; ce dernier extrait purge veritablement , mais notablement moins que celui de la premiere teinture.

Le résidu de cette seconde infusion desséché ne pesoit que sept dragmes , il étoit presque insipide & avoit peu d'âpreté.

Je n'ai pas laissé d'en faire une troisième infusion par ébullition ; la décoction avoit une couleur noire , obscure , sans odeur , avec peu de saveur & presque nulle âpreté.

Je ne me suis pas aperçu que cette troisième teinture & son extrait purgeassent , ni qu'ils resserrassent , quoiqu'on les prît en une quantité considerable. J'ai encore retiré de cette troisième infusion ou décoction une dragme d'extrait dur , mais d'une consistance peu liée & très terrestre ; ce dernier marc après avoir été bien desséché ne pesoit plus que six dragmes moins quelques grains , sans odeur ni saveur , n'ayant pas même donné de teinture à l'esprit de vin.

J'ai souvent fait prendre de ces différens résidus de Rhubarbe à des malades , sans aucun effet sensible d'astriction.

Les deux onces de Rhubarbe par ces trois infusions ont ainsi rendu une once douze grains d'extrait.

Voilà tout ce que j'ai remarqué de la Rhubarbe examinée par le dissolvant aqueux , vous allez voir ce que m'en a produit le dissolvant sulphureux.

J'ai tiré avec suffisante quantité d'esprit de vin rectifié la teinture d'une once de Rhubarbe dans des vaisseaux convenables par un feu de digestion , lent au commencement , & un peu plus fort sur la fin durant 24 heures. Cette teinture étoit fort legere , d'un beau jaune de citron , & très-différente de celle qui avoit été préparée avec l'eau , non-seulement quant à la couleur , mais encore à raison de la faveur ; car cette teinture faite avec l'esprit de vin , est peu amere & presque sans âpreté ; ce qui peut faire croire que la qualité purgative de la Rhubarbe réside plus dans ses parties salines que dans ses sulphures , qui n'y doivent être que peu considerables , vû que la teinture en étoit très legere : Je soupçonne même (comme je l'ai dit plusieurs fois) que ce peu de teinture que l'esprit de vin en a tiré , provient de ce qui reste toujours de phlegme , dont l'esprit de vin , quelque rectifié qu'il semble être.

Ayant retiré par la distillation l'esprit de vin de cette teinture , l'extrait restant pesoit une dragme & demie ; il étoit très beau , sentant bon , & laissant sur la langue le vrai goût de la Rhubarbe ; demie-dragme de cet extrait purge légèrement & fort doucement.

Cette teinture dont l'esprit de vin se charge , ne devient point laideuse en y mêlant de l'eau , ce qui montre qu'elle ne contient que peu ou point de parties resineuses.

Le résidu de la Rhubarbe où l'esprit de vin avoit passé , pesoit six dragmes après son parfait desséchement , & il étoit presqu'aussi beau , presqu'aussi amer & aussi âpre

qu'étoit la Rhubarbe avant qu'on l'eût employée.

J'ai donné plusieurs fois de ce marc au poids de demie dragme, qui a purgé comme auroit pû faire une pareille dose de Rhubarbe ; mais il n'a pas toujours eu autant d'effet, quoiqu'il n'ait jamais manqué de purger.

J'ai encore retiré la teinture de ce résidu avec de l'eau, & j'en ai fait l'extrait ; cette teinture & cet extrait purgent comme les premiers dont j'ai parlé.

J'ai remarqué si peu de qualitez dans les dernieres teintures de ce marc, que je n'en ai presque pas fait d'usage.

J'ajouterais que par l'examen que j'ai fait de toutes ces teintures & de tous ces extraits ; ce qu'il y a de plus purgatif & d'astringent dans la Rhubarbe passe dans la premiere infusion & dans le premier extrait, puisque l'un & l'autre sont plus ameres & plus âpres que les autres.

La distillation de la Rhubarbe par la cornuë à la maniere ordinaire, non plus que les autres purgatifs distillez de même, ne m'ont pas beaucoup instruit. De la Rhubarbe ainsi distillée, j'ai tiré par le premier degré du feu un phlegme qui avoit quelque odeur de la Rhubarbe, peu d'âpreté & de saveur : les autres portions qui viennent ensuite sont acides par degrez. Les dernieres ne fournissent gueres d'huile ; car les mixtes pourvus de peu de resine, rendent peu d'huile par la distillation : le sel extrait du *Caput mortuum* est en petite quantité & fermente avec les acides.

Par tous les faits que je viens de rapporter, il me semble qu'on doit être aussi incertain de la faculté astringente de la Rhubarbe, qu'assuré de sa faculté purgative ; celle-là n'étant établie que sur un leger goût d'âpreté ou d'astringtion qu'on y observe ; la terrefaction qu'on en fait sur le feu, ne lui laissant qu'une substance terrestre, des proprieté de laquelle on ne sçait encore rien de constant ; de sorte que si dans les dévoyemens on se sent plus soulagé & moins abatu après l'usage de la Rhubarbe que si l'on avoit pris la plûpart des autres purgatifs, c'est parce qu'ordinairement elle ne cause ni tranchées ni dégoûts,

&

& qu'en dégageant les vaisseaux, des humeurs qui les incommodoient, elle permet aux ressorts de reprendre leur tension & leur direction naturelles.

## OBSERVATION

*De l'Eclipse de Lune du 13 Février au soir de l'an 1710.*

PAR MRS CASSINI & MARALDI.

Pour observer l'Eclipse de Lune qui est arrivée le 13 de Février au soir, nous avons préparé une Lunette de 8 pieds qui avoit à son foyer un Chassis divisé en plusieurs intervalles égaux par des fils de soye posez à égale distance l'un de l'autre & paralleles entr'eux, qui devoient servir à déterminer les phases de la Lune éclipsee. 1710.  
19. Février.

Le soir deux heures avant l'Eclipse, nous observâmes que le diametre apparent de la Lune comprenoit précisément 22. de ces intervalles, & que chacun étoit égal à 33 minutes de doigt.

Ces intervalles entre lesquels la Lune étoit comprise; comparez avec la longueur de la Lunette, donnerent le diametre apparent de la Lune de 33' 30", précisément comme nous l'avons trouvée aussi par l'observation de son passage par un cercle horaire, toutes les réductions étant faites.

Le Ciel n'a pas toujours été favorable pour l'observation de cette Eclipse, la Lune ayant presque toujours paru au travers des nuages qui se confondoient avec le terme de l'ombre, & rendoient souvent douteuse la détermination des phases. Il n'y eut qu'environ une demie-heure avant la fin que la Lune parut claire, & qu'on put observer l'Eclipse assez exactement.

9<sup>h</sup> 10' La Lune ayant paru assez claire & bien terminée, on ne voïoit encore aucune marque d'Eclipse.

*Mem. 1710.*

Y

170 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

- 9<sup>h</sup> 18' 30" La Lune ayant paru au travers des nuages rares, l'Eclipse paroît avoir commencé.
- 9 22 La partie éclipsée paroît égale à un intervalle entre deux fils, ce qui donne un peu plus de demi-doigt d'Eclipse; mais l'ombre est mal terminée.
- 9 28 L'ombre a toujours été mal terminée, & la Lune se couvre.
- 9 42 On voioit la Lune au travers des nuages sans rien distinguer.
- 10 14 La partie de la Lune comprise entre le bord clair & les cornes de la Lune, étoit de dix intervalles; ce qui donne la grandeur de l'Eclipse de 7 doigts & demi.
- 10 17 La Lune ayant paru assez claire, on a trouvé la grandeur de l'Eclipse de 8 doigts 40 minutes; mais le terme de l'ombre qui tomboit sur des taches obscures rend cette détermination un peu douteuse.
- 10 22 La distance entre les deux cornes de la Lune étoit de 20 intervalles & demi; ce qui donne la portion de la circonference de la Lune éclipsée de 222 degrez.
- 10 25 La partie claire de la Lune occupoit 4 intervalles & demi, d'où la grandeur de l'Eclipse résulte 9 doigts 32 minutes.
- 10 28 La Lune se couvre entierement, & ne se découvre qu'à 10<sup>h</sup> 59', & pour lors la partie claire m'a paru moindre qu'elle n'avoit été à 10<sup>h</sup> 28'. Ainsi le milieu de l'Eclipse a été plus proche de 1<sup>h</sup> que de 10<sup>h</sup> & demi.
- 11 5 28 Les nuages étant plus rares on a commencé de voir le Cœur du Lion, qui étoit éloigné vers l'Orient à l'égard du bord oriental de la Lune qui étoit éclairé de 8 intervalles des fils qui font 12 minutes & demi d'un grand cercle.



11 <sup>h</sup>	12'	50"	Le Cœur du Lion étoit dans le parallele du bord superieur de la Lune.
11	19		La grandeur de l'Eclipse est environ de 8 doigts.
11	22		La grandeur de l'Eclipse est de 7 doigts 36'.
11	28		L'Eclipse est de 7 doigts.
11	35 $\frac{1}{2}$		La partie claire de la Lune comprenoit dix intervalles, ce qui donne la grandeur de l'Eclipse de 6 doigts 30'
11	36	15	L'ombre est à Menelaüs.
	39	50	L'ombre au bord de <i>Mare serenitatis</i> .
11	41	20	L'ombre à Plinius.
11	44		La grandeur de l'Eclipse est de 4 doigts 50'.
11	45	40	L'ombre à Dionisius.
11	45	50	L'ombre passe par le milieu de Tycho.
11	47	10	L'ombre arrive au second bord de Tycho.
11	50		Grandeur de l'Eclipse, 4 doigts 18'.
11	51	20	L'ombre à Proclus.
11	54	45	L'ombre à <i>Promontorium acutum</i> .
11	57	50	L'ombre au bord de Caspie.
12	59		L'Eclipse est de 2 doigts 6 minutes.
12	4 $\frac{1}{3}$		L'Eclipse est de 1 doigt 31'.
12	8		L'Eclipse est de 1 doigt.
12	11		Elle est de 25 minutes.
12	12 $\frac{1}{2}$		J'ai jugé que c'étoit la fin de l'Eclipse, quoique par le progres des phases précédentes elle ait pû arriver deux ou trois minutes plus tard.

Outre les Observations que nous avons rapportées de la Lune avec le Cœur du Lion, nous en avons fait diverses autres pendant le temps de l'Eclipse & après pour la recherche de la parallaxe de la Lune; mais à cause des nuages qui empêcherent de faire des observations nécessaires à une grande distance du Meridien, on ne peut pas profiter entierement comme on auroit souhaité, de cette rencontre qui étoit la plus favorable qui se soit présentée depuis long-tems pour cette recherche.

## OBSERVATIONS

*De l'Eclipse de Lune arrivée la nuit entre le 13. &  
le 14. Février 1710, à l'Observatoire.*

PAR MM. DE LA HIRE.

1710.  
19. Fév.

**L**E Ciel fut toujours couvert dans le commencement de cette Eclipse; cependant on ne laissoit pas de voir la Lune de tems en tems au travers de quelques nuages; mais comme elle disparoissoit presque à l'instant, nous ne pûmes rien déterminer de bien juste. Nous estimâmes seulement que le commencement avoit pû être vers 9<sup>h</sup> 16'. L'ombre de la Terre ne nous paroissoit pas bien terminée comme on la voit quelques fois; nous observâmes seulement que

à 10<sup>h</sup> 15' l'Eclipse étoit de 9 doigts 24 minutes &

à 10 18 elle étoit de 9 doigts 30 minutes.

Le Ciel se couvrit ensuite de telle maniere que nous ne pûmes rien observer, jusqu'un peu après 11 heures où il devint fort serein & l'ombre paroissoit bien nette.

			Doigts éclipsés.	M.
à 11 <sup>h</sup>	7'	5"	9	31
11	9	11	9	18
11	11	17	9	4
11	13	22	8	50
11	15	25	8	36
11	17	29	8	23
11	19	32	8	10
11	21	34	7	56
11	23	36	7	42
11	25	34	7	28
11	27	31	7	16
11	29	27	7	2

			Doigts éclipsés.	M.
à 11 <sup>h</sup>	31'	22"	6	48
11	33	16	6	34
11	35	6	6	20
11	36	55	6	7
11	38	43	5	54
11	40	30	5	40
11	42	16	5	27
11	43	58	5	14
11	45	38	5	0
11	47	17	4	47
11	48	55	4	33
11	50	31	4	20
11	52	5	4	6
11	53	37	3	52
11	55	8	3	38
11	56	38	3	25
11	58	6	3	11
11	59	27	2	58
12	0	46	2	44
12	2	3	2	31
12	3	18	2	17
12	4	31	2	4
12	5	42	1	50
12	6	51	1	37
12	7	43	1	23
12	8	32	1	9
12	9	18	0	55
12	10	3	0	42
12	10	47	0	28
12	11	31	0	14
12	12	15	0	0 Fin.

Vers la fin de l'Eclipse l'ombre nous paroissoit fort mal terminée

Toutes ces observations ont été faites avec le Micro-metre, & nous en avons tiré les tems de l'Eclipse en doigts entiers comme il suit.

			Doigts.
à 10 <sup>h</sup>	18'	0"	9 $\frac{1}{2}$
11	7	0	9 $\frac{1}{2}$
11	11	53	9
11	20	59	8
11	29	44	7
11	37	53	6
11	45	38	5
11	52	45	4
11	59	15	3
12	4	51	2
12	8	47	1
12	12	15	0 Fin.

Nous pourrons tirer le milieu de l'Eclipse à 10<sup>h</sup> 42' $\frac{1}{2}$  des deux observations correspondantes de 9 doigts  $\frac{1}{2}$  ; mais pour une détermination exacte il faudroit avoir plusieurs de ces Observations.

Nous avons aussi observé l'ombre sur quelques Taches du disque de la Lune tant en entrant qu'en sortant.

à 9<sup>h</sup> 26' 20" Grimaldi entre dans l'ombre.

- 10 21 0 L'ombre entre sur *Mare Crisium*.
- 10 24 0 L'ombre au milieu de *Mare Crisium*.
- 11 10 0 Emerfion du milieu de Grimaldi.
- 11 38 0 Emerfion de Menelaus.
- 11 39 0 Emerfion de *Insula Sinus medii*.
- 11 40 0 L'ombre quitte tout à fait *Mare serenitatis*.
- 11 40 0 Emerfion de Pliné.
- 11 45 0 Emerfion de Dionysius.
- 11 46 0 Emerfion de Tycho.
- 11 47 30 Commenc. de l'Emerfion de *Mare Crisium*.
- 11 53 0 Emerfion de *Promontorium acutum*.
- 11 58 0 Emerfion totale de *Mare Crisium*.

Nous observâmes aussi le 12 Février au soir le passage du centre de la Lune par le Meridien à 11<sup>h</sup> 7' 49", & sa hauteur Meridienne apparente de 60° 13' 46", & son diamètre étoit de 33' 37" $\frac{1}{2}$ .

Vers la fin de l'Eclipse la Lune passa aussi au Meridien, & son centre y arriva le 14 au matin à  $0^h 3' 58''$  : la hauteur meridienne apparente de son centre étoit alors de  $53^\circ 57' 49''$ , & son diametre observé avec le Micro-metre de  $33' 52''$ .

## OBSERVATION

## DE L'ECLIPSE DE LUNE

du 13. Février 1710,

Faite à Versailles en présence de MONSIEUR

LE DUC DE BOURGOGNE.

PAR M. CASSINI.

**L**E Ciel étoit couvert à Versailles au commencement de l'Eclipse, & il tomboit une pluie fine. A  $9^h 53'$  <sup>1710. 19. Février.</sup> on apperçut la Lune entre les nuages éclipsee d'environ 6 doigts, à ce qu'on en put juger à la vûë simple. Le Ciel se découvrit un peu à  $10^h 32'$ , & à  $10^h 45'$  la Lune parut dans sa plus grande Eclipse de 9 doigts  $55'$ .

On observa ensuite assez distinctement l'Emerfion de quelques Taches de l'ombre comme il suit.

à  $11^h 5' 30''$  Galilée étoit éloignée de l'ombre du diametre de cette Tache.

11 7 Grimaldi commence à sortir de l'ombre.

11 9 Grimaldi est entièrement sorti.

11 22 L'ombre quitte Copernic.

11 40 Plin commence à sortir.

11 49 15 Proclus commence à sortir.

12 11 30 Fin de l'Eclipse observée par Monseigneur le Duc de Bourgogne, avec une Lunette de 4. pieds.

176 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
à 12<sup>h</sup> 12' 0" Fin de l'Eclipse observée avec une Lu-  
nette de 6 pieds.

Aussi-tôt après la fin de l'Eclipse on observa avec un quart-de-cercle de deux pieds de rayon , quelques hauteurs du petit Chien, pour regler la pendule à secondes & déterminer l'heure veritable des Observations telle qu'elle est marquée ci-dessus. La difference des Meridiens qui est entre Versailles & l'Observatoire Royal ayant été déterminée géométriquement par des Triangles de 0' 50" dont Versailles est plus à l'Occident. La fin de l'Eclipse a dû arriver à Paris suivant la premiere détermination observée avec une Lunette de 4 pieds à 12<sup>h</sup> 12' 20" ; & suivant la seconde à 12<sup>h</sup> 12' 50".

On appercevoit pendant cette Eclipse le cœur du Lion, qui fut en conjonction avec la Lune & une autre petite Etoile qui devoit entrer dans le disque de la Lune ; mais la clarté de la Lune qui recouvroit sa lumiere nous empêcha de l'observer.



# DES POINTS DE RUPTURE DES FIGURES.

*De la maniere de les rappeler à leurs Tangentes :  
D'en déduire celles qui sont par tout d'une résistance  
égale : Avec la Méthode pour trouver tant de ces  
sortes de Figures que l'on veut : Et de faire en sorte  
que toute sorte de Figure soit par tout d'une égale  
résistance, ou ait un ou plusieurs points de rupture.*

## I. MEMOIRE.

*Des Figures retenues par un de leurs bords, & tirées par telles  
& tant de puissances qu'on voudra.*

PAR M. PARENT.

I. Art. **S**Oit (dans les 6. 1<sup>res</sup> figures) un corps quelconque 1710.  
 $EFA$ .  $AB$  retenu fixément par sa bête  $EBAC$ , & 22. Fevrier  
 dont toutes les Tranches  $ebac$  paralleles à  $EBAC$  lui  
 soient en même tems proportionnelles; en sorte qu'ayant  
 divisé les axes  $EB$ ,  $eb$  de ces tranches proportionnelle-  
 ment en  $D$ ,  $d$ , leurs ordonnées  $DC$ ,  $dc$ , ayent un même  
 rapport aux dernieres ordonnées  $AB$ ,  $ab$ , & entre elles,  
 comme je l'ai supposé dans les Memoires du 2 Avril 1704,  
 & du 4 Juin 1707. Soit  $BbF$  l'axe de ce corps qu'on sup-  
 pose perpendiculaire aux tranches  $EBA$ ,  $eba$ , aussi-bien  
 qu'à la commune direction  $PM$  des puissances  $M$  qui  
 doivent rompre ce corps, comme dans le cas le plus or-  
 dinaire, & auquel tous les autres cas peuvent aisément se  
 rapporter. Soit  $PM$  cette direction commune rencontrant  
 $BF$  en  $P$ ;  $M$  la force composée de toutes les puissances  
 Mem. 1710. Z

quelconques appliquées à rompre ce corps. Il a été démontré dans les Memoires citez, [ *Que les résistances des bâses*  $EBAC, ebac$ , *sont entr'elles comme les produits*  $EB^2 \times BA, eb^2 \times ba$  *continuellement* ], en supposant les unes & les autres prêtes à ceder. (ce qui se réduit à  $EB^2$  &  $eb^2$ , quand ces bases ou coupes sont des figures semblables; à  $EB^2$  &  $eb^2$ , lorsque ces bases ou coupes sont des rectangles rompus en côté; & enfin à  $BA, ba$ , quand ce sont des rectangles rompus à plat.)

Si l'on suppose donc par pensée, & pour un tems seulement, que le corps  $EFAB$  soit dans un tel état de tension, que toutes ses tranches imaginables  $EBAC, ebac$ , soient prêtes à se séparer, & que le rapport  $\frac{M \times PB}{EB^2 \times AB}$  soit continuellement égal au rapport  $\frac{M \times Pb}{eb^2 \times ba}$ , il est évident que ce corps pourra être tenu en cet état de tension par la seule puissance  $M$ . Mais si la supposition restant toujours la même, le rapport  $\frac{M \times Pb}{eb^2 \times ba}$  est plus grand que  $\frac{M \times PB}{EB^2 \times BA}$ , & que tous les pareils, cette tranche  $ebac$  fera plus foible pour résister à la puissance  $M$ , que toutes les pareilles; ainsi, si la puissance  $M$  est suffisante, la rupture se fera en  $ebac$ . Il s'agit donc maintenant de trouver toutes les figures infinies qui ont cette propriété, d'être prêtes à rompre dans tous leurs points à la fois; ou si elles ne l'ont pas, de la leur faire avoir. Et à l'égard des autres figures, de trouver leur point, ou leurs points de rupture, si elles en ont un; ou si elles n'en ont pas, de leur en faire avoir: & enfin de trouver en même tems les puissances  $M$  qu'il faut appliquer, pour les séparer, dans les points de rupture.

*I. Principe pour les points de rupture, & les figures d'égale résistance tirées par des puissances constantes*

Pour cet effet soit  $BE = a, BA = b, BF = c, bP = u, bE = x, be = y, ba = z$ . Soit  $\epsilon\beta\alpha\alpha$  une 3<sup>e</sup> tranche parallèle aux 2 1<sup>res</sup> & indéfiniment proche de  $ebac$ , qui donnera  $b\beta = dx$ : on aura donc pour les exposans des résistances



des tranches  $EBAC$ ,  $ebac$ ,  $a^2b$ , &  $y^2z$ , & le rapport  $\frac{Mu}{y^2z}$  devra être constant pour les figures d'égale résistance, ou égale à une quantité constante  $c$ ; & pour les points de rupture des figures qui en ont, ce rapport devra être égal à un *Maximum*, ce qui donnera pour les figures d'égale résistance tirées par une force constante  $M$  la formule générale  $Mu = y^2zc$ ; car appellant  $e$  la distance constante  $PF$ , on aura  $u = x \pm e$ , ce qui la changera en celle-ci  $M \times x \pm e = y^2zc$ . Or il est évident que si le profil  $FaA$  par exemple étant donné en  $x$ , & en quantitez constantes à souhait, l'on substitue dans cette formule la valeur de  $z$ , ou  $ab$  en  $x$  ou  $bF$ , il en résultera une équation exprimée toute en  $x, y$ , & en quantitez constantes, laquelle marquera la nature du profil  $FeE$  désiré: ou tout au contraire; si l'on y substitue une valeur arbitraire de  $y$  ou  $be$  en  $x$ , & en quantitez constantes, il en résultera une équation toute exprimée en  $x$  &  $z$  & en quantitez constantes, laquelle exprimera la nature du profil désiré  $FaA$ .

A l'égard de la nature des tranches  $ABEC$ ,  $abec$ , elle pourra être telle qu'on voudra, pourvu qu'elles soient toutes proportionnelles entr'elles, ce qui donnera une infinité de figures différentes toutes d'égales résistances.

## II. Principe pour les figures d'égale résistance tirées par des puissances variables.

Mais si  $M$  représente un assemblage quelconque de quantitez dévariables, la distance  $PF$  sera alors une quantité variable, le centre commun  $P$  de toutes ces puissances changeant de place à mesure que  $Fb$  variera. Mais  $Mu$  étant toujours égal à la somme des momens infinis de chacune des puissances rompantes par leurs distances particulieres à l'axe  $ab$ ; & lorsque  $ab$  se change en  $a\beta$ , cette somme n'augmentant que du produit de la somme  $M$  des mêmes puissances par  $b\beta$  (comme il est évident) il s'ensuit que la différentielle ou l'accroissement de  $Mu$

est  $Mdx$ . Tirant donc la difference de la formule ci-de-  
vant  $Mu = y^2 z c$ , on aura  $Mdx = dy^2 z$ ; & tirant une 2<sup>e</sup>  
fois la difference de cette équation, en supposant les  $dx$ ,  
constantes, il vient  $\frac{dy^2 M}{c} = ddy^2 z$ . Or il est évident que  
 $dM$  marque seulement la difference des forces variables  
rompantes, qui n'est autre chose que la force rompante  
appliquée à la tranche élémentaire  $abe\beta a$ , telle que soit  
cette force.

On peut donc prendre pour regle générale des figures  
d'égalé résistance tirées par les forces variables à souhait.  
[ *Que les secondes différences day<sup>2</sup> des résistances de leurs  
tranches E C B A, ecba, &c. doivent être continuellement  
entr'elles en même raison que les forces rompantes appliquées  
à ces mêmes tranches.* ] D'où il suit que pour rendre toute  
sorte de figure proportionnelle  $EFAC$  d'égalé résistance,  
il faut appliquer à chacune de ses tranches  $ebca$ , des puis-  
sances qui soient entr'elles comme les secondes différen-  
ces des résistances de ces mêmes tranches, sçavoir com-  
me les  $dd. y^2 z$ . Si l'on suppose par exemple que la figure  
 $EFcA$  (4. fig.) soit une espece de Pyramide dont le profil  
 $EeF$  soit une 1<sup>re</sup> Parabole, & le profil  $AaF$  une des 1<sup>res</sup> pa-  
raboles à l'infini, desquelles paraboles  $F$  soit le sommet  
commun, &  $BF$  une commune tangente, l'équation du  
profil  $EeF$  sera  $y = x^2$ , & celle du profil  $AaF$  sera  $y = x^p$ ,  
& la tranche  $ebac$  sera continuellement exprimée par le  
produit  $y z = x^{2+p}$ . Sa résistance sera  $y^2 z = x^{4+p}$ , dont  
la difference  $= 4 + p dx \times x^{3+p}$ , & de rechef la differen-  
ce de cette difference (en supposant toujours les  $dx$  con-  
stantes)  $= 4 + p \times 3 + p dx^2 \times x^{2+p}$ , laquelle est continuel-  
lement en même proportion que les  $y z = x^{2+p}$ , ou que  
les tranches mêmes  $ebac$ . Ce qui nous apprend que cette  
espece de Pyramide est par tout également résistante par sa  
propre pesanteur.

**II. Principe.** Pour les points de rupture des figures tirées par des puissances variables quelconques ; qu'on appliquera dans la suite à des variables mêlées de constantes.

On prendra la différentielle du rapport  $\frac{Mu}{y^2z}$  qu'on égalera à zero, ce qui donnera l'égalité  $y^2z \times Mdx = 2ydyzMu + y^2dzMu$ , d'où l'on tire cette autre  $\frac{y^2dx}{2dyz + ydz} = u$ , &

enfin celle-ci  $\left\{ \frac{\frac{y dx}{dy} \times \frac{z dx}{dz}}{\frac{y dx}{dy} + \frac{z dx}{dz}} \right\} = u = \frac{bZ \times bY}{bZ + 2bY}$ ; Dans laquelle

on voit à l'œil que  $\frac{y dx}{y}$ , &  $\frac{z dx}{dz}$  sont les deux sôutangentes  $bZ$ ,  $bY$  (6. 1<sup>re</sup> fig.) aux points  $e$  &  $a$  des profils  $EeF$ ,  $AaF$ ; ce qui donne un principe général pour tous les points de rupture, sçavoir qu'au point de rupture  $b$ , [ Le produit des deux sôutangentes qui répondent à ce point, divisé par la somme de la sôutangente qui répond à l'ordonnée verticale, & du double de la sôutangente qui répond à l'ordonnée horizontale, est toujours égal au levier commun de toutes les puissances rompantes. ]

Connoissant donc par les méthodes ordinaires les sôutangentes  $bZ$ ,  $bY$ , aux points  $e$  &  $a$ , au moyen des équations des profils  $EeF$ ,  $AaF$ , si l'on en forme la valeur ci-dessus, cette valeur sera toute exprimée par les abscisses  $bF$ , ou par  $x$ ; de même que le levier  $bP = u$  est exprimé lui-même aussi en  $x$  par la connoissance de la figure  $EBaF$ , & des puissances rompantes qu'on y applique. C'est pourquoy égalant ces deux quantitez, on aura une équation toute exprimée en  $x$  qui donnera la distance  $Fb$  du sommet  $F$  au point de rupture désiré  $b$ .

Si l'on suppose par exemple le poids constant  $M$  attaché en  $F$  (7. fig.); pour le profil  $EeF$  l'équation  $y = \frac{a^2}{x}$ , & pour le profil  $AaF$  l'équation  $z = \frac{b^2}{c-x}$ . Le premier fera une premiere hyperbole entre les Asymptotes  $FV$ ,  $FB$  dont  $F$  sera le centre; & le second sera une autre premiere

hyperbole entre les Asymptotes  $BA$ ,  $BF$ , ayant son centre en  $B$ , &  $BF = c$ ; la soustangente  $bZ$  de la premiere,  $= -x$ ; & celle de la seconde,  $= c - x = bY$ , ce qui change la formule générale  $\frac{bZ \times bY}{bZ + 2bY} = x$ , en cette autre  $\frac{x^2 - cx}{2c - 3x} = x$ , d'où l'on tire  $\frac{1}{4}c = x = bF$  désirée.

On trouvera la même chose en changeant le rapport  $\frac{M}{y^2x}$ , ou ici  $\frac{Mx}{y^2x}$  en cet autre  $\frac{M \times x^3c - x^4}{a^2b^2}$  au moyen des deux équations ci-dessus, & l'égalant à un Maximum selon le premier Principe, & par les Méthodes ordinaires.

*III. Principe, pour les figures d'égale résistance tirées par des puissances variables quelconques.*

Du dernier Principe, on en peut tirer un troisième pour les figures d'égale résistance, sçavoir [ *Que toutes celles dans lesquelles le produit des deux soustangentes par un même point de l'axe divisé par la somme de celle qui répond à l'ordonnée verticale, & du double de celle qui répond à l'ordonnée horizontale, est continuellement égal au levier des puissances variables rompantes sont par tout également résistantes.* ] c'est ce qu'on peut voir dans la pyramide ci dessus ( 4. fig. ).

*Premiere Remarque sur les points de rupture.*

Il faut remarquer que si  $M$  représente une ou plusieurs puissances constantes mêlées avec les variables, ou plutôt une seule puissance constante égale à toutes les constantes ensemble, conçûe dans leur centre commun de gravité, & jointe avec ces variables quelconques;  $bP$  ou  $u$  renfermera cette même constante. Mais comme la valeur de cette constante capable conjointement avec les variables de rompre le corps en  $ebac$  est inconnue, puisque cette tranche  $ebac$  n'est pas encore connue, il est évident qu'on aura dans la premiere équation deux inconnues, sçavoir  $x$ , & cette constante. C'est pourquoi avant d'en tenter la résolution, il faudra chercher une seconde équation par l'analogie suivante: Comme la résistance

de la bafe  $EBAC$  à être rompuë, est à celle de la tranche  $ebac$ ; ou comme  $BE^2 \times BA$ , est à  $be^2 \times ba$ : ainsi le moment du poids quelconque trouvé par expérience capable de rompre la figure dans sa bafe  $EBAC$  avec un levier quelconque; au moment capable de la rompre dans  $ebac$  avec le levier  $bP$ ; lequel moment on égalera au moment  $M \times bP$  qui est tout exprimé par  $x$ , & par la force constante renfermée en  $M$ , & avec ces deux équations on trouvera & la distance  $Fb$  désirée & la valeur, & cette force constante capable avec la variable de rompre la figure en  $ebca$ .

*Seconde Remarque sur les points de rupture.*

Souvent les figures qui n'ont point de point de rupture étant tirées par quelqu'un de leurs points, comme ( par exemple ) par le sommet  $F$ , se trouvent en avoir lorsqu'on les tire par quelqu'autre  $P$  pris au delà, ou en deçà de  $F$ , à l'égard de la bafe  $EBAC$ ; ou même en les tirant toujours par le même point  $F$ , & leur ajoutant quelque figure connue, comme un triangle, un rectangle, &c. dont on verra des exemples dans la suite.

*Conséquences tirées des Principes précédens.*

II. ART. Ces principes étant établis, voici plusieurs conséquences qui s'en déduisent naturellement, & qui serviront elles-mêmes de principes particuliers pour les figures plus simples.

Premièrement, pour les points de rupture des Sphéroïdes & Conoïdes, il est évident que les profils  $EeF$ ,  $AaF$  étant les mêmes ( 1. & 4. fig. ) les soutangentes  $bZ$ ,  $bY$ , qui répondent aux points  $e$  &  $a$ , seront égales; ce qui réduira la seconde formule des points de rupture tirée du second Principe, [ *Au quarré de la soutangente  $bZ$  ou  $bY$  divisé par trois fois la même soutangente; de sorte qu'alors  $bP$  est toujours le tiers de la soutangente  $bZ$  ou  $bY$ .* ]

Et pour les Sphéroïdes & Conoïdes d'égale résistance,

il est manifeste [ *Que bP doit être continuellement le tiers de bZ* ]; & comme dans la premiere parabole cubique *EeF* (1. fig.) dont *BF* est l'axe & *F* le sommet, *bF* est continuellement le tiers de *bZ*, on ne peut douter que si *M* est une force constante attachée en *F*, le Conoïde *EFcA* ne soit alors tendu également dans toutes ses coupes *EBAC*, *ebac*, comme nous l'avons marqué dans le Memoire cité de 1704, en parlant de la figure naturelle des bornes des portes & des murs. Au reste cette même figure est une de celles qui ont été remarquées par Galilée, par M. Leibnits, & ensuite par M. Varignon.

La même chose se tire de la formule  $Mx = y^2 \zeta c$  du premier Principe qui devient ici  $Mx = y^2 \zeta c$  : parce que *y* étant égal à  $\zeta$ , on a  $\frac{Mx}{c} = y^3$ , dans laquelle *M* étant constante, on voit que cette équation est celle de cette premiere parabole cubique.

Mais si *M* est une force variable, comme par exemple, la pesanteur des coupes mêmes, *ebac*; *EeF*, *AaF* (4. fig.) seront dans ce cas des premieres paraboles dont *BF* sera la tangente par le sommet commun *F*, parce que dans ce cas la distance *bZ* ou *bY* est continuellement triple de la distance *bP* de la coupe *ebca*, au centre de gravité *P* de la portion *eFac*; *bZ* ou *bY* étant toujours dans cette Parabole la moitié de *bF*, & *bP* n'étant jamais que la sixième partie de la même *bF*, ce qui est connu de tous les Mécaniciens.

La même chose se tire du second Principe des figures d'égale résistance; car  $\zeta$  étant  $= y$ , on a  $d\zeta = dy$ , &  $d\zeta = ddy$ . Donc la formule de ce Principe donne cette équation  $\frac{dx dM}{c} = dd y^2 \zeta = 6 dy^2 y + 3 y^2 ddy$ , dans laquelle  $dM = y^2 dx$  continuellement à cause de la similitude des coupes. Substituant donc cette valeur de  $dM$  dans cette équation, il vient l'équation différentielle  $\frac{dx^2 y}{c} = 6 dy^2 + 3 y ddy$ , dont l'intégrale 2<sup>e</sup> est  $y = \frac{x^2}{30}$  qui convient à la premiere parabole.

Si

Si  $M$  represente le vent (1. & 4. Figures), la Figure  $EFA$  sera alors un Cône dont  $EB$  sera la base,  $F$  le sommet, &  $BF$  l'axe; mais il faut considerer cette Figure comme exemte de pesanteur. Dans cette Figure  $bP$  est toujours le tiers de la hauteur  $bF$ , (à cause que les impressions du vent sur les tranches semblables  $eeaa$ , se font comme si ces tranches étoient plates), &  $bF$  est toujours la soutangente qui répond au point  $b$ . Cette Figure n'avoit pas encore été marquée: on la trouve dans nôtre Memoire de 1704.

La même chose se tire du second principe des Figures d'égale résistance, en intégrant l'équation  $\frac{dx^2}{c} = 6dy^2 + 3yddy$  qui est tirée de la formule  $\frac{dx dM}{c} = dd.y^2x$ , à cause qu'alors  $dM = ydx$ .

Secondement pour les lames rompuës sur le chan ou en côté, on aura tous les  $x$  ou les  $AB$ ,  $ab$  (3. & 6. Fig.) égaux entr'eux, ainsi la soutangente  $bY$  sera alors infinie; c'est pourquoi la formule  $\frac{bY \times bZ}{2bY + bZ} = bP$  du second principe des points de rupture se réduira à  $\frac{bZ}{2} = bP$ . De sorte qu'en ce cas, le levier  $bP$  est toujours la moitié de la soutangente  $bZ$  au point de rupture  $b$ .

A l'Egard des Figures d'égale résistance, il est manifeste que celles-là où ce levier  $bP$  sera continuellement la moitié de la soutangente  $bZ$ , résisteront également dans toutes leurs parties. C'est pourquoi dans la premiere Parabole  $EeF$  (3. Fig.) dont  $BF$  est l'axe,  $F$  le sommet, & dans laquelle abscisse  $bF$  est continuellement la moitié de la soutangente  $bZ$ , on ne peut douter que si l'on suspend un poids constant  $M$  en  $F$ , la lame  $EeP$  ne soit alors également tendue dans toutes ses parties, pourvu que l'on n'ait point égard aux poids de ces mêmes parties, comme les Auteurs cités l'ont remarqué.

La même chose se tire encore tout d'un coup de la premiere formule  $Mu = y^2x$  du premier principe qui devient alors  $Mx = y^2x$ , parce qu'alors  $x$  &  $M$  sont des

quantités constantes ; ce qui la réduit à  $x=y^2$ , en prenant  $M=zc$ .

Mais si  $M$  represente ( par exemple ) la pesanteur des tranches  $ebac$  ( 6. Fig. ) ; alors le profil  $EeF$  sera la même première Parabole sur sa tangente  $BF$  par son sommet  $F$ , que pour le Conoïde cy-dessus ( 4. Fig. ) ; parce qu'en ce cas  $bP$  est toujours  $\frac{1}{2}$  de  $bF$ , & que  $bZ$  en est toujours la moitié. Donc  $bP$  est aussi toujours  $=\frac{1}{2}bZ$ .

Ceci se trouve encore par le second principe des Figures d'égale résistance ; car les  $z$  étant constans , les  $dz$  &  $ddz$  n'ont plus lieu : ainsi la formule de ce principe se réduit à  $\frac{dx dM}{c} = d d. y^2 z = 2 dy^2 z + 2 ddy z y$ , dans laquelle  $dM$  vaut  $y dx$ , ce qui donne l'équation  $y dx^2 = 2 dy^2 + 2 y ddy$ , en prenant  $zc$  pour l'unité ; de laquelle l'integrale seconde est  $\frac{x^2}{12} = y$ , ce qui fait voir que la figure de cette lame est telle qu'on la vient de marquer.

Cette figure a été encore remarquée par les Auteurs cités.

Si  $M$  represente le vent venant perpendiculairement à  $BF$  ( 3. & 6. Fig. ) choquer en côté, il est évident qu'alors  $EeFB$  sera un triangle dont  $F$  sera la pointe &  $EB$  la base. Car dans cette figure la distance  $bP$  de la tranche  $eba$  au centre  $P$  d'impression du vent , sera toujours la moitié de  $bF$  qui est la soutangente au point  $e$  ; mais on n'a point égard aux poids des différentes parties de cette figure.

C'est encore une de celles qui ont été observées par les Auteurs cités.

La même chose se connoît par le second principe d'égale résistance , en intégrant l'équation  $\frac{dx^4}{dx^2 + dy^2 \times zc} = 2 dy^2 + 2 y ddy$  qui est tirée de sa formule  $\frac{dx dM}{c} = d d. y^2 z$  ; parce qu'alors  $dM = \frac{dx^3}{dx^2 + ly^2}$ , ce qu'on trouve dans nos Elémens de Méchanique & de Physique , & ailleurs.

Troisièmement, enfin à l'égard des lames rompuës sur



le plat, on aura tous les  $y$  ou  $BE$ ,  $be$  (2. *Fig.*) égaux, ce qui rendra la souîtangente  $bZ$  infinie. Ainsi la formule des points de rupture du second principe  $\frac{bY \times bZ}{2bY + bZ} = bP$  se réduira à  $bY = bP$ ; de sorte qu'en ce cas la souîtangente  $bY$  au point de rupture  $b$  sera toujours égale au levier même  $bP$  ou  $bF$ .

Et à l'égard des figures d'égale résistance, il est évident, que celles-là où le levier  $bP$  sera continuellement égal à la souîtangente  $bY$  du point  $b$ , seront par tout également résistantes. C'est pourquoi si la figure  $ABF$  est un triangle dont  $AB$  soit la base, &  $F$  le sommet où l'on ait suspendu un poids constant  $M$ ; comme en ce cas la souîtangente  $bF$  au point  $b$  sera toujours la même chose, que le levier  $bF$ ; on ne peut douter que cette figure ne soit par tout également résistante, & cela sans avoir égard aux poids des différentes parties de la figure.

Cette figure a encore été reconnuë par les Auteurs cités.

La même chose se tire encore de la formule  $Mx = y^2 zc$  du premier principe, qui devient ici  $Mx = y^2 zc$ , & dans laquelle  $M$  &  $y$  sont des quantités constantes, ce qui la réduit à  $x = z$  en supposant  $M = cy^2$ .

On peut dire la même chose d'un trapeze que d'un triangle, tout étant d'ailleurs le même & par la même raison.

Cette dernière propriété n'avoit pas encore été remarquée.

Mais si  $M$  (5. *Fig.*) représente la pesanteur, ou l'effort du vent soufflant contre la face de la lame (lequel en ce cas fait le même effet), ou même tous les deux ensemble, & que l'on se serve de la formule du second principe des figures d'égale résistance  $\frac{dx dM}{c} = dd y^2 z$ , dans laquelle  $dM = dx z$ , & où les  $dy$ ,  $dy^2$  &  $ddy$  n'ont point lieu, à cause qu'ici tous les  $y$  ou  $be$  sont supposés égaux, on la réduira à la simple  $\frac{dx^2 z}{c} y^2 ddx$ , ou si l'on veut à  $dx = \frac{ddx}{z}$

en supposant la constante  $cy^2 = 1$ . Or cette équation fait voir que la lame  $AaPB$  est en ce cas une Logarithmique dont  $BF$  est l'axe, puisque dans cette figure les différences de différences à l'infini conservent toujours entr'elles le même rapport que les ordonnées.

Et cette figure n'avoit pas encore été remarquée.

*Du centre de gravité de la Logarithmique.*

Cette propriété de la Logarithmique nous en découvre une autre très-singulière, sçavoir que le centre de gravité  $P$  de la partie indéfinie  $baF$ , se trouve toujours à l'extrémité de la soultangente  $bY$  qui répond au point de rupture  $a$ ; puisqu'on vient de voir que le levier  $bP$  de la partie rompante  $baF$ , doit toujours être égal à la soultangente correspondante  $bY$ ; d'où il suit que ce centre est toujours également éloigné de la base, ou première ordonnée  $ba$ .

Delà il est manifeste que la Logarithmique  $ABF$  doit être indéfinie du côté de  $F$  pour être par tout également résistante, afin que  $bY$  soit toujours moindre que  $bF$ .

D'où il est aisé d'avoir le centre de gravité  $H$  d'un segment de Logarithmique compris entre les deux ordonnées  $BA$ ,  $ba$ ; car en menant les tangentes  $AG$ ,  $aY$  en  $A$ ,  $a$ , on aura les centres de gravité  $G$ ,  $Y$  de la Logarithmique entiere  $ABF$ , & de sa partie  $abF$ . C'est pourquoi si l'on mène la parallèle  $aI$  à l'axe  $BF$  sur  $BA$ , & qu'on fasse l'analogie: Comme le reste ou segment proposé  $ABba$  est à la partie indéfinie  $abF$ , ou comme  $AI$  est à  $ab$ ; ainsi réciproquement la distance  $GY = Bb$  (à cause que  $BG = bY$ ) à un quatrième terme, il viendra  $GH$ , qui étant ôtée de  $BG$  donnera  $BH$  désirée  $= \frac{AI \times BC - Ab \times bB}{AI}$ .

Cette propriété m'a paru nouvelle, ne l'ayant point vûë nulle part.

*Troisième article.* Voici maintenant plusieurs exemples des points de rupture des figures tirées premièrement par un poids fixe attaché à un point de leur axe.

*De la Logarithmique rompuë sur une ordonnée.*

1°. Si l'on suppose que la Courbe  $NaA$  (Fig. 5.) soit une Logarithmique dont  $FB$  soit l'asymptote, &  $AB$  une ordonnée sur laquelle elle soit fixée, & que le poids  $M$  soit suspendu au point  $F$  de son axe; il est aisé de voir que le point de rupture  $b$  sera éloigné de  $F$  de la valeur de la soûtangente connue  $bY$ , quand on la rompra sur le plat; mais quand on la rompra en côté, alors la distance  $bF$  (6. Fig.) sera seulement la moitié de la même soûtangente, & le tiers quand on la rompra en Conoïde. (Fig. 4.)

*Des Hyperboles rompuës sur leurs asymptotes.*

2°. Si la Courbe  $NaA$  est une 1<sup>re</sup> hyperbole (Fig. 7.) aiant  $B$  pour son centre, &  $BA$ ,  $BF$  pour ses asymptotes, on sçait que la soûtangente  $bY$  de cette Courbe est toujours égale à  $bB$ ; & comme  $bY$  doit être égale à  $bF$ , quand on rompt cette figure en plan par un poids fixe  $M$  suspendu en  $F$  (Fig. 5.) il est évident qu'alors  $bF$  doit être égale à  $\frac{1}{2}BF$ , & égale à  $\frac{1}{3}BF$  quand on la rompt en côté (Fig. 6.) parce qu'alors  $bF$  n'est que la moitié de  $bY$ ; & enfin quand on la rompt en Conoïde,  $bF$  ne doit être que le quart de  $BF$  (Fig. 4.) à cause qu'alors  $bF$  n'est que le tiers de  $bY$ .

*Des Hyperboles rompuës sur des ordonnées aux axes.*

3°. Si le profil  $naA$  (Fig. 5. & 8.) est encore une premiere hyperbole dont  $b$  soit le centre,  $ba$  le demi-axe déterminé  $=p$ , &  $Fb$  le conjugué  $=e$ , on aura par la nature de cette Courbe, en supposant toujours  $M$  un poids suspendu en  $F$ , &  $BA$  l'axe de rupture, & appellant  $BF$ ,  $x$ ; &  $BA$ ,  $z$ ;  $z = \frac{b}{e} \sqrt{x^2 + 2e^2} - 2ex$ ; d'où l'on tire la soûtangente  $BY$  qui répond au point  $A = \frac{x^2 + 2e^2 - 2ex}{x - e}$  par les methodes ordinaires, laquelle étant égalée à  $x$  pour la figure rompuë à plat, donne l'équation  $x^2 + 2e^2 - 2ex = x^2 - ex$ , d'où l'on tire  $2e = x = FB$ ; de sorte qu'en ce cas le point de rupture est à l'extremité  $B$  de l'axe  $FB$  opposée à  $F$ . A a üj

Mais si on la rompt en côté, égalant la soûtangente cy-dessus à  $2x$ , il en résulteroit  $x^2 = 2ee$  &  $x = e\sqrt{2} = FB$ .

Enfin si on la rompt en Cylindroïde, on égalera la même soûtangente à  $3x$ , ce qui donnera  $2x^2 - ex = 2ee$ , & enfin  $x = e \times \frac{1}{4} + \sqrt{17} = FB$ .

On trouvera de même qu'attachant le poids au centre  $b$ , la rupture faite sur le chan se trouvera encore en  $BA$  à l'extrémité du demi-axe conjugué; & qu'en rompant en Cylindroïde, l'axe de rupture  $BA$  sera éloigné de  $b$  de la quantité  $\frac{e}{\sqrt{2}}$ .

*Des Trapezes & des Arbres rompus par le vent.*

4°. Supposons encore que  $FaAQO$  soit un trapeze (Fig. 9.) dont  $OF, QA$  soient les deux côtés perpendiculaires à l'axe  $OQ$ , & qui soit rompu en côté par un poids suspendu en  $F$  ou  $O$ , soit  $Pba$  l'axe de rupture, &  $ABQ$  la base dans laquelle il est retenu; il est constant que si l'on prolonge le côté oblique  $AF$  sur l'axe en  $Z$ ,  $PZ$  sera la soûtangente par le point de rupture  $a$ , laquelle doit être alors double du levier  $PO$ , donc  $OP$  est égale alors à  $OZ = \frac{FO \times FB}{BA}$ .

Mais si on le rompt en cône tronqué qui soit tiré & retenu de même; alors la soûtangente  $PZ$  devra être triple de  $PO$ , ou  $OZ$  double de  $OP$ , donc  $OP$  sera  $= \frac{FO \times FB}{2BA}$ .

Ce Problème est encore un de ceux du Mémoire de 1704, on y regarde le tronc d'un arbre depuis la terre jusqu'au centre d'impression du vent contre la touffe de son feuillage, comme le cône tronqué  $OFAQ$ .  $O$  représente ce centre, &  $AQ$  le pied de l'arbre,  $BA$  représente la difference de ses deux diametres en ces deux endroits,  $FB$  la hauteur de ce centre au-dessus de la terre, &  $FO$  son diamètre au droit de ce centre.

A l'égard de ce trapeze rompu en plan, il est évident qu'il est partout d'une égale résistance, comme le triangle même, & par la même raison, comme on l'a déjà remarqué cy-devant.

On peut remarquer ici que le triangle rompu sur le chan, ou en cône par un poids fixe n'a point de point de rupture, puisque sa soutangente est toujours la même chose que le levier de la puissance rompante, & non pas le double ou le triple comme elle le devroit; cependant quand on lui ajoute un rectangle pour en faire un trapeze, il ne laisse pas d'en avoir dans ces deux cas; ce qui sert déjà d'exemple de la première manière de faire avoir des points de ruptures à des figures qui naturellement n'en ont point.

*Des Conchoïdes rompuës par leurs asymptotes.*

5°. Si la figure  $FNAA$  étoit une Conchoïde (*Fig. 10.*) ayant  $F$  pour son sommet,  $yFB$  pour axe,  $BA$  pour asymptote, &  $y$  pour pole, laquelle fût retenuë par  $BA$  & rompuë en plan par un poids fixe  $M$  suspendu en  $F$ , en nommant  $yF$ ,  $a$ ;  $yB$ ,  $p$ ;  $FB$ ,  $c$ ;  $Bb$ ,  $u$ ; on auroit l'équation

$$\frac{p-u\sqrt{c^2-u^2}}{u} = z = ba, \text{ quand le pole } y \text{ est du côté du sommet } F \text{ à l'égard de } BA, \text{ \& } \frac{p+u\sqrt{c^2-u^2}}{u} = z = ba \text{ lorsque}$$

$y$  est de l'autre côté, ce qui donne  $dz = du \times \frac{pc^2 - u^3}{u^2\sqrt{c^2-u^2}}$ , & la soutangente  $bY = \frac{z du}{dz} = \frac{up + u^2 \times c^2 - u^2}{c^2 - u^3}$  qui doit être en ce cas  $= c - u = FB$ ; d'où l'on tire en substituant la valeur de  $p = a \pm c = yP$  l'équation  $u^2 + \frac{puc - pc^2}{a} = 0$ , qui

donne  $u = \sqrt{p^2 + 4ap} - p \times \frac{c}{2a} - Bb$ ; &  $u = c \times \sqrt{3} - 1$  quand dans le premier cas  $yF = FB$  ou  $a = c$ : ou  $u = \frac{1}{2}c$  lorsque dans le second cas  $c = \frac{1}{2}a$  ou  $BF = By$ .

Mais si cette figure est rompuë en côté, on égalera cette soutangente à  $2c - 2u$ ; d'où l'on tirera l'égalité  $u^3 \pm au^2 \pm cup \pm 2pc^2 = 0$ , qui donne dans le premier cas  $u = Bb = c$ , qui marque que la rupture est en  $F$ , &  $u = \frac{p + \sqrt{p^2 + 8pc}}{2} = Fb$  dans le second cas.

Enfin si on rompt la même seconde Conchoïde en Conoïde, on égalera la même soutangente  $cy$  dessus à  $3c - 3u$ , ce qui donnera l'équation  $u^3 - \frac{au^2 - puc + 3pc^2}{2} = 0$ .

à cause que  $p = a - c$ , laquelle en supposant à l'ordinaire

$$u = s + \frac{a}{b}, \text{ se change en cette autre } \left\{ \begin{array}{l} \frac{-a^2}{12} \quad \frac{-a^3}{108} \\ \frac{-pc^2}{2} + \frac{3pc^2}{2} = 0 \\ \frac{-pc^2}{12} \end{array} \right\}$$

ou  $s^3 - es - b = 0$  qui n'a qu'une racine positive, sçavoir

$$u = \frac{a}{b} + \sqrt[3]{\frac{1}{2}b^2} + \sqrt[3]{\frac{1}{4}b^2 - \frac{1}{27}e^3} + \sqrt[3]{\frac{1}{2}bb} - \sqrt[3]{\frac{1}{4}bb - \frac{1}{27}e^3}$$

lorsque  $\frac{1}{4}b^2$ , excède  $\frac{1}{27}e^3$ , les deux autres étant imaginaires.

Mais si  $\frac{1}{27}e^3$ , est égal à  $\frac{1}{4}bb$ , on aura  $u = \frac{a}{b} + 2\sqrt[3]{\frac{1}{2}b}$ . En-

fin si  $\frac{1}{27}e^3$  excède  $\frac{1}{4}bb$ , on trouvera cette racine positive au moyen des analogies suivantes.

{ Comme  $\sqrt{\frac{e}{b}}$  est à  $\frac{h}{\frac{1}{3}e}$ , ainsi le sinus total des tables du cercle à un quatrième terme,

qui sera le sinus d'un arc dont on prendra les  $\frac{2}{3}$  qu'on ajoutera à 120 degrez, pour faire la seconde analogie :

{ Comme le sinus total est à la corde de la somme trouvée ; ainsi  $\sqrt{\frac{e}{b}}$  à un quatrième terme,

qui sera la valeur désirée, à laquelle on ajoutera  $\frac{1}{2}a$ ,

A l'égard de la premiere rompuë en Conoïde, son point de rupture est à son sommet, comme quand on la rompt en côté.

6. Voici aussi quelques exemples des Courbes qu'il faut augmenter d'un rectangle pour leur faire avoir un point de rupture, en les tirant par un poids fixe.

*D'un Quart de Cercle augmenté d'un rectangle rompu sur une Tangente.*

Premierement soit  $FNaA$  un quart de cercle (fig. 11.) dont  $FB, AB$ , soient deux tangentes par ses extremités faisant un angle droit dans leur rencontre  $B$ , soit  $FOQB$  un quarré appliqué à  $FB$ , on suppose cette figure retenuë dans sa bâte  $AQ$  & tirée en plan par un poids appliqué en  $F$ . Appellant  $FB, FO, c$ ;  $Fb, x$ ; &  $ba, u$ ; on aura  $Fb = x = \sqrt{2cu - u^2}$ , &  $u = c - \sqrt{c^2 - x^2} = ba$ , &  $du = \frac{xdx}{\sqrt{c^2 - x^2}}$ ;

qui donnera la souîtangente  $\frac{u+c \times dx}{du} = PY = \frac{2c - \sqrt{c^2 - x^2} \times \sqrt{c^2 - x^2}}{x}$   
 qu'il faut éгалer au levier  $OP = x$ , d'où l'on tirera l'égalité  
 $4x^2 = 3c^2$ , &  $x = \frac{c}{2} \sqrt{3}$ , qui donne l'arc  $Fa$  de 60 degrez  
 précifement.

Mais si on rompt la même figure sur le chan, en la re-  
 tenant, & tirant comme ci-deffus, & les mêmes déno-  
 minations subsiftant; on aura (en égalant la souîtangente  
 $PY$  à  $2x$ ) l'égalité  $x^4 + 6c^2x^2 = 3c^4$ . D'où l'on tire  $x = c$   
 $\sqrt{2\sqrt{3}-3}$ .

Enfin si on rompt la même figure en Conoïde, tout de-  
 meurant au reste le même, on égalera la souîtangente  
 $PY$  à  $3x$ ; ce qui donnera l'égalité  $x^4 + 2x^2c^2 = \frac{3}{4}c^4$ , qui  
 donne (même fig.)  $x = \sqrt{\frac{1}{2}\sqrt{7}-1}$ .

*De la Parabole rompuë sur une Tangente par son  
 fommet.*

2. Si la figure  $FaA$  est une parabole (même fig.) sur la tan-  
 gente  $FB$  par son fommet  $F$ , qui soit retenuë par son ordon-  
 née  $BA$ , & rompuë en plan par un poids fixe attaché en  $F$ ,  
 à laquelle on ait ajoûté le rectangle  $FOQB$  dont la lar-  
 geur  $FO$  soit égale au paramètre  $= p$ . Soit toujours  
 $Fb = OP = x$ ,  $ba = z$ , on aura par la nature de cette Cour-  
 be  $\frac{x^2}{p} = z$ , &  $\frac{2xdx}{p} = dz$ , ce qui donnera la souîtangente  
 $PY$  prise sur  $OQ = \frac{z+pdx}{dz} = \frac{x^2+p^2}{2x}$ , qu'il faut éгалer à  
 $PO = x$ ; ce qui donne l'égalité  $p^2 = x^2$ , &  $p = x$ ; de sorte  
 que l'axe de rupture  $Pba$  est alors éloigné du fommet  $F$ , ou  
 du poids  $M$ , de la valeur du parametre.

Mais si on rompt cette figure en côté, il faudra alors  
 éгалer  $\frac{x^2+p^2}{2x}$  à  $2x$ ; ce qui donnera l'égalité  $p^2 = 3x^2$ , &  
 $\frac{p}{\sqrt{3}} = \frac{p\sqrt{3}}{3} = x$ .

Enfin si l'on rompt la même figure en Conoïde, tout  
 le reste demeurant égal, on égalera la même souîtangente  
 $\frac{x^2+p^2}{2x}$  à  $3x$ ; ce qui donnera  $p^2 = 5x^2$ , &  $\frac{p}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}p = x$ .

*De la Cissoïde rompuë sur une Ordonnée par son centre.*

3. Si de plus  $FaA$  (*même fig.*) est une Cissoïde dont  $F$  soit le sommet,  $FB$  l'axe,  $B$  le centre,  $BA$  une ordonnée par ce centre, par laquelle elle soit, si l'on veut, retenue, ou par une parallèle à  $QBA$  encore plus éloignée de  $F$ ; tandis qu'elle est tirée en plan par un poids constant appliqué en  $F$ , & que  $OFBQ$  soit encore un quarré appliqué à l'axe  $FB$ : appellant toujours  $Fb$ ,  $x$ ;  $FB = FO$ ,  $c$ ; on aura par la nature de cette Courbe  $ba = u = \frac{x^2}{\sqrt{2cx - x^2}}$ ; dont la différentielle  $du = \frac{3cx - x^2 \times dx}{\sqrt{2cx - x^2} \times x}$ .

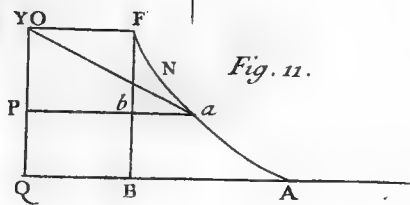
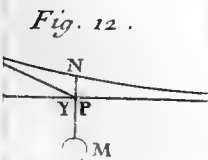
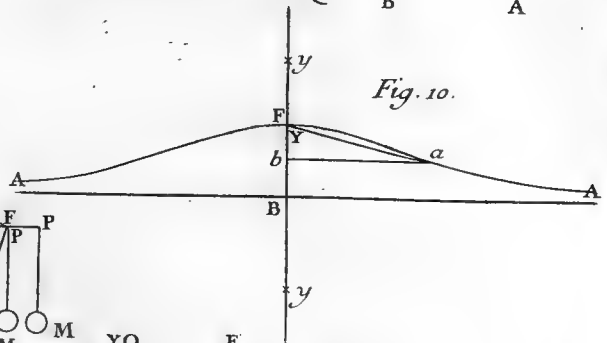
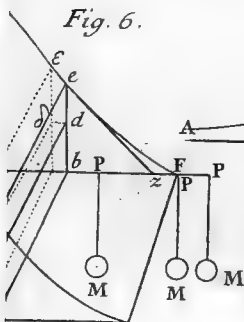
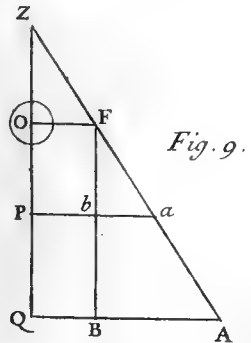
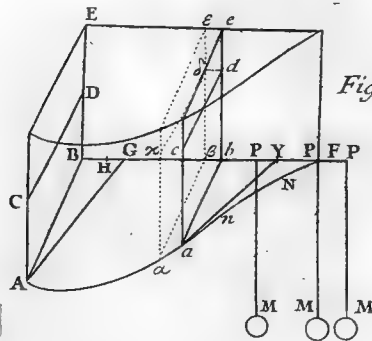
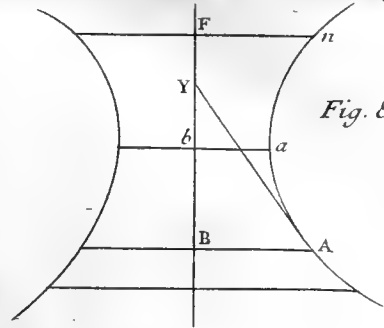
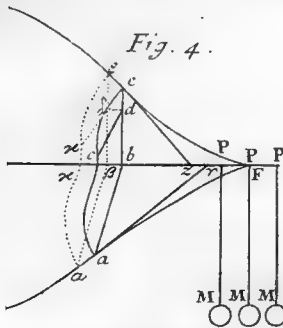
d'où l'on tire la soultangente  $PT = \frac{x^2 + c\sqrt{2cx - x^2} \times 2c - x}{3cx - x^2}$ , qui étant égalée à  $PO = x$ , donne l'équation  $x^3 = 2c - x^3$ , & enfin  $c = x$ ; de sorte qu'en ce cas la rupture se fera par le centre  $B$ .

Si la Cissoïde est rompuë en côté, tout le reste demeurant le même, on égalera la soultangente  $PT$  ci-dessus à  $2x$ , ce qui donnera l'équation  $2c - x^3 \times c^2 = 4cx^2 \times x^3$ , d'où l'on tire  $x^5 - 8x^4 + 17x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = 0$ , en supposant  $c = 1$ , d'où l'on tire  $x = \frac{6141}{1000} \times c$ .

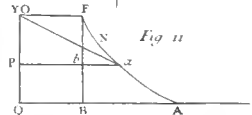
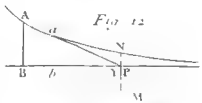
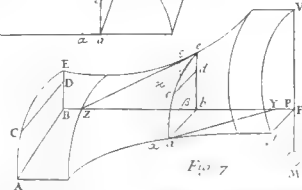
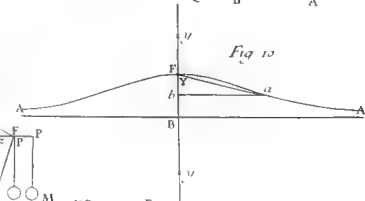
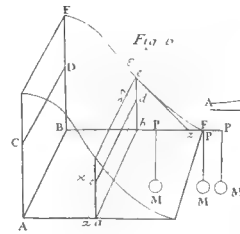
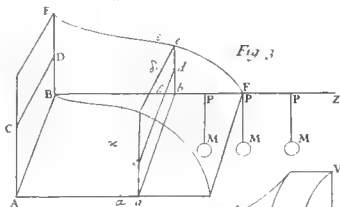
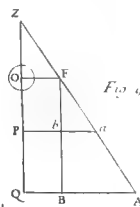
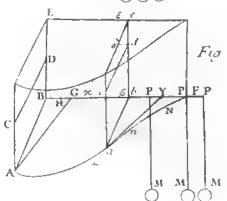
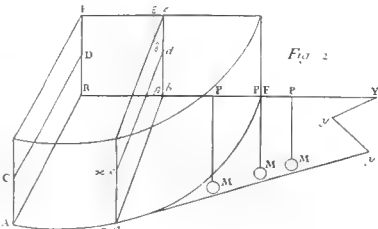
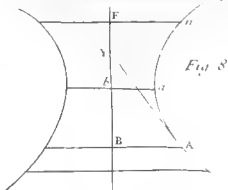
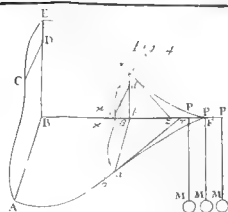
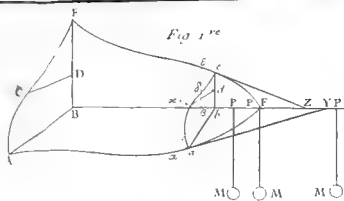
Enfin si l'on rompt cette Courbe en Conoïde, on aura en égalant la même soultangente ci-dessus à  $3x$ , l'équation  $x^3 \times 7c - 2x^2 = 2c - x^3 \times c^2$ , d'où l'on tire l'égalité  $x^5 - 7x^4 + \frac{25x^3}{2} - \frac{3}{2}x^2 + 3x - 2 = 0$ , en supposant  $c = 1$ , ce qui donne  $x = \frac{2633}{1000} \times c$ .







Voyez l'Errata



Voyez l'Errata

# OBSERVATION

## DE L'ECLIPSE DU SOLEIL

*du 28 Février 1710,*

*Faite à Versailles en présence de MONSIEUR*

*LE DUC DE BOURGOGNE.*

PAR M. CASSINI le fils.

**L**E Ciel étoit couvert à Versailles au commencement de l'Eclipse. A  $1^h 5'$  on apperçut le Soleil au travers des nuages rares qui le laissoient quelquefois entrevoir assez distinctement, & empêchoient souvent que son disque ne parût exactement terminé,

A  $1^h 8'$  la quantité du disque du Soleil qui étoit éclipsé fut observée avec le Micrometre d'un peu plus de 7 doigts.

à  $1^h 19'$  la grandeur de l'Eclipse étoit de  $6^d 50'$

1	25		6	17
1	28		6	0
1	29	$\frac{1}{2}$	5	$47\frac{1}{2}$
1	34		5	13
1	43		4	26
1	46		4	11
1	50	exacte	3	52
1	53		3	39
1	54		3	24
1	59	$\frac{1}{2}$ exacte	2	52
2	2	exacte	2	37
2	5	30	2	19
2	22	30	0	27
2	26	Fin de l'Eclipse	0	0

On a tiré de ces Phases le temps des doigts éclipsés depuis le milieu jusqu'à la fin.

Bb ij

1710.  
5. Mars,

à 1 <sup>h</sup> 13'	7 <sup>d</sup> 0'
1 28	6
1 31 45	5 $\frac{1}{2}$
1 37 20	5
1 42 15	4 $\frac{1}{2}$
1 48	4
1 53 36	3 $\frac{1}{2}$
1 58 23	3
2 3 22	2 $\frac{1}{2}$
2 8 0	2
2 17 30	1
2 22 30	Un demi doigt.
2 26 0	Fin de l'Eclipse.

## O B S E R V A T I O N

## DE L'ECLIPSE DU SOLEIL

du 28. Fevrier 1710.

PAR M. MARALDI.

1710.  
24. Mars.

Quelques jours avant l'Eclipse on avoit placé au foyer d'une Lunette de 12 pieds deux fils de foye, en sorte qu'ils comprenoient précisément le diametre entier du Soleil, & ils étoient attachez sur les deux côtez d'une plaque de cuivre qui avoit une ouverture quarrée. Les intervalles entre ces deux fils furent divisez en 24 parties égales, à chacune desquelles on plaça un fil de foye pour avoir le diametre entier divisé en 24 parties égales, qui sont les doigts & les demi-doigts.

Comme la grandeur apparente du Soleil ne change point sensiblement d'un jour à l'autre, son diametre étoit encore compris précisément entre ces deux fils le jour de l'Eclipse.

Pour observer les doigts éclipez on a placé le bord en-

tier du Soleil sur le fil qui est à une des extrémités, & dans cette situation on a marqué le tems que la concavité de l'Eclipse est arrivée à un des fils placez à l'autre extrémité: les fils compris entre ces termes font connoître la partie claire du Soleil, & le résidu des fils jusqu'à 24 donnent les doigts & les demi-doigts éclipez.

C'est de cette maniere qui nous a paru la plus prompte & la plus évidente que nous avons observé la plupart des phases de l'Eclipse. Les autres parties des doigts éclipez ont été observées par estimation, lorsque la concavité de l'Eclipse arrivoit à la moitié de chaque intervalle.

Le matin du 28 Février le Soleil ayant paru un peu de tems au travers des nuages vers les 9 heures & demie, se couvrit entierement presque aussi-tôt, & ne commença de paroître qu'à une heure & demi après midi, lorsque le commencement & le milieu de l'Eclipse étoient déjà passez. A une heure & demie le Soleil ne parut qu'un moment, de sorte qu'on n'eut pas le tems d'en faire d'observations exactes avec le Reticule. Il parut ensuite à diverses reprises, mais je ne pus pas mesurer la grandeur de l'Eclipse qu'à une heure 41' 50" que je trouvai précisément de 5 doigts. Je déterminai cette phase & les suivantes jusqu'à 2 heures par les fils compris entre les cornes, qui étoient beaucoup mieux terminées que le bord inferieur du Soleil qui étoit plus plongé dans les nuages.

à 1 <sup>h</sup> 48'	l'Eclipse est de 4 <sup>doigts</sup> 30'
1 50	elle est de 4 25
1 55	3 32
1 58	3 15
2 0 30	3 10
2 3 50	2 45 douteuse.
2 6	2 30
2 9	2 15
2 10	2 0
2 14 45	1 30
2 17	1 15
2 18 40	1 0

à 2<sup>h</sup> 20' 30" 0 doigts 45'  
2 22 30 0 30

Ensuite le Soleil se couvre pendant trois minutes, & à 2<sup>h</sup> 25' 34" le Soleil ayant paru mal terminé, je ne vis plus d'Eclipse. A 2<sup>h</sup> 26' 4" le Soleil parut bien terminé, & l'Eclipse étoit entièrement finie.

## OBSERVATION

### DE L'ECLIPSE DE SOLEIL

*arrivée le 28 Fevrier 1710. à l'Observatoire.*

PAR MM. DE LA HIRE.

1710.  
5. Mars.

**L**E Ciel a été entièrement couvert dans tout le commencement de cette Eclipse, enforte qu'on ne pouvoit pas même appercevoir l'endroit où étoit le Soleil, & l'on n'a commencé à le voir un peu distinctement qu'à 1<sup>h</sup> 35'; ensuite on a fait les observations suivantes avec le Micrometre attaché à la Lunette de 7 piés.

<i>Tems vray.</i>	<i>Doigts éclipsés &amp; min.</i>	<i>Doigts &amp; demi-doigts.</i>
à 1 <sup>h</sup> 35' 0"	5 doigts 51'	
41 20	5 38	
43 18	5 16	1 <sup>h</sup> 42' 3" — 5 $\frac{1}{2}$ doigts
44 40	4 58	44 31 — 5
46 55	4 40	
49 0	4 26	48 24 — 4 $\frac{1}{2}$
50 45	4 12	
53 12	3 57	52 43 — 4
57 55	3 31	
59 50	3 15	58 2 — 3 $\frac{1}{2}$
2 2 15	3 1	
4 10	2 46	2 2 23 — 3
5 30	2 32	

<i>Temps vray.</i>	<i>Doigts éclipsés &amp; min.</i>	<i>Doigts &amp; demi-doigts- doigts</i>
à 2 <sup>h</sup> 7' 25"	2 doigts 8'	2 <sup>h</sup> 5' 46" — 2 $\frac{1}{2}$
9 23	2 4	
11 15	1 50	9 55 — 2
13 10	1 36	
15 18	1 22	14 5 — 1 $\frac{1}{2}$
17 27	1 7	
19 18	0 53	18 22 — 1
21 10	0 39	
23 8	0 24	22 21 — 0 $\frac{1}{2}$
25 8	0 11	
27 0	0 0 Fin.	27 0 — Fin.

Nous avons aussi observé cette éclipse avec un carton placé au foyer d'un verre d'environ 23 piés, sur lequel l'image du Soleil occupoit 31 lignes  $\frac{1}{2}$ , que nous avons divisée en 24 parties égales pour y recevoir les doigts & demi-doigts de l'Eclipse: mais comme le Soleil étoit trop foible quand il a commencé à paroître au travers des nuages, on ne pouvoit pas voir encore son image sur le carton blanc; c'est pourquoi on n'a pû s'en servir que dans les observations suivantes.

à 2 <sup>h</sup>	7' 20" —	2 doigts $\frac{1}{2}$
10	48 —	2 0
15	45 —	1 $\frac{1}{2}$
19	0 —	1 0

On a aussi observé la fin de l'Eclipse avec une Lunette de 16 piés pour la voir plus distinctement, & on l'a trouvée à 2<sup>h</sup> 27' 0" comme on l'avoit déterminée séparément avec la Lunette de 7 piés à laquelle le Micrometre est attaché.

On a remarqué que l'endroit où la Lune quittoit le Soleil, étoit un peu inégal & comme dentelé, ce que nous avons attribué aux Montagnes qui sont sur le bord de la Lune, comme on l'a déjà vû dans d'autres Eclipses.

A la fin de l'Eclipse nous avons observé avec le Micrometre, que le diametre du Soleil étoit précisément de 32 21".

## METHODE GENERALE

POUR LA DIVISION DES ARCS DE CERCLE  
ou des Angles , en autant de parties égales  
qu'on voudra.

PAR M. DE LA HIRE.

1710.  
15. Mars.  
FIG. I.

**S**Oit un arc de cercle  $BN$  qu'il faut diviser en autant de parties égales qu'on voudra aux points  $AEG$  &c. Ce qu'on dit d'un arc de cercle , se doit entendre de même d'un angle.

Soit  $BN$  la corde de cet arc laquelle soit donnée : Soit  $BA$  l'une des parties requises de l'arc , &  $NP$  une autre partie aussi requise , & ces deux parties sont aux extrémités de l'arc. Si par le point  $A$  on mène le diamètre  $ACD$  , & que par le point  $P$  on mène la corde  $PD$  ; je dis que la corde de  $PD$  coupera la corde  $BN$  à angles droits en  $M$ .

Si l'on mène les cordes  $BA$  ,  $BD$  , le triangle  $ABD$  sera rectangle en  $B$  , mais le triangle  $PBM$  est semblable au triangle  $ADB$  ; car les angles  $PBN$  ,  $ADB$  sont égaux , étant appuyés sur des arcs égaux , & l'angle  $BPD$  est égal à l'angle  $BAD$  étant appuyés sur le même arc , dont l'angle  $BMP$  est droit étant égal à l'angle droit  $DBA$ .

## L E M M E I.

Il suit de ce que je viens de démontrer , que pour quelque division que ce soit  $BP$  est à  $BM$  , comme  $AD$  à  $DB$ . Et si l'on pose le rayon du cercle  $CA=r$  , la corde  $BN$  donné  $=d$  , & la corde d'une des divisions comme  $AB=z$  , on aura  $AD \mid BD \parallel 2r \mid \sqrt{4rr-zz} \parallel BP \mid BM$ .

Mais  $BP$  est toujours la corde de la division précédente de l'arc , laquelle est moindre d'une partie que celle



celle qui est proposée, & je pose cette corde  $BP = c$ , c'est pourquoi on aura  $BM = \frac{c}{2r} \sqrt{4rr - \mathcal{X}\mathcal{X}}$

## L E M M E I I.

Si du centre  $C$  du cercle on mene la perpendiculaire  $CR$  sur la corde  $BP$ , elle la coupera en deux également, & l'angle  $BCR$  sera égal à l'angle  $BDP$  qui est aussi égal à l'angle  $BNP$ , car  $BCR$  est la moitié de  $BCP$  qui seroit au centre, & appuyé sur le même arc que les deux autres. Mais les deux triangles  $BCR$ ,  $NMP$  étant rectangles, & ayant de plus un angle égal à un angle, sont semblables; donc  $CB|CR$ , ou bien  $2CB = 2r|2CR = \sqrt{4rr - cc} || PN = \mathcal{X} | NM = \frac{\mathcal{X}}{2r} \sqrt{4rr - cc}$ .

Nous aurons donc une formule générale pour la corde  $BN = d = BM + NM$ , qui sera par ces deux Lemmes  $\frac{c}{2r} \sqrt{4rr - \mathcal{X}\mathcal{X}} + \frac{\mathcal{X}}{2r} \sqrt{4rr - cc} = d$ .

On voit par-là, qu'en commençant la division de l'arc en deux & poursuivant, on aura les équations de toutes les divisions à l'infini, en substituant toujours dans la formule la valeur de la corde de la division précédente  $= c$  jusqu'à celle qu'on demande.

## E X E M P L E S.

Pour la division de l'arc en deux on trouvera l'équation  $\frac{\mathcal{X}}{2r} \sqrt{4rr - \mathcal{X}\mathcal{X}} + \frac{\mathcal{X}}{2r} \sqrt{4rr - \mathcal{X}\mathcal{X}}$  en substituant  $\mathcal{X}$  qui est égale à la corde précédente  $= c$ , dans la formule générale, & cette équation se réduit à  $\frac{\mathcal{X}}{r} \sqrt{4rr - \mathcal{X}\mathcal{X}} = d$ , qui est une équation qui se réduit à une plane.

Pour la division d'un arc en trois parties on trouvera  $\frac{\mathcal{X}}{2rr} \times 4rr - \mathcal{X}\mathcal{X} + \frac{\mathcal{X}}{2r} \sqrt{4rr - \frac{4rr\mathcal{X}\mathcal{X} + \mathcal{X}^4}{rr}} = d$  après avoir dans la formule générale la substitution de la valeur de  $c$  qu'on a trouvée pour la corde de la division précédente qui est  $\frac{\mathcal{X}}{r} \sqrt{4rr - \mathcal{X}\mathcal{X}}$ . Mais cette équation se réduit à  $\frac{3rr\mathcal{X} - \mathcal{X}^3}{r} = d$ .

Pour la division d'un arc en quatre parties , on trouve de même en substituant dans la formule générale, la valeur de la corde de la division précédente qui est celle de trois,  $\frac{3rr\tilde{x}-\tilde{x}^3}{2r^3} \times \sqrt{4rr-\tilde{x}\tilde{x}} + \frac{\tilde{x}}{2r} \sqrt{4rr-\frac{9r^4\tilde{x}\tilde{x}+6rr\tilde{x}^4-\tilde{x}^6}{r^4}}$

$= d$ . Mais cette équation se réduit à

$$\frac{2rr\tilde{x}-\tilde{x}^3}{r^3} \times \sqrt{4rr-\tilde{x}\tilde{x}} = d.$$

Pour la division de l'arc en cinq parties , on trouvera de même en substituant dans la formule générale, la valeur de  $c$  qui est la corde de la division précédente , & qui est moindre d'une unité que celle qui est proposée ,

$$\frac{2rr\tilde{x}-\tilde{x}^3}{2r^4} \times \sqrt{4rr-\tilde{x}\tilde{x}} + \frac{\tilde{x}}{2r} \sqrt{4rr-\frac{2rr\tilde{x}+\tilde{x}^3}{r^3} \times \sqrt{4rr-\tilde{x}\tilde{x}}} = d.$$

& ainsi des autres.

Mais on remarquera que toutes les divisions en nombre pair se dépriment à la moitié par la division de l'arc en deux ; & ayant réduit la corde donnée à la corde de la moitié de l'arc , on la considerera comme la corde de l'arc qu'on doit diviser  $= d$ .

Toutes ces équations pourront se construire facilement par les méthodes générales , en les réduisant en deux lieux dont l'un sera à un cercle , & l'autre à une ligne courbe d'un degré qui convient à l'équation proposée : mais il y a quelque difficulté à les construire avec le cercle donné sur lequel est l'arc proposé à diviser , en le tirant de l'équation.

M. Descartes rapporte dans le 3<sup>e</sup> Livre de sa Géométrie , la méthode pour diviser un arc de cercle en trois parties , qui lui sert d'un exemple pour résoudre des équations cubiques , & il y employe une parabole avec un cercle qui n'est pas celui où est l'arc proposé. Il trouve par ce moyen les racines de l'équation qui sont les ordonnées à l'axe de la parabole , lesquelles sont menées par ses rencontres avec le cercle ; c'est aussi ce que l'on trouve facilement par la méthode générale des constructions. Mais M. Descartes ayant remarqué quelles sont deux de ces racines , ne dit rien autre chose de la troi-

sième, si ce n'est qu'elle est égale aux deux autres prises ensemble, & c'est ce qui est évident par la forme de l'équation qui n'a point de second terme; & il semble qu'il n'ait pas apperçû qu'elle donnoit aussi, comme elle doit faire, une solution de ce même Problème. Il est vrai qu'il n'est pas facile d'appercevoir cette solution dans la construction qu'il donne; c'est pourquoi je crois qu'on doit preferer dans ces sortes de constructions, celle qui se fait avec un lieu qui coupe celui qui est donné, comme ici le cercle, dans tous les points de la solution du Problème & dans toute son étendue, & principalement quand le lieu trouvé est le plus simple qui puisse servir à la solution avec celui qui est donné, ce qui montre aussi toutes les racines de l'équation & leurs usages: & c'est ce qui ne se trouve pas généralement par toutes sortes de constructions. Voici comment on peut trouver ce lieu dans le cas de la trisection de l'arc ou de l'angle.

Soit sur le cercle donné  $ABGF$ ; l'arc proposé  $FAB$  qu'il faut diviser en trois parties égales aux points  $H, I$ . FIG. II.

Puisque l'arc  $FAB$  est donné, aussi sa corde  $FB$  est donnée, & la perpendiculaire  $CD$  menée du centre  $C$  sur cette corde sera aussi donnée.

Ayant mené le rayon  $CH$ , il coupera en deux également l'angle  $FHI$  fait par les cordes des parties de l'arc, & il rencontrera la corde  $FB$  au point  $E$  qui sera l'angle du parallelogramme équilateral  $FHIE$ , puisque par la construction les côtés  $HI$  &  $FE$  sont paralleles entr'eux.

Maintenant ayant mené le diametre  $CK$  parallele à la corde  $FB$  &  $HL$  parallele à  $AC$ , soit posé le rayon du cercle  $= r$ ,  $FD = d$ .  $CD = a$ .  $CL = y$ . &  $HL = x$ .

On aura pour le lieu au cercle donné  $rr = yy + xx$ .

On a aussi  $HL \parallel CL \parallel CD \parallel DE$ , ce qui est

$$x|y||a|\frac{ay}{x} = DE.$$

Mais  $FE = HI = 2CL = 2y$ : donc  $DF = 2y + \frac{ay}{x} = d$ , ou bien  $2yx + ay - dx = 0$ , qui est un lieu à une hyperbole équilaterale entre ses asymptotes; & pour en faire la

C c ij

construction avec le cercle donné, on la réduira d'abord à  $\frac{1}{2}dz - yx - \frac{1}{2}ay = 0$ , & posant  $\frac{1}{2}d - y = t$ , ce qui donne aussi  $\frac{1}{2}d - t = y$ , on aura  $tx - \frac{1}{4}ad + \frac{1}{2}at = 0$ ; & prenant enfin  $x + \frac{1}{2}a = v$ , on aura  $tv = \frac{1}{4}ad$  ou  $= \frac{1}{2}a \frac{1}{2}d$ , pour le lieu tout réduire.

On divisera donc  $FD$  en deux également en  $M$ , & l'on tirera  $MO$  parallèle à  $CA$ , & elle sera une des asymptotes du lieu cherché. Ensuite ayant pris  $MO = \frac{1}{2}CD$ , & par le point  $O$  ayant mené  $PO$  parallèle à  $FB$ ,  $PO$  sera l'autre asymptote du lieu cherché qui doit passer par le centre  $C$  du cercle. Car par la construction le rectangle  $OC$  sera  $= \frac{1}{4}ad$ , & qui doit être égal au rectangle  $OQ \times QH = tv$ ; puisque  $HL + LQ = x + \frac{1}{2}a = v$  par la construction, &  $OQ = DM - CL = \frac{1}{2}d - y$ . Ainsi l'hyperbole  $HCS$  rencontrera l'arc de cercle  $FAB$  au point  $H$  de la division cherchée, & l'autre hyperbole  $GR$  rencontrera l'autre partie du cercle au point  $G$ , qui sera aussi le point de la division en trois, sçavoir,  $FG$  de l'arc  $FGB$  du reste du cercle.

Mais ces deux hyperboles rencontrent encore aux points  $RS$  le cercle proposé, qui doivent être aussi des points de la solution du Problème: cependant il semble qu'ils n'ayent aucun rapport à la division des arcs de cercle en trois parties. Il est pourtant vrai qu'il doit y avoir autant de racines & de solutions dans l'équation, qu'il y a de rencontres des deux lieux qui la construisent. C'est pourquoi dans cet exemple cherchons l'équation qui devroit être construite par la combinaison de ces deux lieux.

La première est celle au cercle  $rr = xx + yy$ , la seconde est celle à l'hyperbole  $yx + \frac{1}{2}ay - \frac{1}{2}dx = 0$ , & nous tirerons de celle-ci  $x = \frac{\frac{1}{2}ay}{\frac{1}{2}d - y}$ ; & substituant dans l'équation au cercle la valeur de  $xx$  tirée de cette dernière, on aura  $rr = \frac{\frac{1}{4}aayy}{\frac{1}{4}dd - dy + yy} + yy$ , ou bien  $\frac{1}{4}ddrr - rrdy + rryy - \frac{1}{4}aayy - \frac{1}{4}ddy + dy^3 - y^4 = 0$ ; & comme

on a aussi à cause du cercle  $aa+dd=rr$ , cette équation se réduit à celle-ci  $y^4-dy^3-\frac{3}{4}rryy+rrdy-\frac{1}{4}rrdd=0$ .

Mais dans la combinaison des deux lieux il est évident que la racine  $RZ$  est égale à  $FD$ , puisqu'on a coupé  $FD$  en deux également en  $M$ , & que le rectangle  $RO$  est égal au rectangle  $CO$ . Aussi l'équation quarre-quarrée qu'on a trouvée se déprime à une cubique par la division de  $y-d=0$ ; car cette racine  $RZ$  est une vraie, étant du même côté que  $CL$  ou  $HQ$  par rapport à  $CA$ . Cette équation réduite sera donc

$y^3-\frac{3}{4}rry+\frac{1}{4}rrd=0$ , ce qui montre qu'entre les trois racines restantes de l'équation, il y en a encore une fausse  $ST$ , qui est égale toute seule aux deux autres vraies prises ensemble  $HQ$  &  $GV$ , à cause que cette équation cubique n'a point de second terme, comme M. Descartes l'avoit remarqué dans la Solution de ce Problème.

Mais la difficulté n'est pas levée dans cette construction, laquelle ne paroît pas dans celle de M. Descartes, & il lui suffisoit d'avoir remarqué que cette fausse racine étoit égale aux deux vraies; mais ici il n'en est pas de même, car il faut nécessairement qu'elle donne une solution particulière, puisque les rencontres des deux lieux donnent des solutions du Problème, aussi ce point  $S$  en est-il une; car l'arc  $BS$  est le tiers de la différence entre les deux arcs  $FAB$ ,  $FGB$ , ce qui résout le Problème dans toute l'étendue qu'on peut désirer; car par ce moyen non seulement chacune des portions proposées de tout le cercle est divisée en trois parties, mais encore tout le cercle le sera aux points de rencontre  $HSG$ , & par conséquent  $BS$  sera le tiers de la différence entre les tiers des deux segmens. Ce que l'on trouvera vrai si l'on cherche à diviser l'arc  $FGB$  en trois parties, en posant  $FG$  pour une de ces parties comme on a fait  $FH$ ; car un semblable calcul donnera les mêmes hyperboles & dans la même position où on les a trouvées pour le point  $H$ . Enfin si l'on tire  $BT$  parallèle à  $AM$  qui sera égale & parallèle aussi à  $FR$ , on voit qu'elle sera la moitié de

la difference des deux portions du cercle ; & si l'on cherche par la méthode précédente les hyperboles qui diviseront l'arc  $BY$  en trois parties , dont l'une soit  $SY$  sur la corde  $BY$  , comme on a fait pour la portion  $FH$  sur la corde  $FB$  ; on trouvera encore les mêmes hyperboles & dans la même position , ce qui sert de démonstration pour ce que j'ai avancé.

On peut assurer que cette Solution est la plus simple & la plus générale de toutes celles qu'on peut trouver pour la trisection d'un angle , puisque de toutes les Sections Coniques il n'y en a point après le cercle qui soit plus facile à décrire , ni dont l'équation soit moins composée que celle de l'hyperbole équilatère entre ses asymptotes , ni qui ait plus de rapport au cercle.

Mais comme il m'a semblé qu'on pouvoit trouver quelque difficulté à chercher le lieu qui donneroit avec le cercle proposé d'autres divisions d'un arc en plus de parties que trois , je ferai voir encore l'application de cette méthode générale dans une division en cinq parties.

FIG. III. Soit l'arc  $FAB$  donné sur le cercle  $FB$  dont le centre est  $C$  , & il faut diviser cet arc en cinq arcs égaux aux points  $RHIN$ .

Soit fait ; & soit mené le rayon  $CA$  perpendiculaire sur la corde donnée  $FB$  qui la coupera en deux également , & de même aussi la corde  $HI$  de la division du milieu. Soit aussi mené le diamètre  $CQ$  parallèle à la corde  $FB$  , & les rayons  $CH$  ,  $CI$  qui couperont la corde  $RN$  aux points  $EM$  , qui sont les mêmes où les cordes  $IF$  &  $HB$  la rencontrent ; ce qui est évident par ce qui a été démontré de la division de l'arc en trois parties.

Mais les deux triangles  $HRE$  ,  $EFV$  sont semblables , puisqu'ils ont leurs angles en  $R$  &  $F$  égaux , étant appuyés chacun sur deux divisions de l'arc proposé , & de plus leurs côtés sont parallèles entr'eux ; donc  $FV$  est égale à  $FE$  , puisque  $RE$  est égale à  $RH$ . Mais aussi la corde  $IF$  est égale à la corde  $RN$  ; donc  $RM$  est égale à  $FE$  ,

égale à  $FV$ , égale à  $NE$ ; & par conséquent on pourroit former la parallelogramme  $FRMV$ , & l'équilatere  $FENV$ .

Soit maintenant posé  $CH$  rayon du cercle  $=r$ , & ayant mené  $HQ$  parallele à  $CA$ , soit  $CQ=y=\frac{1}{2}HI$  qui est la demi-corde d'une des divisions, &  $HQ=z$ . Soit aussi la demi-corde  $FD$  donnée  $=d$ , &  $CD$  aussi donnée  $=a$ , & enfin  $SQ$  ou  $CO=x$ .

On aura donc  $HQ=z \mid CQ=y \mid CO=x \mid OE=\frac{yx}{z}$ , & par conséquent  $RM$  ou  $FV$  ou  $FE=RE+2EO=2y+\frac{2yx}{z}$ .

Mais  $HQ \mid QC \mid CD \mid DV$ , ce qui est  $z \mid y \mid a \mid \frac{ay}{z}=DV$ .

Donc  $FD=FE+DV=2y+\frac{2yx}{z}+\frac{ay}{z}=d$ .

Ce qui donne la première équation. Mais comme elle renferme trois inconnues, il en faut faire évanouir une, laquelle doit être  $x$ , afin qu'il n'y reste que les deux autres  $y$  &  $z$  qui forment l'équation au cercle donné, sçavoir  
 $rr=yy+zz$

Les deux triangles  $HCI$ ,  $HIE$  sont semblables, car ils ont un angle commun en  $H$ , & l'angle  $HIF$  à la circonférence sur l'arc  $HF$  double de l'arc  $HI$ , sera égal à l'angle au centre  $HCI$ ; c'est pourquoi  $CH \mid HI \mid HI \mid HE$ , ce qui est

$$r \mid 2y \mid 2y \mid \frac{4yy}{r}=HE.$$

Mais aussi  $CH \mid HQ \mid HE \mid HS$ , ce qui est

$$r \mid z \mid \frac{4yz}{r} \mid \frac{4yyz}{rr}=HS.$$

$$\text{Et enfin } HQ-HS=CO=x=z-\frac{4yz}{rr}.$$

Si l'on substitue donc dans la première équation que nous avons trouvée  $2y+\frac{2yx}{z}+\frac{ay}{z}=d$  cette valeur de  $x$ , on aura l'équation du lieu  $2yz+\frac{2yx}{z}-\frac{8y^2z}{rr}+ay=dz$ , ou bien  $8y^2z-4rryz-arry+rrdz=0$ , qui est le lieu d'une hyperbole du second genre entre ses asymptotes à

angles droits, qu'on peut facilement construire à l'ordinaire, après l'avoir préparée & réduite, laquelle rencontrera le cercle proposé au point *H* & aux autres qui donnent toutes les solutions du Problème, comme nous avons vû pour la division de l'arc en trois.

*ADDITION A LA SOLUTION générale du Problème de la page 257. des Mem. de 1709. ou parmi une infinité de Courbes semblables décrites sur un plan vertical, & ayant même axe & un même point d'origine, il s'agit de déterminer celle dont l'arc compris entre le point d'origine & une ligne donnée de position, est parcouru dans le plus court tems possible.*

PAR M. SAURIN.

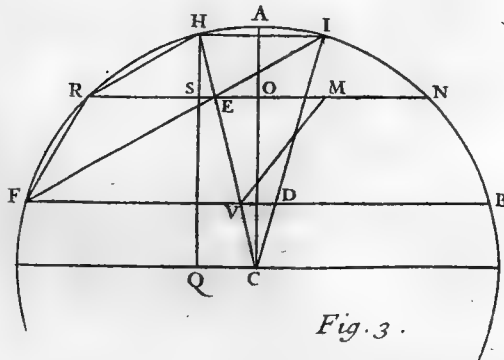
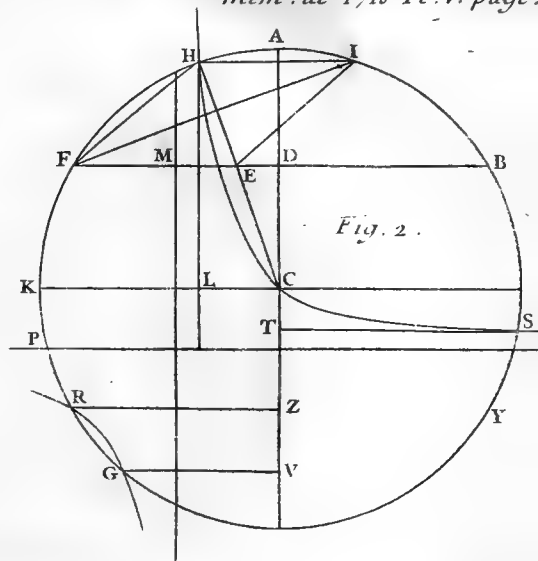
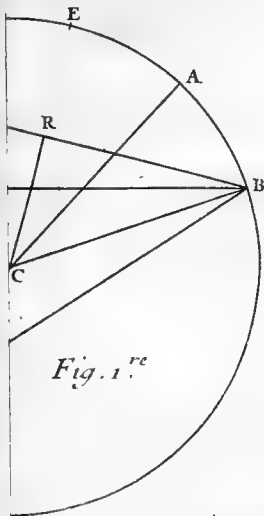
*Ce qu'on donne ici sous ce titre est hors de sa place, il avoit été destiné à faire partie du Memoire même : on a oublié de l'imprimer à la suite de ce Memoire, & il y doit être rapporté.*

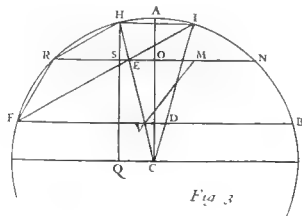
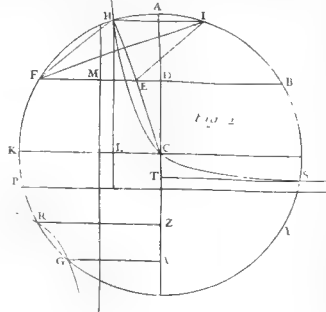
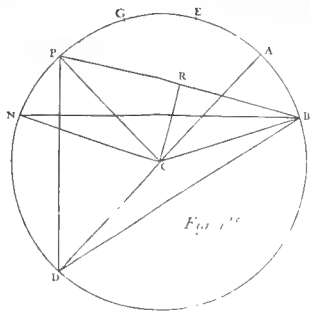
1710.  
9. Avril.

SI on vouloit que la ligne donnée de position fût une Courbe Geometrique, la méthode, ainsi que le remarque M. Bernoulli, seroit la même; mais le calcul en seroit plus embarrassé, & d'autant plus embarrassé, que l'équation de la courbe seroit plus composée.

\* FIG. I. Soit *CND* \* cette Courbe : on aura toujours  $\int \frac{dx}{\sqrt{y}}$  (tems par *AGB*).  $t$  (tems par *AFD*) ::  $\sqrt{AB} \cdot \sqrt{AD} :: \sqrt{AL} (\sqrt{x}) \cdot \sqrt{AP} :: \sqrt{BL} (\sqrt{y}) \cdot \sqrt{PD}$ . D'où il vient  $t = \frac{\sqrt{AP}}{\sqrt{x}} \times \int \frac{dx}{\sqrt{y}}$ , ou  $t = \frac{\sqrt{PD}}{\sqrt{y}} \times \int \frac{dx}{\sqrt{y}}$ . Il s'agit d'avoir en *x*, ou en *y*, la valeur de *AP*, ou celle de *PD*; ce qui dépend de la considération







considération de trois inconnues  $AP$ ,  $PD$ ,  $PC$ ; mais aussi a-t-on trois égalités qui déterminent ces valeurs: la première, l'équation de la Courbe, qui donne  $PC$  &  $PD$ , ou  $PD$  en  $PC$ : la seconde, l'égalité  $AC - PC = AP$ , ou  $AC - AP = PC$ ; & la troisième, celle qui vient de la comparaison des triangles semblables  $ALB$ ,  $APD$ .

Par exemple, prenons pour la Courbe  $CND$  \* une Parabole ordinaire dont le parametre soit  $= p$ ; si l'on nomme  $PC$ ,  $u$ ; la propriété de la parabole donnera  $CE$ , ou  $PD = \frac{u^2}{p}$ ; en nommant  $AC$ ,  $c$ ; on aura  $AC - PC$ , ou  $AP = c - u$ ; & les triangles semblables  $ALB$ ,  $APD$  fourniront cette analogie;  $BL(y) \cdot AL(x) :: PD\left(\frac{u^2}{p}\right) \cdot AP(c - u)$ ; égalant le produit des Extrêmes au produit des moyens, on aura  $cy - uy = \frac{u^2 x}{p}$ ;  $pcy - pyu = xu^2$ , &  $u^2 + \frac{py}{x} \times u = \frac{cpy}{x}$ ; d'où l'on tire  $u = -\frac{py}{2x} + \frac{\sqrt{p^2 y^2 + 4cpxy}}{2x}$ ; on a donc  $AP = c - u = c + \frac{py + \sqrt{p^2 y^2 + 4cpxy}}{2x}$ ; & mettant cette valeur dans l'égalité  $t = \frac{\sqrt{AP}}{\sqrt{x}} \times \int \frac{dx}{\sqrt{y}}$ , on aura  $t = \frac{\sqrt{2cx + py + \sqrt{p^2 y^2 + 4cpxy}}}{x\sqrt{2}} \times \int \frac{dx}{\sqrt{y}}$ , dont la différentiation, avec les réductions convenables, donnera la solution requise. Mais cette différentiation produisant un grand nombre de termes, il en naît des constructions trop composées, & trop pleines d'embarras. C'est ce qui m'a fait penser à un autre moyen de résoudre le Problème, du moins en particulier à l'égard des Cycloïdes.

Par les démonstrations précédentes il est clair, que la Cycloïde requise est celle qui coupe à angles droits la Courbe géométrique donnée; car dans cet exemple soit  $AFD$  la Cycloïde qui coupe ainsi la parabole  $CND$  au point  $D$ . Si l'on mène à ce point la tangente  $QDS$ , la Cycloïde tombera à angles droits sur cette tangente; & par conséquent en vertu de ce qui a été démontré, l'arc  $AFD$  compris entre le point d'origine & la tangente est

Mem. 1710.

D d

\* FIG. II.

celui du plus court tems pour arriver à la même tangente : donc à plus forte raison est-il celui du plus court tems pour arriver à la Parabole ; la tangente étant toute hors de la Parabole de part & d'autre du point  $D$ , & du côté du joint d'origine  $A$ . Par-là le Problème se réduit à déterminer entre une infinité de Cycloïdes, celle qui vient couper la parabole à angles droits ; ce que je fais aisément de cette sorte.

Je mène à l'arc  $AGB$  au point  $B$  la tangente  $BK$ , qui rencontre en  $K$  l'horizontale  $AC$  prolongée de l'autre côté du point d'origine  $A$  ; je mène aussi du point  $D$ ,  $DT$  parallèle à  $BK$ , qui rencontre en  $T$  l'horizontale  $AC$  ; & que je prolonge de l'autre côté jusqu'à la rencontre de l'axe de la Parabole au point  $R$  ; elle est tangente au point  $D$  à l'arc  $AFD$ , cet arc étant semblable à l'arc  $AGB$ .

Maintenant, nommant  $ER$  ;  $z$  ; on a  $ER(z)$ .  $ED(u)$   
 $:: PD . PT :: LB(y) . LK\left(\frac{y dx}{dy}\right) :: dy . dx :: \sqrt{a-y} . \sqrt{y}$  (par

la propriété de la Cycloïde) ; ce qui donne  $u = \frac{z\sqrt{y}}{\sqrt{a-y}}$  ; mais dans le cas de la supposition l'arc  $AFD$  tombant sur la parabole à angles droits, il est évident que  $ER$  est la sous-perpendiculaire de la Parabole, & par conséquent égale à  $\frac{1}{2}p$  ; mettant donc dans l'égalité précédente cette valeur  $\frac{1}{2}p$  au lieu de  $z$  qui est  $ER$ , on aura  $u = \frac{p\sqrt{y}}{2\sqrt{a-y}}$  ; on

avoit déjà trouvé  $u = \frac{-py + \sqrt{pp^2y + 4cp^2xy}}{2x}$  ; on aura donc

$$\frac{p\sqrt{y}}{\sqrt{a-y}} = \frac{-py + \sqrt{pp^2y + 4cp^2xy}}{x}.$$

En délivrant cette égalité des fractions & des signes radicaux, il vient  $4appy - 4pp^2y = 16aacc + 16ccyy + ppxx - 32accy - 8acpx + 8cp^2xy$ . Et dégagant  $yy$  des quantitez connues, qui le multipliant, on a, . . . .  $yy + \frac{2cp^2xy}{4cc+pp} + \frac{ppxx}{16cc+4pp} - \frac{8accy}{4cc+pp} - \frac{2acpx}{4cc+pp} + \frac{4aacc}{4cc+pp} + \frac{appy}{4cc+pp} = 0$  ; ce qui est un lieu à l'ellipse, ou au cercle ; la quantité connue  $\frac{pp}{4cc+pp}$ , qui multiplie le quarré  $xx$  surpassant le quarré de la moitié de celle qui multiplie le plan  $xy$ .

sçavoir le quarré de  $\frac{cp}{4cc+pp}$ ; car si on fait  $c.p::p.q$ ; on aura  $pp=cq$ ; &  $\frac{pp}{16cc+4pp} = \frac{pp}{16cc+4cq}$ ; on aura aussi  $\frac{cp}{4cc+pp} = \frac{cp}{4cc+cq} = \frac{p}{4c+q}$ , dont le quarré  $\frac{pp}{16cc+8cq+qq}$  est moindre que  $\frac{pp}{16cc+4cq}$  qui multiplie  $xx$ .

Si l'on construit ce lieu, il ira couper la Parabole au point *B* cherché. *Ce qu'il falloit trouver.*

Quelque généralité que nous ayons donné au Problème résolu dans un Memoire précédent & dans celui-ci, il est toujours restreint par cette condition, que les lignes qui partent du même point d'origine *A*, sont des lignes courbes semblables. Comme cette considération de lignes semblables n'a plus de lieu, si on change les Courbes en lignes droites; les solutions précédentes ne renferment point le cas des lignes droites, non plus que celui des Courbes dissemblables. Quoique la Solution particulière de ce cas des lignes droites, soit la chose du monde la plus aisée par les voyes les plus communes, je ne laisserai pas de la donner ici par occasion de deux manières différentes, qui plairont peut être du moins aux Commençaans, l'une par la simplicité de la construction que j'en tire, & l'autre par la brièveté & le tour particulier de la Solution même.

Parmi les lignes droites qui peuvent être menées du point \**A* à une donnée de position quelconque *CR*, soit *AD* celle le long de laquelle un corps tombant du point *A*, arrive à quelque point *D* de la donnée de position dans le plus court tems possible. Je mene *AF* perpendiculaire à la donnée de position au point *F*; & des points *F* & *D* je mene les droites *FQ*, *DL* paralleles entr'elles & perpendiculaires l'une & l'autre à l'horizontale *AC*: du point *F*, je mene aussi *FO* perpendiculaire à *DL* au point *O*.

FIG. III

La droite *AC* étant donnée avec l'angle *ACF*, les lignes *AF*, *CF*, *QF*, sont aussi données: je nomme donc *AF*, *a*; *CF* (*m*); *QF*, *n*; l'inconnuë *OD*, *x*; & le tems de la chute par *AD*, *t*. Les triangles rectangles & semblables *QFC*, *ODF* donneront cette analogie; *QF* (*n*)

Dd ij

$CF(m) :: GD(x) . FD = \frac{mx}{n}$ , & par conséquent  $AD$  qui est  $\sqrt{AF^2 + FD^2}$ , sera en termes analytiques  $\frac{\sqrt{aann + m^2xx}}{n}$ ;

Mais on sçait que le tems de la chute par  $AD$  est égal à celui qu'employeroit un corps à parcourir deux fois  $AD$  avec une vitesse acquise au point  $D$  par la chute de  $A$  en  $D$ ;

on a donc  $t = \frac{2AD}{\sqrt{LD}} = \frac{2\sqrt{aann + m^2xx}}{n\sqrt{x+n}} = \text{Minimum}$ . En dif-

ferentiant il vient,  $\frac{2mmdx \times \sqrt{x+n}}{n \times x + n \times \sqrt{aann + m^2xx}} - \frac{dx \times \sqrt{aann + m^2xx}}{n \times x + n \times \sqrt{x+n}} = 0$ ; & mettant à même dénominaison, on a,

$\frac{2mmdx \times \sqrt{x+n} - dx \times aann + m^2xx}{n \times x + n \times \sqrt{x+n} \times \sqrt{aann + m^2xx}} = 0$ ; & par conséquent

$2nmmdx + 2mmdxx = aann + m^2xx$ ; &  $2nmmdx + m^2xx = aann$ , ou  $xx + 2nx = \frac{nn}{mm}aa$ ; d'où l'on tire  $x+n = \frac{n}{m}$

$\sqrt{aa + mm}$ ; ce qui se résout en cette analogie,  $n(QF)$ .

$m(CF) :: x+n(LD) . \sqrt{aa + mm}(AC)$ ; mais à cause des

triangles semblables  $QFC, LDC$ , on a aussi  $QF(n) . CF$

$(m) :: LD(x+n) . CD$ ; donc  $CD = AC$ : ainsi pour dé-

terminer la ligne cherchée  $AD$ , on n'a qu'à prendre  $CD$

égale à  $AC$ ; & ce seroit toute la même chose s'il s'agissoit

\* FIG. IV. de faire monter un corps du point  $A^*$  par quelque droite  $Ad$  pour arriver dans le plus court tems possible à quelque point  $d$  d'une donnée de position quelconque  $Cd$ ; de sorte que si du point  $C$  comme centre, & de la distance  $CA$  comme rayon, on décrit le cercle  $DAd$ , ce cercle sera le lieu de tous les points  $D$  ou  $d$ , pour toutes les positions de la droite  $CD$  ou  $Cd$ , soit que le corps descende ou qu'il monte; & la corde de l'arc qui mesure l'angle que fait l'horizontale avec la donnée de position, sera par tout la droite requise  $AD$  ou  $Ad$ . On entend bien sans doute que dans le cas où le corps monte, il commence à monter avec la vitesse suffisante pour arriver seulement à la donnée de position  $Cd$ , c'est à-dire avec la même vitesse qu'il auroit acquise en descendant de la donnée de position au point  $A$ , par la même ligne qu'il monte du point  $A$ , à la donnée de position.

## AUTRE SOLUTION

SANS CALCUL.

Du point \*  $A$  soit mené la verticale  $AM$  jusqu'à la \* FIG. V.  
rencontre de la donnée de position au point  $M$ , & sur  
 $AM$  comme diamètre soit décrit le cercle  $AFGM$ . Soit  
aussi prolongée la droite  $AD$  jusqu'au point  $G$ , où elle  
rencontre la circonférence du cercle. Le tems de la  
chute par la corde  $AG$  qui est égal à celui de la chute  
par toute autre corde, étant appelé  $\theta$ ; on aura par tout  
dans le cercle,  $t$  (tems par  $AD$ ).  $\theta$  (tems par  $AG$ ) ::  
 $\sqrt{AD} \cdot \sqrt{AG}$ ; &  $t = \theta \times \frac{\sqrt{AD}}{\sqrt{AG}}$ ; mais ici par la supposition,  
ce tems par  $AD$  doit être un *minimum*; donc la diffe-  
rence de  $\frac{\sqrt{AD}}{\sqrt{AG}}$  doit être nulle; donc la corde  $AG$  doit  
être telle, que si l'on mene une autre corde  $Ag$  infini-  
ment proche, coupant au point  $d$  la donnée de position  
 $CM$ , on ait  $\frac{\sqrt{Ad}}{\sqrt{Ag}} = \frac{\sqrt{AD}}{\sqrt{AG}}$ ; ou  $\sqrt{AD} \cdot \sqrt{AG} :: \sqrt{Ad} \cdot \sqrt{AG}$ ;  
& par conséquent  $AD \cdot AG :: Ad \cdot Ag$ ; mais cela ne se  
trouve ainsi que dans un point  $G$ , tel que la tangente en  
ce point soit parallele à la corde  $FM$ , & ce point dans le  
cercle est celui qui partage en deux également l'arc  $FM$ ;  
car il est évident que l'arc infiniment petit  $Gg$  se confon-  
dant avec la partie infiniment petite  $Gg$  de la tangente, &  
cette tangente étant parallele à la corde  $FM$ , on a  $AD \cdot$   
 $AG :: Ad \cdot Ag$ . Il ne faut donc pour la construction du  
Problème, que couper en deux également l'arc  $FM$ , & du  
point  $A$  mener au point d'intersection  $G$ , la ligne  $AG$  qui  
rencontre en  $D$  la donnée de position, le point  $D$  sera le  
point requis, & la droite  $AD$  sera celle du plus court tems  
possible.

Il est clair que cette construction est donnée par la préce-  
dente, & qu'elle la donne réciproquement; c'est-à-dire,  
que si  $AC$  est égale à  $CD$ , le point  $G$  partage également en  
deux l'arc  $FM$ ; & réciproquement que l'arc  $FM$  étant par-

tagé en deux également au point  $G$  par la droite  $AG$ ,  $CD$  est égale à  $AC$ .

Si dans le cas de la chute par des lignes droites la donnée de position étoit une Courbe quelconque geometrique <sup>\* FIG. VI.</sup> que  $CND$  \*, la Solution seroit très-facile ; car nommant , comme auparavant ,  $AC$ ,  $c$  ;  $PC$ ,  $u$  ;  $AP$ ,  $c-u$  ; &  $PD$ ,  $y$  ; on aura  $AD = \sqrt{yy + cc - 2cu + uu}$  ; &  $t$  ( temps par  $AD$  )  
 $= \frac{AD}{\sqrt{PD}} = \frac{\sqrt{yy + cc - 2cu + uu}}{\sqrt{y}}$ . L'équation de la Courbe donnera  $y$  en  $u$  ; ainsi cette Courbe étant une Parabole dont le parametre  $= p$  ; on aura  $y = \frac{u^2}{p}$  ; & par conséquent  
 $\frac{2\sqrt{yy + cc - 2cu + uu}}{\sqrt{y}} = \frac{2\sqrt{u^4 + pcc - 2pcu + ppu}}{u\sqrt{p}}$ . En differentiant selon la methode , & faisant les réductions necessaires , on viendra à l'égalité  $\frac{u^4}{pp} = cc - uu$  , qui se construit de cette sorte : Du point  $A$  comme sommet , & sur l'horizontale  $AC$  comme axe , je décris la Parabole dont le Paramètre est égal à la distance donnée  $AC$  ( $c$ ) ; le point  $D$  où elle coupe l'autre Parabole  $CND$  , est le point cherché ; car on a par tout  $LM^2 = C \times AC - LC$  , & par conséquent au point  $D$  ,  $PD^2 = C \times AC - PC$  ; ce qui est cause de la Parabole  $CND$  ,  $\frac{u^4}{pp} = cc - uu$ .





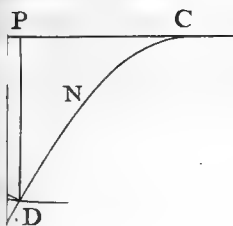


Fig. 3.

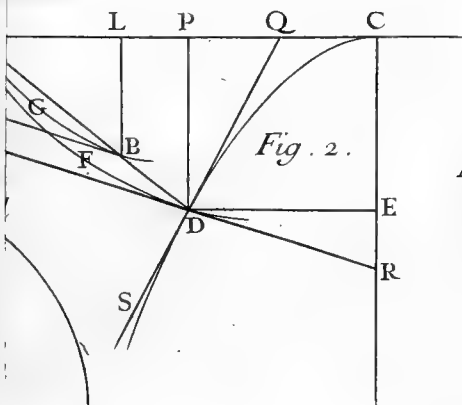
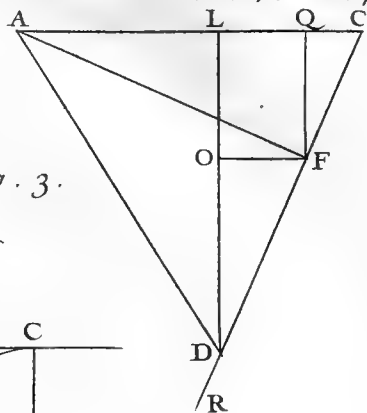


Fig. 2.

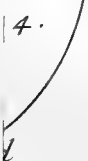
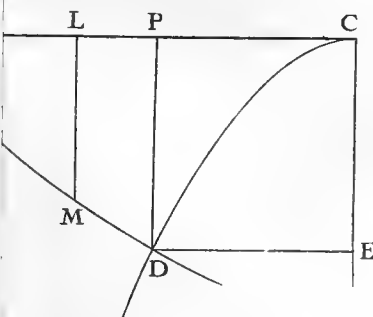
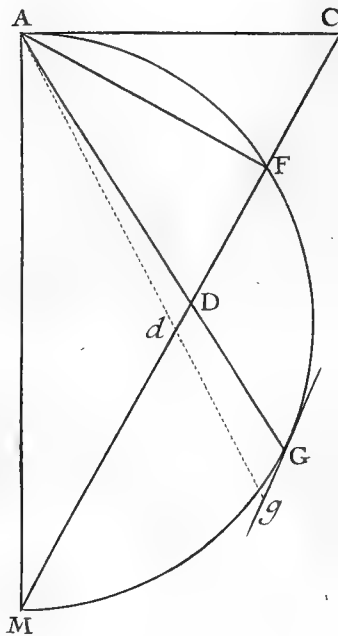
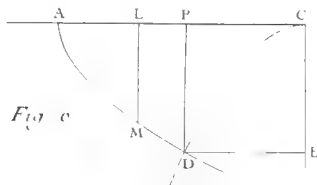
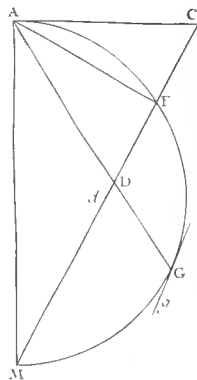
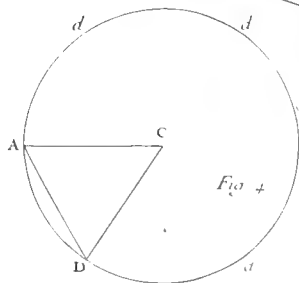
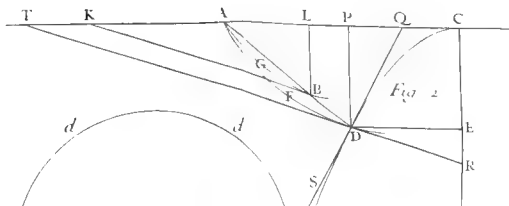
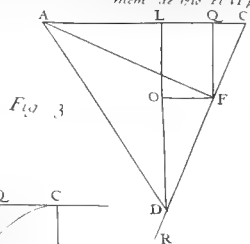
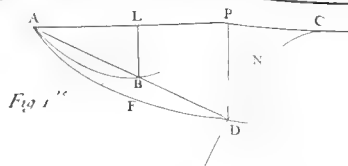


Fig. 5.





# COMPARAISON DES OBSERVATIONS

De l'Eclipse de Lune du 13. Février 1710.

Faites en differens lieux.

PAR M. MARALDI

**N**ous avons comparé les Observations de cette Eclipse faites à Montpellier par M<sup>rs</sup> de Plentade & de Clapiez, avec celles qui ont été faites en même tems à Versailles & à Paris; & voici ce qui en résulte.

1710.  
12. Mars.

11<sup>h</sup> 15' 50" Tout Grimaldi hors de l'ombre à Montp.  
11 9 0 Grimaldi est entièrement sorti de l'ombre  
à Versailles.

6 50 Difference des Meridiens entre Versailles  
& Montpellier; mais Versailles est plus  
Occidental que Paris de 50" de tems.  
Donc difference des Meridiens entre  
Paris & Montpellier, 6 0".

11 23 53 L'Eclipse étoit de 8 doigts à Montpellier.  
19 0 La même phase à Paris.

4 51 Difference des Meridiens.

11 32 40 L'Eclipse est de 7 doigts à Montpellier.  
28 0 Elle est de 7 doigts à Paris.

4 40 Difference des Meridiens.

11 29 0 Copernic hors de l'ombre à Montpellier.

11<sup>h</sup> 22' 0" L'ombre quitte Copernic à Versailles.

7 0 Difference des Meridiens entre Montpel-  
lier. & Versailles, & entre Montpellier  
& Paris, 6' 10".

11 42 0 L'ombre au bord de Menelaus à Montpel.

11 36 15 L'ombre à Menelaus.

5 45 Differ. des Merid. entre Montp. & Paris.

11 47 2 Pline à Montpellier.

10 40 0 Pline commence à sortir à Versailles.

7 2 Difference des Meridiens entre Versailles  
& Montpellier, & entre Paris & Mont-  
pellier, 6' 12" par cette observation.

11 47 2 Pline à Montpellier.

11 41 20 L'ombre à Pline observée à Paris.

5 42 Difference des Meridiens.

11 53 18 Tout Tycho hors de l'ombre à Montpel.

11 47 10 L'ombre au second bord de Tycho à Paris.

6 8 Difference des Meridiens.

12 12 24 L'Eclipse est d'un doigt à Montpellier.

12 8 0 La même phase à Paris.

4 24 Difference des Meridiens.

12 18 10 Fin de l'Eclipse à Montpellier.

12 12 20 Fin de l'Eclipse à Paris.

5 50 Diff. des Merid. entre Paris & Montpell.

12 11 30 Fin de l'Eclipse à Versailles.

6 40 Difference des Meridiens entre Versailles  
& Montpellier.

Par

Par la comparaison de ces Observations, les Taches de Grimaldi, de Copernic, & de Tycho donnent à quelques secondes près la même différence des Meridiens entre Versailles, Paris & Montpellier; Et celle qui résulte entre Montpellier & Paris de  $6' 10''$ , s'accorde avec celle qui a été trouvée par les observations des Satellites de Jupiter faites de part & d'autre, & par les triangles de la Meridienne. La différence des Meridiens qui résulte entre Paris & Versailles par les mêmes observations, est aussi la même qu'on a trouvée entre ces deux Villes par des opérations géométriques.

Cette précision vient de ce que ces Taches sont assez bien déterminées, & qu'on a marqué de part & d'autre le tems que l'ombre quittoit le second bord de ces Taches. Il n'y a pas la même précision dans la différence des Meridiens qui résulte des Taches de Plin & de Menelaüs observées à Paris & à Montpellier, parceque comme ces Taches ont quelque largeur, on ne s'est peut-être pas accordé à marquer l'arrivée de l'ombre au même terme de la Tache, comme on a fait dans l'observation des Taches précédentes.

La différence des Meridiens qui résulte de la détermination des doits éclipsés, est un peu plus éloignée que celle des Taches; ce qui fait voir qu'on ne doit employer ces sortes d'observations dans la recherche des longitudes, que lorsqu'on n'a point d'observations des Taches.

On voit enfin que dans la détermination de la fin de cette Eclipsé tous les Observateurs sont d'accord à une demie minute près, quoiqu'on ne soit pas si précisément d'accord dans la détermination des doits éclipsés.



# DIVERSES OBSERVATIONS DE LA CONJONCTION DE LA LUNE AVEC LES PLEIADES.

PAR M. MARALDI.

1710.  
15. Mars.

**L'**Orbite de la Lune sur laquelle se fait son mouvement propre coupe presentement l'Ecliptique vers le commencement du signe des Poissons où est son nœud ascendant, & vers le commencement du signe de la Vierge où est son nœud opposé; ainsi le terme de la plus grande latitude Septentrionale, qui est toujours à 90 degrés des nœuds, se rencontre au commencement des Jumeaux, & l'autre terme dans le signe opposé.

Dans cette situation de l'Orbite quand la Lune passe par son mouvement propre par le 27 degré du Taureau, son centre est éloigné du côté du Septentrion à l'égard de l'Ecliptique d'environ 5 degrés; & comme la petite constellation des Pleïades se trouve presentement dans ce degré de longitude avec une latitude Septentrionale de 4 degrés ou environ, la Lune qui dans nos climats a toujours une parallaxe de plusieurs minutes qui la font paroître plus basse, cache ces Etoiles & les éclipe à une grande partie des païs situez dans l'hémisphere Septentrional de la Terre.

Ces interfections de l'Orbite de la Lune avec l'Ecliptique changent comme l'on sçait de place à l'égard des Etoiles fixes par un mouvement retrograde, ce qui est cause qu'en peu de tems la Lune passe éloignée des Etoiles avec lesquelles elle s'étoit rencontrée proche des interfections; mais il n'en est pas de même à l'égard des Etoiles qui en sont à une grande distance & qui se rencon-

trent dans les termes de la plus grande latitude, ou à quelque distance de côté & d'autre des termes, parceque dans ces endroits la variation de la latitude qui arrive à la Lune en trois années, n'est pas plus grande que celle qui arrive en un an proche des interfections.

Lors donc que les Etoiles des Pleïades se trouvent proche de ces termes elles sont éclipsées, & ces éclipses durent pendant quelques années de suite par rapport au païs situez dans nôtre hémisphère, & cela arrive non-seulement à cause du peu de variation de la latitude, mais parceque ces Etoiles occupent dans le Ciel un espace en latitude qui est environ de deux tiers de degré.

Nous avons observé depuis deux ans trois différentes conjonctions écliptiques de la Lune avec ces Etoiles. Nous observâmes la premiere l'an 1708 le 30 d'Octobre, & pour lors la Lune par son bord Oriental éclipsa l'Etoile appelée Atlas à 8 heures 29' 30", & elle sortit du bord Occidental à 8 heures 59' 35" comme une de ces pointes claires qu'on voit sur le bord obscur de la Lune. Cette Etoile est la plus Meridionale des huit Etoiles les plus claires. L'heure de son Immersion étant comparée avec celle de l'Emerision, le tems de l'Eclipse de l'Etoile a duré 30' 0", & la conjonction apparente est arrivée à 8 heures 44' 35" du 30 Octobre au soir.

L'année dernière 1709 on observa deux fois en differens mois la conjonction de la Lune avec les Etoiles plus Septentrionales des mêmes Pleïades. On fit la premiere de ces observations le 23 de Septembre. Les nuages qui étoient ce jour-là proche de l'horizon empêcherent d'observer l'Immersion des deux Etoiles plus Occidentales, qui sont Electra & Celeno, dans le bord Oriental de la Lune.

A 8 heures 26' 20", la Lune étant dégagée des nuages, on observa l'Immersion de l'Etoile Maia derriere le bord Oriental de la Lune; à 8<sup>h</sup> 30' 21" on observa l'Immersion de Taigeta; à 8<sup>h</sup> 49' 12" une Etoile qui est la plus proche d'Asterope fut cachée par le bord Septentrional de la

Lune; à  $8^h 50' 33''$  Celeno étoit sortie du bord Occidental de la Lune; à  $8^h 52' 58''$  Taigeta sortit du même bord; à  $9^h 13' 19''$  l'Etoile proche d'Asterope fut découverte; à  $9^h 15' 52''$  Maïa sortit entièrement de la Lune.

L'Eclipsé de cette Etoile a été plus grande que celles des autres, ayant duré  $49' 12''$ ; celle de Taigeta a duré  $22' 37''$ , & l'Etoile prochaine d'Asterope fut cachée l'espace de  $24' 7''$ . Asterope ne fut point éclipsée dans cette conjonction, mais elle passa si près du bord Septentrional de la Lune qu'elle n'en fut éloignée que d'une minute de degré. Alcione qui resta du côté du bord Meridional de la Lune, passa aussi sans être Eclipsée, & lorsqu'elle en fut plus proche, elle n'en étoit éloignée qu'environ une minute de degré; donc son centre apparent passa à égale distance d'Alcione & d'Asterope, c'est à-dire 5. minutes plus vers le Septentrion que dans la conjonction du 30-Octobre de 1708.

M. Manfredi fit aussi près de Bologne le 23 Septembre l'observation du passage de la Lune parmi ces Etoiles. Il observa qu'à  $8^h 24' 53''$  Electra fut cachée par la Lune, que Taigeta le fut à  $8^h 48' 54''$ , & que Maïa s'éclipsa à  $8^h 51' 24''$ . Electra étoit sortie du bord Occidental de la Lune peu de secondes avant  $9^h 11' 13''$ . Celeno sortit à  $9^h 19' 14''$ . Taigeta se découvrit à  $9^h 26' 49''$ , & Maïa à  $9^h 45' 31''$ .

En comparant ensemble les mêmes observations faites à Paris & à Bologne, on y trouve des différences qui varient depuis  $14' 12''$  qui est la plus petite qui se trouve dans l'Emersion de Taigeta, jusqu'à  $29' 39''$  qui est la plus grande différence, & résulte de l'Emersion de Maïa observée de part & d'autre.

Les différences & les variations qui s'y rencontrent dépendent de la combinaison de trois principes differens. La premiere différence, qui est la plus sensible, vient de la différence des Meridiens; car Bologne étant plus Oriental que Paris, on y compte dans le même instant plus d'heures qu'à Paris; mais comme la conjonction de la Lune avec les Etoiles se fait par son mouvement pro-



pre d'Occident en Orient , elle est vûë plutôt des parties Occidentales de la Terre que des Orientales ; c'est-pourquoi la Lune ayant rencontré plutôt à Paris la ligne visuelle qui va de l'œil à l'Etoile qu'elle ne l'a rencontrée à Bologne , la différence qui vient de ce principe diminue la premiere qui est causée par la difference des Meridiens.

Le troisième principe d'où dépendent ces variations , vient de ce que la Lune n'a pas rencontré dans ces deux Villes les mêmes Etoiles au même point de sa circonférence ; ce qui peut faire des cas differens suivant qu'elles passent éloignées du centre apparent de la Lune vers le Septentrion ou vers le Midi plus dans un país que dans l'autre.

Par la déclinaison de la Lune & par la durée des éclipses qui a été plus grande à Bologne qu'à Paris , il est aisé de voir que les mêmes Etoiles sont passées à Paris plus éloignées du centre apparent de la Lune vers le Septentrion , qu'elles n'ont paru à Bologne où l'Etoile appelée Taigeta a été cachée  $37' 55''$  , à Paris elle n'a été que  $22' 37''$ . L'Eclipse de Maia a duré à Bologne  $54' 7''$  , à Paris seulement  $49' 32''$ .

La difference entre la durée de ces Eclipses est un effet de la parallaxe de la Lune de nôtre parallele à l'égard de celui de Bologne , & elle pourroit servir à chercher la parallaxe qui convient au diametre entier de la Terre ; mais il est plus sûr de la trouver par plusieurs observations que nous fîmes à Paris , & que nous rapporterons une autre fois.

La seconde conjonction de la Lune avec les Pleïades , que nous observâmes l'année derniere , fut celle qui arriva le 14 Decembre. On observa qu'à  $5^h 37' 54''$  Celenos fut cachée par le bord Oriental de la Lune , Taigeta se couvrit à  $5^h 59' 19''$  , Maia fut éclipsée à  $6^h 6' 21''$  , & à  $6^h 28' 49''$  ce fut l'Etoile la plus proche d'Asterope , & à  $6^h 23' 16''$  fut observée l'Immersion d'Asterope. A  $6^h 27' 52''$  Elestra étoit sortie du bord Occidental de la Lune il y

avoit peu de secondes ; à  $6^h 43' 16''$  Celeno sortit du même bord ; à  $6^h 56' 40''$  Taigeta se découvrit ; à  $7^h 13' 38''$  Maïa commença de paroître en sortant derrière la Lune. On fit toutes ces observations avec deux différentes Lunetes. On ne put pas observer l'Emerfion des autres Etoiles plus petites dont on avoit observé l'Immerfion , à cause qu'on avoit de la peine à les voir proche du bord éclairé de la Lune.

Dans cette dernière conjonction l'Eclipsé de Maïa a duré  $1^h 7' 17''$  , & c'est l'étoile qui a été plus long-tems cachée par la Lune. Dans la conjonction de Septembre l'Eclipsé de la même Etoile ne dura à Paris que  $49' 32''$  , de sorte qu'elle dura 18 minutes de moins que dans le mois de Decembre. Cette difference vient principalement de la variation qu'a fait l'Orbite de la Lune parmi les Etoiles fixes à cause du mouvement retrograde des nœuds , ce qui fait que dans la conjonction de Decembre la latitude de la Lune a été plus Septentrionale de 6 minutes que dans la conjonction de Septembre.

Il y aura encore cette année & la suivante plusieurs conjonctions de la Lune avec les Etoiles , à cause du peu de changement de latitude qui arrive à la Lune dans cette intervalle de tems.

Nous avons plusieurs observations de la Lune avec les Pleïades faites en différens Siecles , mais principalement dans le dernier. La plus ancienne que nous ayons est celle qui fut faite par Timocharis à Alexandrie la 47<sup>e</sup> année de la premiere periode de Calippus l'année 465 de Nabonassar le 29 d'Atir , ce qui convient avec l'année 283 avant l'Epoque de Jesus-Christ le 29. de Janvier. Entre l'observation de Timocharis & celle du 23 Septembre de l'année 1709 , il y a une intervalle de 1992 années Juliennes & 226 jours , pendant laquelle il y a eu 112 révolutions de la latitude , 546 periodes d'Anomalie , qui est la même à peu de degrés dans ces deux observations aussi éloignées , & il y a 2663 8 retours periodiques de la Lune à l'égard des mêmes Etoiles , qui sont toutes circonstances remarquables.

# DE LA NECESSITE

## QU'IL Y A DE BIEN CENTRER

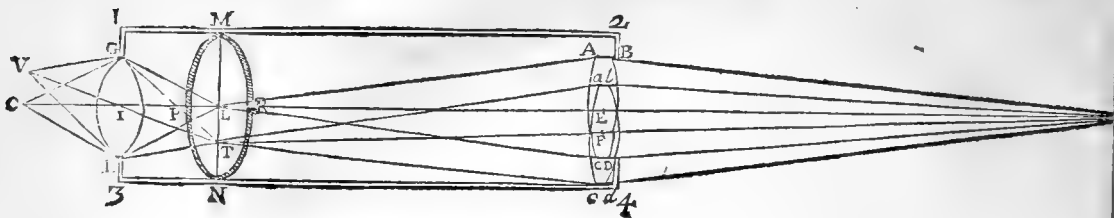
*le Verre objectif d'une Lunette.*

PAR M. CASSINI le Fils.

**P**OUR observer les distances apparentes des Astres on se servoit autrefois de cercles, demi-cercles ou quarts de cercles divisés en degrés & minutes, & garnis de quatre pinules dont deux étoient fixes, placées l'une au commencement de la division, & l'autre diametralement opposée. Les deux autres étoient portées sur une regle mobile autour du centre de l'Instrument appelée par les Modernes Alidade. 1710.  
26. Mars.

Depuis l'invention des Lunettes on a substitué aux pinules deux Lunettes, dont l'une est fixé sur une ligne parallele au rayon qui passe par le commencement de la division, l'autre est placée sur une regle qui tourne autour du centre. L'on place au foyer des Verres objectifs de ces Lunettes, deux fils qui se croisent dans l'axe à angles droits, dont l'un est parallele au plan de l'Instrument, & l'autre lui est perpendiculaire. L'on met l'Oculaire dans un tuyau qui s'enfonce dans celui de la Lunette, de sorte que les fils qui se croisent soient à son foyer afin de bien distinguer leur intersection.

Ces Lunettes ainsi disposées ont un grand avantage sur les pinules, à cause qu'on distingue par leur moyen les objets terrestres & celestes avec beaucoup plus d'évidence, & qu'on observe plus exactement leurs distances entr'eux en les plaçant exactement dans l'intersection des fils qui se croisent à leur foyer à angles droits; mais il est nécessaire que les Verres objectifs soient bien centrés, c'est-à-dire qu'à leur circonference ils soient par tout



d'égale épaisseur. Car soit 1, 2, 3, 4, un tuyau de Lunette qui ait à une de ses extrémités un Verre objectif *ABCD* bien centré, en sorte que le centre *E* de ce Verre soit exactement dans l'axe *SEIO* de la Lunette; soit à l'autre extrémité un Oculaire *GH* dont le centre *I* soit aussi dans l'axe de la Lunette. Soit *S* un objet fort éloigné d'où partent les rayons *SB*, *SD* censés parallèles, qui tombant sur la surface du Verre *BD*, se rompent & vont se réunir dans l'axe en *L*, qui est l'intersection de deux fils de soye *MN*, *PR* qui se coupent à angles droits, & dont *MN* est vertical & *PR* horizontal. On suppose que le point *L* est placé au foyer de la Lentille *GH*, en sorte que les rayons *GL*, *HL* qui partent de ce point & tombent sur la surface de la Lentille *GH*, vont se réunir en *O*. L'œil étant en *O* verra l'objet *S* en *L* dans l'axe de la Lunette, & par conséquent dans sa situation véritable.

Si l'on fait mouvoir le Verre objectif *ABCD* en *abcd*, en sorte que le centre du Verre soit par exemple en *F*; alors les rayons qui partent de l'objet *S* iront se réunir en *T* à l'extrémité de l'axe *SFT* qui passe par le centre du Verre *F*, & les rayons qui partent du point *T* & tombent sur l'Oculaire *GH* iront se réunir au point *V*, où l'œil étant placé verra l'objet *S* en *T* dans une situation différente de celle où il paroïssoit lorsque le Verre objectif étoit au centre de la Lunette.

Si l'on suppose présentement qu'on veuille observer la distance entre deux Astres avec deux Lunettes, dont l'une ait son Verre objectif bien centré, & l'autre mal centré

centré. Si l'on incline l'instrument pour observer la distance apparente des deux Astres, la Lunette bien centrée tournant par ce mouvement autour de son axe, le centre *E* de l'Objectif reste dans l'axe de la Lunette, & son foyer tombe sur le point *Z* intersection des fils; mais le centre *F* de l'Objectif mal centré décrira par ce mouvement un petit cercle autour de l'axe *EL* de la Lunette, & le point *T* où se réunissent alors les rayons, décrira aussi un cercle semblable autour du centre *Z*; de sorte que la distance apparente entre ces deux Astres, observée avec deux Lunettes dont l'une a son Objectif bien centré & l'autre mal centré, ne fera pas leur distance véritable, & sera sujette à des irrégularités auxquelles on ne peut remédier qu'en centrant exactement les deux Verres objectifs, ou les dirigeant l'un sur l'autre à un même objet, ce qui revient à la même chose.

## O B S E R V A T I O N S

## SUR LES MATIERES SULPHUREUSES

*Sur la facilité de les changer d'une espece de soufre en une autre.*

PAR M. HOMBERG.

**J** Ai appelé dans mes Memoires précédens Matière sulphureuse ou Soufre, toutes les matieres huileuses ou grasses que nous connoissons. J'en ai usé ainsi pour les distinguer d'avec le Soufre principe. Ensuite j'ai supposé, & crois même avoir en quelque façon prouvé, que ce Soufre principe n'est autre chose que la matiere de la lumiere, qui n'est pas déterminée encore à aucune des especes de Soufres ou de matieres sulphureuses que nous connoissons, mais qui les produit en s'arrêtant en quantité convenable dans les differens corps où elle s'est

1710. 22.  
Avril.

Mem. 1710.

Ff

introduite ; car quoiqu'avant ce tems elle ne paroisse pas une matiere qui soit évidemment huileuse , elle ne laisse pas d'en donner quelques marques , que j'ai rapportées ailleurs.

J'ai divisé les Matieres sulphureuses en trois classes ; la première est , lorsque le Soufre principe s'arrête principalement dans les matieres terreuses , & pour lors il produit un soufre bitumineux sec , comme sont le soufre commun , les charbons de terre , le jayet , l'asphalte , l'ambre jaune & autres. La seconde est , lorsqu'il s'arrête principalement dans une matiere aqueuse , & en ce cas il produit une graisse ou une huile qui est animale , ou végétale , ou bitumineuse ; selon qu'elle se tire d'une partie animale , ou d'une plante , ou qu'elle sort immédiatement de la terre. Et la troisième est , quand il s'arrête principalement dans une matiere mercurielle , & pour lors il produit un soufre métallique.

J'ai supposé aussi que le soufre principe , quoique devenu matiere sulphureuse , de quelque espece qu'elle puisse être , ne change point de nature ; il peut non seulement se dégager des matieres sulphureuses qu'il avoit produites ; & reparoitre simplement matiere de la lumiere , mais il peut encore , en restant la même matiere sulphureuse , changer d'état , c'est-à-dire passer d'une espece de soufre en une autre espece , sans se dépouiller du corps qui l'avoit caractérisé en premier lieu ; ce qu'il fait en s'introduisant simplement dans un autre mixte , qui par quelque accident avoit perdu sa propre matiere sulphureuse.

J'ai commencé dans un Memoire précédent à prouver cette supposition par quelques exemples que j'ai rapportés ; j'ai tiré ces exemples des huiles vegetales & des graisses animales que l'on peut faire rentrer dans les matieres minerales & métalliques desséchées par la calcination au point qu'elles ne se fondent plus , ou qu'elles se vitrifient seulement en une matiere scorieuse ; si l'on ajoute quelque huile que ce soit à ces mineraux ainsi détruits , ils reprennent dans un moment au grand feu la

même forme de mineral ou de métal qu'ils avoient auparavant ; la raison est que l'huile du vegetal se met à la place de la matiere huileuse ou sulphureuse du mineral , que le feu de la calcination en avoit fait évaporer ; ce qui se voit dans toutes les chaux des moindres métaux , mais plus évidemment dans celle qui se fait de l'étain au verre ardent.

Quand on veut dessécher les métaux , il faut avoir la précaution de les dessécher sur un support qui n'ait en lui aucune matiere huileuse qui puisse s'évaporer avec celle du métal , autrement le métal reprendroit celle du support à la place de la sienne propre à mesure qu'elle la perd , & ainsi le métal ne se dessécheroit point , mais il s'en iroit tout entier en fumée , comme il arrive toujours à l'étain , au plomb & à tous les mineraux métalliques , comme le bismuth , le regule d'antimoine , le zink & autres quand on les expose sur un charbon au verre ardent ; mais quand on dessèche l'étain , par exemple sur une coupelle des raffineurs il fume beaucoup dans le commencement , & peu à peu la goutte du métal devient herissée , poussant des pointes ou des poils qui s'allongent ou montent de plus en plus , jusques à ce que toute la masse de l'étain soit changée en une houe , ou en une espece de brosse , d'un blanc sale & d'une matiere brillante , dont les poils du milieu sont les plus longs , & ceux d'alentour s'accourcissent à mesure qu'il s'éloignent du centre de la houe.

En continuant d'exposer cette matiere sur le même support au foyer parfait du verre ardent , elle ne se fondra jamais , même étant exposée immédiatement après une pluie , où ce verre fait le plus grand effet qu'il est capable de faire ; mais quand on ôte cette houe ou cet étain calciné , de dessus ce premier support , & qu'on l'expose sur un charbon au même verre ardent , il se fond dans le moment , & reparoît en une goutte d'étain ; cela arrive parceque l'huile du charbon qui lui sert de support , rentre dans cette chaux , à la place de la partie huileuse

que l'étain avoit perduë dans sa calcination sur un support destituë de toute matiere huileuse, comme sont les cailloux, les pots de grez, la porcelaine des Indes dont on a ôté l'émail, les coupelles des raffineurs, le cristal de roche &c. Si on continuoit d'exposer cet étain calciné au verre ardent sur quelqu'un de ces derniers supports arides, il ne reprendroit jamais sa premiere forme de métal, à moins qu'on ne mît dessus un peu d'huile ou de graisse, qui y feroit le même effet que nous venons d'observer dans l'huile du charbon.

Cet exemple de la chaux d'étain joint à ceux que j'ai rapportez autrefois, suffira pour prouver que les huiles ou les grasses animales & vegetales rentrent aisement dans les matieres minerales & métalliques qui avoient perdu leurs soufres, & qu'elles sont rétablies par-là dans leur premier état naturel de mineral ou de métal. Pour appuyer davantage cette supposition, je crois qu'il ne sera pas inutile de rapporter quelques exemples qui prouvent, que l'on peut séparer aussi les parties huileuses des métaux, & les introduire dans les esprits très légèrement acides des vegetaux & des sels fossiles, qui naturellement ont très peu ou point de matieres sulphureuses; par là ils deviennent non seulement inflammables au de-là de la vivacité de l'esprit de vin rectifié, mais encore ils deviennent des huiles grasses & qui nagent sur l'eau, comme font toutes les vraies huiles des vegetaux.

En examinant les moindres métaux au verre ardent, j'ai reconnu que le fer est celui qui a le plus de matiere huileuse; car en ne faisant que l'y exposer, on voit d'abord une grande quantité d'huile noire & fort liquide nager par dessus, long-temps avant que la vraie matiere métallique & brillante du fer se mette en fonte, cette huile est absorbée avec une grande avidité par les métaux qui ont peu de matiere sulphureuse, comme est particulièrement l'argent, qui en change de couleur & de consistance; au contraire le fer reste tout à fait privé de son huile, & en cet état il résiste à la plus grande chaleur.



du verre ardent sans se mettre en fonte , ce qui m'a fait juger que la matiere huileuse qui se trouve naturellement dans le fer , pourroit bien être ce qui lui sert de fondant , puisque cette huile étant séparée de sa substance , il ne se fond plus.

Pour ne pas manquer cette expérience , il faut observer que l'on doit fondre l'argent le premier , & sur l'argent fondu il faut coucher un morceau de fer , sans quitter le foyer du verre ardent , & l'on verra que sur le morceau de fer il coulera une huile qui paroîtra noire au Soleil , sans que le morceau de fer se fonde , qui paroîtra blanc sous cette huile , & brillant comme du fer nouvellement limé ; à mesure que cette huile touche l'argent fondu sur quoi nage le morceau de fer , elle entre dans cet argent avec autant de vitesse que l'eau entre dans le papier brouillard ; & le fer qui a ainsi perdu son huile , devient cassant , & ne se fond plus au verre ardent.

Ceci arrive lorsqu'on met un morceau de fer sur l'argent fondu ; mais si au contraire on met un morceau d'argent sur du fer fondu , l'argent se fondra promptement , & les deux métaux se confondront , de maniere que l'on ne pourra pas reconnoître distinctement les parties du fer ou celles de l'argent dans le mélange que leur confusion aura produit ; & par conséquent l'huile de fer restera toujours mêlée avec son métal.

Cette observation m'a fait voir clairement , que la matiere huileuse du fer non-seulement en peut être séparée , mais encore qu'on la peut introduire en un autre corps. J'ai fait plusieurs tentatives pour retirer de l'argent cette huile de fer qu'il avoit absorbé , mais inutilement ; parce que pour tenir l'argent en fonte il faut un grand feu qui dissipe cette huile ; de sorte que par la violence du feu je n'en ai scû rien tirer , & la seule liqueur qui dissout l'argent , sçavoir l'esprit de nitre , est un acide très violent , qui d'ailleurs est déjà suffisamment chargé de son propre soufre , & il est plus propre à déchirer ou à détruire un mixte , qu'à en extraire ou à en conserver la partie hu-

ieuse, j'ai donc abandonné l'argent abreuvé de l'huile du fer ; & j'ai tâché d'introduire cette huile dans quelque autre métal plus aisé à traiter , tant par un degré de feu fort doux , que par un dissolvant tout à fait aqueux , ou très légèrement acide , & qui de lui-même ne contient presque pas de matiere sulphureuse.

Parmi les essais que j'en ai fait , j'ai vû que le fer se mêle au verre ardent parfaitement bien avec l'étain , que ce mélange fume prodigieusement , & que la fumée se condense en l'air en une espece de coton , qui selon toutes les apparences est l'étain , d'ailleurs métal volatile , rendu encore plus volatile par l'huile du fer , parce que la fumée qui s'eleve de l'étain seul ou mêlé avec quelque autre métal que ce soit , excepté avec le fer , ne vient pas en si grande abondance , & ne se condense pas en une matiere cottoneuse & maniable , mais se dissipe tout à fait en vapeurs comme il arrive à toute autre sorte de fumée. J'ai amassé un peu de ce coton , il s'est dissous sans aucune ébullition dans du vinaigre distillé , & a donné une couleur rougeâtre à son dissolvant. Il est très difficile d'amasser au Soleil une quantité suffisante de cette matiere cottoneuse pour en faire une opération sensible , tant parce qu'étant exposé à l'air libre , le vent l'emporte & la dissipe , que parce que nous avons très peu de jours en l'année propres pour travailler au verre ardent. Voici comment j'en ai amassé une assez grande quantité pour suffire à une opération sensible.

J'ai fait seulement le mélange du fer & de l'étain au verre ardent de cette maniere : J'ai fait fondre sur un charbon deux gros de pointes de clous de fer , j'ai mis sur ce fer fondu autant pesant d'étain fin , qui dans le moment s'est fondu & confondu avec le fer ; aussitôt que le mélange en a été fait , je l'ai retiré de dessous le verre ardent , & j'y ai exposé d'autre fer & d'autre étain , j'ai fait peu à peu de cette maniere environ une demie livre de ce mélange , que j'ai mis fondre dans un creuset à la forge au feu de charbons , mon mélange s'est fondu , &

il a produit du coton semblable à celui qu'il produit par la chaleur du verre ardent, dont une partie s'est attachée aux parois du creuset, & en assez grande quantité, pour que j'aye pû le détacher avec une cuilliere de fer & le retirer du creuset, j'en ai amassé environ une once, la matiere qui est restée au fond du creuset, a peu à peu cessé de fumer, & s'est congelée en une matiere fort dure & cassante, comme est ordinairement le fer qui vient d'être fondu.

J'ai versé sur ce coton du vinaigre distillé, que j'ai laissé en infusion froide pendant huit jours; le vinaigre a travaillé insensiblement sur ce coton, & est devenu d'une couleur rougeâtre tirant sur l'orangé, & de fort clair & liquide qu'il étoit, il est devenu louche & m'a paru gras sous les doigts, & avoir plus de consistance qu'auparavant, j'ai vuïdé par inclination la liqueur teinte de dessus le coton qui restoit non dissous au fond du vaisseau, j'ai versé du nouveau vinaigre distillé dessus, & j'en ai séparé la teinture, ce que j'ai réitéré jusques à ce que toute la matiere cottoneuse fût entierement dissoute; il faut observer ici, que j'ai commencé à faire cette infusion ou dissolution sur l'athanor, c'est-à-dire, en une chaleur d'abord modérée, qui n'a pas bien réussi, & puis en une plus forte jusques à la faire bouillir, & elle n'a pas mieux réussi, le dissolvant est toujours resté clair, sans s'épaissir & sans changer de couleur, mais à froid elle s'est faite parfaitement bien; j'ai joint ensemble toutes ces dissolutions, qui faisoient environ deux pintes, je les ai distillées au bain de sable dans une grande cornuë de verre à un feu fort doux, il en est sorti une pinte & demie environ de flegme, sans odeur & sans goût, après quoi j'ai remarqué au haut & dans le col de la cornuë couler des gouttes épaisses comme de l'huile; alors j'ai changé de recipient, & j'ai augmenté le feu, il m'en est venu une once environ d'une liqueur huileuse, rougeâtre, d'un goût très piquant, & d'une odeur forte & aromatique: elle brûle à l'approche de la flâme avec beaucoup plus de vi-

vacité que l'esprit de vin ; & quand on la verse dans l'eau ; elle nage dessus comme fait une huile essentielle de quelque plante.

Cette opération m'a donné sujet de croire , que j'avois extrait l'huile métallique de cette matiere cottoneuse , & que c'étoit elle qui brûloit comme l'esprit de vin dans la liqueur distillée , & qui se condensoit en une veritable huile en la versant dans l'eau commune ; mais il m'est venu en même tems un scrupule , qui m'a fait douter de la verité de cette conjecture , car je me suis imaginé que ce pourroit bien être un reste de la partie vineuse ou huileuse du vinaigre , qui se seroit manifesté à la fin de la distillation ; & qu'ainsi j'aurois pris une huile vegetale du vin pour une huile métallique du fer & de l'étain. Pour m'en éclaircir , j'ai fait la même opération avec l'esprit de vitriol , qui a produit les mêmes effets que nous venons d'observer dans celle qui a été faite avec le vinaigre distillé.

Il faut observer ici , que l'esprit de vitriol que l'on veut employer à cette opération , doit être affoibli par l'eau commune au point qu'il ne fasse pas d'ébullition avec le cotton , autrement l'opération ne réussiroit pas. Elle m'a confirmé dans l'idée que j'avois eue à la premiere opération , c'est-à-dire , que cette esprit ardent , & son huile qui nage sur l'eau , sont une vraie substance huileuse tirée du fer & de l'étain , & non pas du vinaigre distillé , dont j'ai eu soin de separer tout ce qu'il pourroit contenir d'esprit vineux , en le distillant à très petit feu , & en jettant les premieres portions qui en sont venues , & qui selon toutes les apparences ont emporté ce que le vinaigre pourroit avoir de plus spiritueux.

Nous avons une opération décrite dans nos Memoires de l'année 1710 , page 107 , rapportée par Monsieur Lemery le Pere , & qui a été faite dans une de nos Assemblées , où la limaille de fer simplement bouillie sur un petit feu dans un mélange de parties à peu près égales d'esprit de vitriol & d'eau commune , exhale une vapeur  
qui

qui brûle comme l'esprit de vin quand on l'approche d'une bougie allumée. L'esprit de vitriol n'exhale certainement pas une vapeur inflammable; c'est donc le fer qui la produit, comme dans nôtre opération il a produit un esprit ardent & une vraye huile qui nage sur l'eau, & non pas le vinaigre distillé.

Cette extraction de la partie huileuse du fer & de l'étain, quoique ingénieuse & bonne, m'a paru néanmoins incommode à pratiquer tant à cause de la rareté des grands verres ardents, qu'à cause du petit nombre de jours que l'on a dans une année, où on le peut exposer au Soleil, ou le mettre utilement en œuvre; & comme dans les essais que j'ai faits au verre ardent sur la plupart des matieres minerales connues, j'ai vû que le Zink y produit pour le moins une aussi grande quantité de fumées blanches que nôtre mélange de fer & de l'étain, & que ces fumées s'y condensent de même en une matiere cotoneuse, j'ai crû qu'il pourroit bien produire les mêmes effets dans le feu de charbons; je l'y ai mis, & le cotton s'y est fait plus aisement encore, & en plus grande quantité que dans l'opération précédente de nôtre mélange, j'ai employé ce cotton de la même maniere que celui qui avoit été produit par le fer & l'étain, pour en tirer l'huile & l'esprit inflammable, tant par le moyen du vinaigre distillé & des autres acides des plantes, que par le moyen de l'esprit de vitriol, qui ont également bien réussi. De sorte que l'on doit être aussi convaincu du passage des matieres huileuses des métaux dans la substance des vegetaux, que du passage des huiles vegetales dans la substance des métaux, c'est à dire, qu'il doit être suffisamment prouvé, que les matieres sulphureuses changent indifféremment d'état, & qu'elles passent d'une espece de soufre en une autre espece, selon que les circonstances en fournissent les occasions.

L'opération que nous venons de voir sur le Zink, qui nous a produit avec autant & plus de facilité les mêmes effets que le fer & l'étain que nous avons mêlé au verre

ardent , ma fait penser que le Zink pourroit bien être un mélange naturel de ces deux métaux , dont la combinaison étant plus intimement faite par la nature que la nôtre ne peut l'être par l'art , & dans des proportions plus convenables pour la production de la matiere cottoneuse , nous en avons tiré plus aisément & en plus grande quantité que de nôtre mélange artificiel.

Les autres raisons qui m'ont confirmé dans cette opinion sont premierement que le Zink se tire d'une matiere minerale , qui est une vraie terre ferrugineuse , de couleur de rouille de fer , qui donne les mêmes marques que le fer dans les infusions des noix de gales , & qui contient des parties qui sont attirées par la pierre d'aimant. En second lieu , que le Zink donne un certain cris quand on le plie , comme fait l'étain , ce qu'on n'observe en aucun autre métal , on le peut substituer aussi à la place de l'étain dans l'opération commune de l'*aurum musicum* , qui n'est autre chose que l'étain sublimé par le moyen du mercure , & coloré en couleur d'or par le simple degré de feu qui convient à cet opération , pendant que nul autre métal ne s'y sublime de même. Il paroît donc que les premieres raisons que nous venons d'alleguer , autorisent assés l'opinion que le Zink participe du fer , & par les deux dernieres il paroît qu'il contient aussi de l'étain , & qu'ainsi la matiere cottoneuse qu'il rend de même que nôtre mélange artificiel du fer & de l'étain , marque avec beaucoup de vraisemblance , qu'il est un mélange naturel de ces deux métaux.



# OBSERVATIONS SUR LE BEZOARD,

*& sur les autres matieres qui en approchent.*

PAR M. GEOFFROY le Jeune.

**P**armi les Drogues dont on se sert en Medecine, il y en a beaucoup d'un usage très-commun, & dont on ne sçait point encore bien l'origine. Elles passent quelquefois par tant de mains avant que de venir jusques à nous, qu'il est difficile d'être parfaitement instruit de leur nature, ou de leur composition. 17 MAY.  
1710.

Les Marchands qui en font le commerce n'en connoissent souvent que le nom, & ne se mettent en peine que du débit. Les Voyageurs ne sont pas toujours au fait de ces connoissances; de sorte qu'ils se laissent souvent tromper par de faux récits, ou qu'ils ne vont pas eux-mêmes à la source. Ainsi sur ces sortes de matieres un bon examen vaut quelquefois mieux que bien des relations. Ce n'est pas qu'il ne faille les consulter, mais il ne faut pas toujours les croire. Voilà ce qui m'a porté à examiner soigneusement les matieres qui portent le nom de Bezoard, nom que l'on donne ordinairement à certaines pierres qui se trouvent dans le corps de quelques animaux. Les uns prétendent que ce nom dérive du mot Persan *Paxar* ou *Paxan*, qui veut dire *Bouc*: & il vient selon quelques autres du mot Hebreu ou Caldéen, *Beluxaar*, qui signifie *Contrevenin*.

Les premieres Pierres connues sous le nom de Bezoard, ont été apportées d'Orient. Depuis la découverte de l'Amerique il en est venu qui étant à peu près semblables aux premieres pour la structure & pour les vertus, ont aussi porté le même nom, avec cette difference qu'on

appelle Bezoard Oriental celui qui nous vient du Levant , & Bezoard Occidental celui qu'on nous envoie d'Amerique. Il y a encore d'autres substances pierreuses tirées des animaux & disposées par couche qui ont été nommées Bezoard , en leur conservant le nom de l'animal dont on les tiroit. Tels sont les Pierres que l'on nomme Bezoard de Singe , & Bezoard de Cayman. Quelques-uns prenant le mot de Bezoard dans la signification de Contrevenin , l'ont appliqué indifferemment à toutes les matieres qui pouvoient avoir cette vertu ; c'est de-là que ce nom a été donné à des compositions de Chimie , qui sont le Bezoard mineral & le Bezoard jovial. D'autres ont nommé Bezoard animal la poudre de cœur & de foye de viperes. On a aussi donné le nom de Bezoard , ou de Bezoardique , à certaines poudres ou pierres artificielles dans lesquelles on fait entrer du Bezoard. Telles sont les différentes poudres Bezoardiques , la poudre de la Comtesse du Kant , les Pierres formées de cette poudre , & la Pierre de Goa.

Sur ce que l'on a observé que le Bezoard étoit disposé par couches , on en a donné le nom à une espece de pierre figurée de la même maniere , que l'on trouve en Amerique en differens endroits de la terre , & à qui on attribué aussi les mêmes vertus. Il se trouve de ces Bezoards en Italie , en Sicile , & même en France en differens endroits , & sur tout en Languedoc.

Voilà en general les différentes matieres que nous connoissons sous le nom de Bezoard. Mais à proprement parler , le Bezoard est une substance pierreuse tirée de quelque animal , composée de plusieurs couches ou envelopes comme les oignons , & qui a quelque vertu pour résister au venin. Les deux principales especes sont , comme nous avons dit , l'Oriental & l'Occidental. Nous ne démêlons pas bien qui sont les animaux qui les produisent , parce que l'on peut avoir dit de tous les deux ce qui ne convient qu'à un seul. Nous sçavons en general , que cette pierre se trouve dans l'estomach d'une es-



pece de Chèvre sauvage qui broute des plantes aromatiques. S'il en faut croire Tavernier, il s'en trouve plusieurs dans le même animal, ce qu'on peut connoître au toucher. Ces pierres sont de figure & de grosseur différentes. Il y en a qui ont la forme d'un rein ou d'une fesseole ; d'autres sont rondes ou oblongues ou de figure irrégulière. Chaque pierre est composée de plusieurs lames, & formée d'une matiere verdâtre ou olivâtre tachetée de blanc dans leur épaisseur. Ces lames sont attachées les unes aux autres, enforte qu'en les rompant on observe diverses couches de matieres de differente épaisseur & quelquefois de differente couleur. Il se trouve même en cassant ces pierres, des lames qui s'éclatent & se séparent fort uniment les unes des autres. La même chose arrive lorsqu'on les chauffe un peu vivement. Ce qui occupe le milieu ou le centre de cette pierre, est pour l'ordinaire une masse dure, graveleuse & assez unie. Les couches Bezoardiques qui couvrent cette masse, s'écrasent sous la dent assez facilement, & s'y attachent comme une matiere legerement glutineuse qui teint un peu la salive.

J'en ai brûlé, elles s'enflamment aisément & paroissent contenir du sel volatil & de l'huile. La matiere restante ressemble au *Caput mortuum* qui reste dans la Cornue après la distillation des matieres animales. Ces Pierres sont fort polies exterieurement, mais quelquefois un peu rudes & en façon de chagrin dans certains contours. Elles sont assez tendres & teignent en couleur jaune, verdâtre, ou olivâtre le papier frotté de craye, de ceruse ou de chaux, quand on les passe dessus un peu rudement, parce qu'elles s'usent & laissent de leurs parties sur la craye, la ceruse, ou la chaux. J'ai fait tremper à froid deux de ces pierres, l'une dans l'eau & l'autre dans l'esprit de vin pendant 12 heures sans qu'elles ayent paru alterées. J'ai laissé dans l'eau pendant quelques jours la même pierre, il ne s'en est détaché que très peu de chose, ce qui n'a fait que troubler l'eau legerement, cependant l'eau & l'esprit de vin les avoient penetré toutes deux.

Dans le grand nombre de Pierres de Bezoard que j'ai ouvertes, j'ai trouvé qu'il y en avoit beaucoup, comme le rapportent quelques Auteurs, qui avoient dans leur milieu des pailles, du poil, des marcaffites, des cailloux, des matieres graveleufes unies ensemble & auffi dures que la pierre. J'y ai auffi trouvé du talque, du bois, des noyaux prefque femblables à ceux des cerifes, des noyaux de myrabolans, des quartiers de quelques autres noyaux; & enfin des efpeces de noyaux de cafle & des fafeoles renfermées dans une tunique ou membrane exterieure durcie par la matiere qui a formé le Bezoard, & dont la membrane propre fe trouve retirée & féchée après avoir été gonflée. Dans d'autres Pierres la premiere enveloppe de la fafeole étant confumée, les pierres en leur entier fonnoient comme des pierres d'aigle. J'ai effayé de piquer ces pierres avec une aiguille rougie au feu pour voir fi elles étoient contrefaites, cette aiguille n'y a pû entrer & a feulement bruni l'endroit où elle a été appliquée, ce que les Auteurs propofent comme une des principales marques à quoi l'on peut connoître le bon Bezoard, croyant au contraire, qu'on doit rejetter ceux où l'on trouve de ces fafeoles qu'ils regardent comme une preuve qu'ils ont été falſifiez par les gens du païs.

Ils veulent donc qu'on choiſiſſe le Bezoard en pierres de moyenne groſſeur d'une couleur brune jauniffant la chaux vive, verdiffant la craye, ne ſe diſſolvant point dans l'eau; & lorsqu'on le perce d'un fer rouge qu'il ne s'éleve point de bulles autour qui faſſent connoître qu'il eſt mêlé de quelques réſines. Il faut encore que les lames en ſoient fines, diſpoſées par couches, & que ces pierres ayent été tirées des animaux qui vivent ſur les montagnes tels que ſont ceux de Perſe. Après tout il me paroît aſſez difficile de contrefaire le Bezoard, & pour peu qu'on en ait employé, on s'appercévra à la ſimple vûe, de la fourberie ſ'il y en a, auffi bien qu'aux marques que je viens de rapporter. Car ſ'il étoit contrefait avec du plâtre, ou avec quelque matiere ſemblable, il ne changeroit

ni au feu ni à l'eau ; il pourroit colorer la chaux de la teinture qu'on lui auroit donnée, en un mot soutenir toutes les epreuves quoiqu'il fut contrefait.

Il n'est pas à croire non plus qu'on eût été chercher pour le contrefaire toutes ces différentes matieres, qui servent comme de bâte aux couches dont il est composé, puisque sans tant de façon on n'auroit qu'à le commencer sur une petite boule de la même pâte qui n'est apparemment pas assez rare pour l'épargner.

Je crois que les matieres renfermées dans le Bezoard servent précisément à nous indiquer la maniere dont il se produit, comme l'observe Tavernier, qui dit que ces pierres se forment autour des petits boutons, ou autour des sommitez des petites branches d'une plante. Ces boutons de Tavernier peuvent être les faveoles dont parle Monard, & que j'ai observez. Ces corps solides & indigestes restent dans l'estomach de l'animal, peuvent en irriter les glandes, dont la lympe épaisse avec le levain de l'estomach encore chargé du suc des plantes aromatiques qu'il vient de brouter, aura pû former ces couches polies, unies & exactement liées que l'art auroit bien de la peine à imiter. Je vois même que quelque corps que ce soit qui fasse le centre de cette pierre, les couches en sont finies & si bien contournées, qu'exterieurement la pierre a la figure de la matiere qui est renfermée au dedans.

Si par exemple il s'y rencontre une paille, la pierre sera longue; si c'est un caillou, elle en gardera la figure; si c'est une faveole, on y remarquera exterieurement la radicule & uneraye qui sépare fort distinctement les deux lobes de la faveole; enfin on peut connoître à la forme & à la pesanteur ce qu'elles peuvent contenir. Ainsi comme dans le choix d'une matiere aussi précieuse que le Bezoard, on n'a pas la liberté de tout ouvrir, après s'être assuré d'un certain nombre des plus douteuses sur lesquelles on aura essayé les expériences précédentes, il faudra s'en rapporter à la vûe & au toucher. A la vûe, on examine

d'abord la couleur qui ne doit être ni trop pâle ni trop foncée ; en second lieu, la finesse du grain, le poli & un tillu terré, en sorte que les lames ne se levent point trop aisément les unes de dessus les autres. Il faut encore observer qu'elles ayent une figure reguliere commes celle d'un rein, d'un œuf d'oiseau ou quelque autre approchante. Le toucher peut aussi faire juger de la matiere qui est renfermée intérieurement dans le Bezoard, ce que sa pesanteur ou sa legereté nous détermineront fort bien. Si par exemple la pierre est pesante, la base en sera un caillou, ou quelque autre sorte de matiere qui en occupera la plus grande partie : si au contraire la pierre est legere, elle sera creuse interieurement, ou ne renfermera que quelque matiere legere comme du poil, ou de ces substances vegetales dont j'ai parlé. Les pierres qui donneront quelque son, marqueront un fruit qui s'étant desséché occupe moins de volume, quelquefois même il s'est pourri ou brisé en une poussiere que quelques Auteurs estiment fort.

J'ai encore observé que lorsque les Bezoards sont formez en maniere de reins, accompagnez de legeretez, & qu'ils sonnent, c'est ordinairement une faveole qui en occupe le milieu. Il s'en est trouvé d'autres, qui étoient legers, de figure ronde, un peu aplatis. Ces pierres contenoient un fruit rond & plat, à peu près de la figure d'un noyau de casse. Au reste quand même ces pierres renfermeroient un noyau ligneux, comme il s'en est trouvé, ou même des morceaux de bois, la legereté doit toujours les faire preferer à ceux qui renferment des cailloux, & qui seront beaucoup plus pesans, pourvû cependant que les matieres Bezoardiques soutiennent les autres épreuves.

Pour l'usage ordinaire qu'on en fait en Medecine, toute la préparation que l'on donne au Bezoard, c'est de le réduire en poudre fine, soit que ce soit pour le prendre en substance, ou pour le faire entrer dans quelques compositions, observant seulement de ne pulveriser que ce qu'il

ya de Bezoardique & de séparer toutes les matieres étrangères qui se pourront trouver dans le cœur du Bezoard ; sur tout lorsqu'il s'y rencontre des cailloux ou d'autres substances qui n'ont aucune vertu du Bezoard.

Les sentimens me paroissent fort partagez sur l'animal qui porte le Bezoard oriental , & sur celui qui porte le Bezoard occidental. Il paroît que l'oriental qui nous est apporté d'Egypte , de la Perse , des Indes & de la Chine , est produit par une espece de Bouc que les Persans nomment *Paxan* , ou par une Chèvre sauvage plus grande que l'ordinaire , agile comme le Cerf , & qui a des cornes renversées sur le dos , d'où Clusius la nomme *Capricerva*.

Celui qui est apporté d'Amerique est produit par une espece de Chèvre qui n'est point ou qui n'est que très-peu differente de l'autre à l'exception des Cornes.

Les differens sentimens des Auteurs sur le nom & sur la figure de cet animal me font croire , qu'il peut y avoir plusieurs especes d'animaux , dans lesquels on trouve de ces pierres , & que chacun aura décrit celui qu'il aura vû. Cette même raison peut servir à prouver la cause des differentes couleurs du Bezoard.

Le Bezoard occidental est facile à distinguer à sa couleur plus pâle. Il est quelquefois gris-blanc , engendré sur des matieres étrangères comme le Bezoard oriental. Les lames en sont quelquefois plus épaisses & striées dans leur épaisseur.

Les Bezoards fossiles sont des especes de Pierres formées par couches ayant la figure du Bezoard animal. Ils ont ordinairement une couleur grise blanchâtre , les couches en sont assez minces , ils n'ont point d'odeur & s'employent dans les mêmes maladies où on employe les autres Bezoards. L'Amerique , comme je l'ai déjà dit , nous fournit beaucoup de ces Bezoards , aussi-bien que l'Italie & plusieurs endroits de France.

Ceux qui ont traité du Bezoard , comme entre autres Gaspard Bohin , ont compris sous ce nom bien des matieres qui n'y ont nul rapport , ce qui ne peut apporter

que de la confusion dans l'histoire naturelle. Si l'on vouloit donc ranger dans un ordre convenable tout ce qui peut participer au nom de Bezoard , je crois qu'il seroit à propos d'en faire cinq classes.

La premiere contiendrait les veritables Bezoards qui sont l'oriental & l'occidental.

On mettroit dans la seconde toutes les pierres tirées des animaux qui approchent du Bezoard par leur structure & par leur vertu comme sont le Bezoard de Singe , celui de Cayman , & même les differentes sortes de Perles & les yeux d'écrevisses.

Dans la 3<sup>e</sup> , les differentes sortes de Bezoards fossiles.

Dans la 4<sup>e</sup> classe les matieres figurées comme le Bezoard sans en avoir les vertus ; sçavoir la Pierre humaine , tirée de la vessie , celle des reins , celle de la vessicule du fiel , avec celles qui se trouvent dans la vessicule du fiel des bœufs & des autres animaux.

Dans la 5<sup>e</sup> & derniere les Egagropiles qui sont des espèces de boules de differentes figures assez legeres formées par un amas de poils & de fibres des plantes que les animaux n'ont pû digerer. Ces fibres & ces poils s'ourdissent de maniere qu'ils ne forment plus qu'un corps qui ressemble à une boule de feutre. Il s'en trouve qui sont recouvertes d'une croute Bezoardique fort mince. Elles naissent ordinairement dans le premier ventricule de tous les animaux qui ruminent , ou dans l'estomach de ceux qui ne ruminent point. Tels sont la Pierre de porc-épy sauvage & les autres boules de poil trouvées dans les chèvres dans les bœufs , dans les vaches , & dans d'autres animaux.



## DES MOUVEMENTS

*Primitivement variés dans des milieux résistans en raison des sommes faites des vitesses effectives de ces mouvemens, & des quarrés de ces mêmes vitesses.*

PAR M. VARIGNON.

DAns les Mem. de 1707. 1708. & 1709. après avoir appelé *primitifs* les mouvemens tels qu'ils se feroient dans le vuide ou dans un espace sans résistance ni action, j'ai examiné ce qui arriveroit aux mouvemens primitivement uniformes & aux primitivement variés, tant dans des milieux qui leur résisteroient en raison de leurs vitesses effectives, que dans ceux qui leur résisteroient en raison des quarrés de ces mêmes vitesses. J'ai aussi fait voir dans le Prob. 4. p. 417. des Mem. de 1707. ce qui arriveroit aux mouvemens primitivement uniformes dans des milieux qui leur résisteroient en raison des sommes faites de ces vitesses & de leurs quarrés : hypothèse la plus vrai-semblable des trois, employée par M. Newton dans ses principes Math. Liv. 2. sect. 3. Voici presentement ce qui arriveroit aux mouvemens primitivement variés dans cette même hypothèse : je commence par les primitivement accélérés en raison des tems écoulés, ainsi qu'on le pense d'ordinaire des chutes avec Galilée ; & pour abreger sans renvoyer aux Lem. 1. 2. & à la Remarque 1. des pag. 194. 196. 209. des Mem. de 1709. dont ceci dépend, en voici le sommaire dans le Lemme suivant.

1710.  
4. Juin.

## LEMMES.

I. Dans les fig. 1. 2. 3. des quatre Courbes *ARC*, *HUC*, *KEC*, *FVC*, dans lesquelles figures tous les angles rectilignes sont droits, & où  $TU = RV = TV - TR$  ; on prend  
H h ij

FIG. I.  
II.  
III.

dra encore ici  $AT=t$ , pour les tems écoulés depuis le commencement du mouvement;  $TV=v$ , pour les vitesses primitives du mobile, telles qu'il les auroit eues à la fin de ces tems dans un milieu sans résistance ni action;  $TR=r$ , pour tout ce que le milieu supposé leur fait de résistance pendant ces tems;  $dr$ , pour ce qu'il leur en fait à chaque instant  $dt$ ;  $TU=u$ , pour les vitesses actuelles, ou restantes de ces primitives à la fin de ces tems malgré ces résistances;  $TE=\chi$ , proportionnelles aux résistances instantanées  $dr$ ;  $AF=b$  constante, pour la vitesse initiale quelconque (comme de projection) par où commence le mouvement dans les fig. 2. 3. Et  $a$ , pour une autre grandeur aussi constante quelconque. Cela supposé,

II. Le Lem. 1. pag. 194. 195. des Mem. de 1709. donne  $\frac{dt}{a} = \frac{dr}{\chi} = \frac{dv-du}{\chi}$  pour Regle générale des résistances des milieux.

III. Le Lem. 2. pag. 196. des mêmes Mem. de 1709. donne les aires  $ATUH=ARVF=\int u dt$  proportionnelles aux espaces ou longueurs parcourus en vertu des vitesses restantes  $TU(u)$  pendant les tems  $AT(t)$  malgré les résistances supposées; & les  $ATVF=\int v dt$  proportionnelles aux espaces parcourus pendant ces mêmes tems en vertu des vitesses primitives  $TV(v)$ .

IV. Suivant la Remarque 1. pag. 209. des Mem. de 1709. ou pag. 126. des Mem. de 1708. la pesanteur constante du mobile, ce que le milieu lui fait de résistance à chaque instant de sa chute, & l'excès ou la difference de force, dont cette pesanteur surpasse cette résistance instantanée, sont entr'eux comme les grandeurs  $dv$ ,  $dr$ ,  $du$ , qui leur répondent.

## P R O B L E M E.

FIG. IV. Trouver les Courbes ARC des résistances totales ou des vitesses perduës, HUC des vitesses restantes, &c. dans l'hypothèse 1<sup>o</sup>, des résistances instantanées en raison des sommes faites des vitesses restantes ou actuelles du mobile, & des quarrés



de ces mêmes vitesses ; 2°, des vitesses accélérées primitives en raison des tems écoulés depuis le commencement du mouvement ; ainsi que dans l'hypothèse de Galilée touchant les chutes rectilignes des corps qui en vertu de leur seule pesanteur constante tomberoient dans un milieu sans résistance ni action, tel qu'on suppose d'ordinaire le vuide.

## SOLUTION.

Suivant le Lem. art. 1. la premiere de ces deux hypothèses-ci, qui est  $\chi = u + \frac{uu}{a} = \frac{au + uu}{a}$ , donnera  $TE = \chi = \frac{au + uu}{a} = \frac{AB \times TU + TU \times TU}{AB} = \frac{AB \times RV + RV \times RV}{AB} = \frac{AB \times TV - TV \times TV}{AB} = \frac{a \times v - r + v - r^2}{a}$  en supposant  $AB = a$  constante ; & la 2<sup>e</sup> donnera  $v = TV = AT = r$  en y prenant  $TV = AT$  ; d'où résulte  $r - r = v - r = u$ , &  $dv = dr$ . Donc en substituant ces valeurs de  $\chi$ ,  $v$ ,  $dv$ , dans les 2. formules générales  $\frac{dt}{a} = \frac{dr}{\chi}$ ,  $\frac{dt}{a} = \frac{dv - du}{\chi}$  de l'art. 2. du Lemme, la premiere de ces deux équations se changera ici en  $\frac{dt}{a} = \frac{dr}{a \times r - r + r - r^2} = \frac{dr}{a - ar + r - 2r + rr}$  pour la Courbe  $ARC$  des résistances totales ; & la seconde en  $\frac{dt}{aa} = \frac{dr - du}{au + uu}$  pour la Courbe  $HUC$  des vitesses restantes. Quant à  $FVC$  son équation supposée  $r = v$ , la fait dégénérer ici en une ligne droite inclinée en  $A$  de 45. deg. sur  $AT$ .

Pour construire les deux Courbes  $HUC$ ,  $ARC$ , il faut considérer que la dernière équation  $\frac{dt}{aa} = \frac{dr - du}{au + uu}$  de la Courbe  $HUC$ , donnant  $aadt + uudt = aadt - aadu$ , ou  $aadu = aadt - aadt - uudt$ , donne aussi  $dt = \frac{aadu}{aa - au - uu}$  pour l'équation de cette Courbe.

Soit présentement  $\frac{5a^3y}{a+y^2} = aa - au - uu$  : l'on aura  $uu + au + \frac{1}{4}aa = \frac{5}{4}aa - \frac{5a^3y}{a+y^2} = \frac{5}{4}aa - \frac{5}{4} \times \frac{4a^3y}{a+y^2} = \frac{5}{4} \times \frac{a^4 + 2a^3y + a^2y^2 - 4a^3y}{a+y^2} = \frac{5}{4} \times \frac{a^4 - 2a^3y + a^2y^2}{a+y^2}$ , dont la racine

Hh iij

quarrée est  $u + \frac{1}{2}a = \frac{V\zeta}{2} \times \frac{aa-ay}{a+y}$ ; ce qui donne  $u = \frac{V\zeta}{2} \times \frac{aa-ay}{a+y} - \frac{1}{2}a$ , &  $du = \frac{-a-y \times ady - aa+ay \times dy}{a+y^2} \times \frac{V\zeta}{2} = \frac{-aady}{a+y^2} \times \frac{V\zeta}{2}$ . Donc  $\frac{aadu}{aa-ay-uu} (dt) = -\frac{a^2dy \times V\zeta}{5a^3y} = -\frac{a}{V\zeta} \times \frac{dy}{y}$ , c'est-à-dire,  $dt = -\frac{a}{V\zeta} \times \frac{dy}{y}$ , qui est une équation à une logarithmique  $LGC$  d'une soûtangente  $= \frac{a}{V\zeta}$  sur l'asymptote  $AT$  dont elle doit s'approcher à l'infini du côté de  $C$ , l'équation précédente  $u = \frac{aa-ay}{a+y} \times \frac{V\zeta}{2} - \frac{1}{2}a$  faisant voir que les ordonnées  $y$  ( $GT$ ) de cette logarithmique doivent diminuer à mesure que celles  $u$  ( $TU$ ) de la Courbe  $HUC$  croissent. Cette équation donnant  $a+2u \times a+y = aaV\zeta - aV\zeta$ , ou  $ay+2uy+aV\zeta = aaV\zeta - aa - 2au$ , d'où résulte  $y = \frac{aaV\zeta - aa - 2au}{aV\zeta + a + 2u}$ , fait voir aussi que  $u$  ( $TU$ ) = 0 en  $A$ , doit faire passer la Courbe  $HUC$  par ce point-là, & y rendre  $y = \frac{aaV\zeta - aa}{aV\zeta + a} = a \times \frac{V\zeta - 1}{V\zeta + 1}$ : c'est-à-dire qu'en  $A$  l'ordonnée  $AL$  ( $y$ ) de la logarithmique  $LGC$ , doit être  $= a \times \frac{V\zeta - 1}{V\zeta + 1} = a \times \frac{3-V\zeta}{2}$  sur  $AB$  perpendiculaire à son asymptote  $ATC$ .

Il suit encore de la précédente équation  $u = \frac{aa-ay}{a+y} \times \frac{V\zeta}{2} - \frac{1}{2}a$ , que si l'on prend par tout  $TU$  ( $u$ )  $= \frac{aa-ay}{a+y} \times \frac{V\zeta}{2} - \frac{1}{2}a = \frac{AB-GT}{AB+GI} \times \frac{ABV\zeta}{2} - \frac{AB}{2}$ , en prenant  $AB=a$ ; la ligne qui passera par tous les points  $U$  ainsi trouvés, sera la Courbe cherchée  $HUC$  des vitesses restantes, exprimée par l'équation  $dt = \frac{aadu}{aa-ay-uu}$ . Ce qu'il falloit premierement trouver.

Cette Courbe  $HUC$  ou  $AVC$  étant ainsi construite, il n'y a plus qu'à prendre par tout  $UR=TV=AT$ ; & la ligne  $ARC$ , qui passera par tous les points  $R$  ainsi trouvés, sera (*Lem. art. 1.*) la Courbe des résistances totales ou des vitesses perduës, exprimée par l'équation  $dt = \frac{aadr}{at-ar+it-2ir+rr}$ . Ce qu'il falloit encore trouver.

## COROLLAIRE I.

Puisque suivant l'équation  $u = \frac{aa - ay}{a + y} \times \frac{\sqrt{s}}{2} - \frac{r}{2} a$  trouvée dans la Solution précédente, les ordonnées  $u$  ( $TU$ ),  $y$  ( $TG$ ), des Courbes  $AUC$ ,  $LGC$ , croissent alternativement, il est manifeste que  $TU$  ( $u$ ) n'est jamais plus grande que lorsque  $TG(y) = 0$ . Or en ce cas l'équation précédente donne  $u$  ( $TU$ )  $= \frac{a\sqrt{s} - a}{2} = a \times \frac{\sqrt{s} - 1}{2}$ . Donc pour lors  $TU = AB \times \frac{\sqrt{s} - 1}{2} \left( \frac{a\sqrt{s} - a}{2} \right)$ . Par conséquent si l'on prend  $AD = AB \times \frac{\sqrt{s} - 1}{2}$  sur  $AB$ , c'est-à-dire, moindre que  $AB$  ( $a$ ), & plus grande que  $AL \left( a \times \frac{3 - \sqrt{s}}{2} \right)$ , la droite  $DC$  parallèle à  $AT$ , sera une asymptote de la Courbe  $AUC$  des vitesses restantes ( $u$ ). D'où l'on voit que ces vitesses effectives augmentent ici à l'infini sans jamais devenir plus grandes que la finie  $AD \left( AB \times \frac{\sqrt{s} - 1}{2} \right)$ , laquelle par conséquent en exprimera la plus grande de toutes, appelée *vitesse terminale*, en ce qu'elle n'arrive qu'après un tems infini, & qu'alors elle est ainsi le terme de toutes les autres.

## COROLLAIRE II.

Il suit aussi de l'équation  $dt = \frac{aadu}{aa - ay - uu}$  de la Courbe  $HUC$ , que le commencement  $A$  du tems  $AT(t)$  réduit à  $dt = \frac{aadu}{aa} = du$ , en y rendant  $TU(u) = 0$ , ainsi qu'on l'a vû dans la Solution: il suit, dis-je, non-seulement que cette Courbe des vitesses restantes ( $u$ ) passera par  $A$ ; mais encore qu'elle y fera un angle de  $45$ . deg. avec son axe  $ATC$ .

## COROLLAIRE III.

On voit de même que ce point  $A$  rendant pareillement  $AT(t) = 0 = TR(r)$ , & conséquemment  $r - r = 0$ : non-seulement la Courbe  $ARC$  des résistances totales ( $r$ ) passera par  $A$ ; mais encore son équation

$dt = \frac{aadr}{at - ar + ut - 2tr + rr}$  trouvée dans la Solution, se réduisant à  $dt = \frac{aadr}{o}$  en ce point  $A$ , cette Courbe sera touchée en ce même point  $A$  par la droite  $ATC$ .

## COROLLAIRE I V.

Quant aux espaces parcourus pendant le tems  $AT(t)$ , on voit (*Lem. art. 3.*) qu'ils doivent être ici entr'eux comme les aires correspondantes  $\int udt$  ( $ATU$ ). Mais la solution précédente donnant  $u = \frac{a-y}{a+y} \times \frac{a\sqrt{y}}{2} - \frac{1}{2}a$ , &  $dt = -\frac{a}{\sqrt{y}} \times \frac{dy}{y}$ , l'on aura ici  $u dt = \frac{-ady + ydy}{ay + yy} \times \frac{aa}{2} + \frac{dy}{y} \times \frac{aa}{2\sqrt{y}}$  (à cause de  $\frac{-ady + ydy}{ay + yy} = -\frac{dy}{y} + \frac{2dy}{a+y}$ )  $= aa \times \frac{dy}{a+y} + \frac{aa - aa\sqrt{y}}{2\sqrt{y}} \times \frac{dy}{y}$ , dont l'intégrale est  $\int udt$  ( $ATU$ )  $= aa \times \overline{la+y} + \frac{aa - aa\sqrt{y}}{2\sqrt{y}} \times ly + q = aa \times \overline{LAB + GT} + \frac{aa - aa\sqrt{y}}{2\sqrt{y}} \times lGT + q$ . Mais le cas de  $ATU = 0$ , qui (rendant aussi  $TU = 0$ ) rend  $GT = AL$ , réduit cette intégrale à  $0 = aa \times \overline{LAB + AL} + \frac{aa - aa\sqrt{y}}{2\sqrt{y}} \times lAL + q$ , d'où résulte  $q = -aa \times \overline{LAB + AL} + \frac{aa\sqrt{y} - aa}{2\sqrt{y}} \times lAL$ . Donc cette intégrale complete est  $ATU = aa \times \overline{LAB + GT} + \frac{aa - aa\sqrt{y}}{2\sqrt{y}} \times lGT - aa \times \overline{LAB + AL} + \frac{aa\sqrt{y} - aa}{2\sqrt{y}} \times lAL$ .

Or si après avoir pris  $B\lambda = AL$  sur  $AB$  prolongée vers  $\lambda$ , ou prend par tout de ce côté-là  $BY = GT$  depuis l'origine  $B$ ; qu'ensuite on fasse  $\lambda M$ ,  $TP$ ,  $BS$ , parallèle à  $TA$ , & que des points  $M$ ,  $P$ ,  $S$ , où elles rencontrent la logarithmique  $CGL$  prolongée aussi du côté de  $M$ , ou lui fasse les ordonnées  $MN$ ,  $PQ$ ,  $SZ$ , perpendiculaires en  $N$ ,  $Q$ ,  $Z$ , sur  $TA$  prolongée de ce côté-là: Si de plus on prend  $AL$  pour l'unité, l'on aura  $lGT = -AT.lAL = 0$ ,  $\overline{LAB + AL} = l\lambda\lambda = lMN = AN$ , &  $\overline{LAB + GT} = lAY = lPQ = AQ$ , outre (*Cor. 1.*)  $\frac{a\sqrt{y} - a}{2} = AD$ . Donc l'intégrale précédente sera aussi pour lors  $ATU = aa \times AQ + \frac{a}{\sqrt{y}} \times AD$

$$\times AD \times AT - aa \times AN = \frac{a}{V_5} \times AD \times AT - aa \times NQ = \\ = \frac{AB \times AD \times AT}{V_5} - AB \times AB \times NQ : \text{dans laquelle valeur } NQ$$

aura son origine en  $N$ , qui répond à la plus grande  $GT = AL = B\lambda$  lorsque  $AT = 0$ ; & son terme  $Z$ , qui répond à la plus petite  $BY = GT = 0$ , lorsque  $AT$  est infinie.

Donc enfin (*Lem. art. 3.*) les espaces parcourus pendant les tems  $AT(t)$ , seront ici entr'eux comme les grandeurs  $\frac{AB \times AD \times AT}{V_5} - AB \times AB \times NQ$  correspondantes, ou (à cause de  $AB$  constante) comme les correspondantes  $AD \times AT - AB \times NQ \times V_5$ .

## COROLLAIRE V.

Puisque (*solut.*) les vitesses restantes ( $u$ ) sont par tout ici aux primitives ( $v$ ) qu'auroit eu le mobile en pareil tems  $AT(t)$  dans un milieu sans résistance en vertu de sa pesanteur (*hyp.*) constante ::  $TU. TV$ . chaque espace ici parcouru en vertu de cette pesanteur malgré les résistances ici supposées, sera (*Lem. art. 3.*) à ce qu'elle en feroit parcourir au mobile pendant un pareil tems  $AT$  dans un milieu sans résistance ::  $ATU. ATV$  (*Corol. 4.*) ::  $\frac{AB \times AD \times AT}{V_5} - AB \times AB \times NQ$ .

$ATV$ . Mais les vitesses  $TV$  que la pesanteur du mobile lui donneroit en tombant dans un milieu sans résistance, étant comme les tems  $AT$  qui seroient employés à les acquérir; si l'on suppose  $TV = AT$ , comme l'on a fait jusqu'ici, l'on aura  $ATV = \frac{1}{2} \times AT \times AT$ . Donc les espaces ici parcourus malgré les résistances supposées pendant un tems quelconque  $AT$ , doivent être par tout à ce que le mobile en auroit parcouru pendant un pareil tems ::  $\frac{AB \times AD \times AT}{V_5} - AB \times AB \times NQ, \frac{1}{2} \times AT \times AT$ . Dans le premier desquels termes,  $AT$  est un Logarithme, & conséquemment un nombre, de même que  $NQ$  qui est la différence de deux Logarithmes; au lieu que dans le dernier terme,  $AT$  est une grandeur géométrique, de même que  $AD, AB$ , dans le premier, ce qui fait que ces deux termes sont homogènes nonobstant la variété des dimensions qui y paroît à l'œil.

## COROLLAIRE VI.

Les espaces parcourus pendant les tems  $AT(t)$  en vertu des vitesses  $TU(u)$  restantes des accélérées primitives  $TV(v)$  malgré les résistances supposées, se trouveront encore autrement que dans le Corol. 4. en continuant à l'infini la division de  $\frac{aau du}{aa - au - uu}$  (*solut.*)  $= udr$ . Car cette division donnant  $\frac{aau du}{aa - au - uu} (u dr) = u du + \frac{uu du}{a} + \frac{2u^3 du}{aa} + \frac{3u^4 du}{a^3} + \frac{5u^5 du}{a^4} + \frac{8u^6 du}{a^5} + \frac{13u^7 du}{a^6} + \frac{21u^8 du}{a^7} + \&c.$  Dont l'intégrale est  $\int u dr (ATU) = \frac{uu}{2} + \frac{u^3}{3a} + \frac{2u^4}{4a^2} + \frac{3u^5}{5a^3} + \frac{5u^6}{6a^4} + \frac{8u^7}{7a^5} + \frac{13u^8}{8a^6} + \frac{21u^9}{9a^7} + \&c.$  Dans laquelle suite chacun des coefficients superieurs est la somme des deux immédiatement précédens; les inférieurs sont les exposans des puissances de  $u$ , lesquelles sont en progression géométrique, aussi bien que les puissances de  $a$ , qui les divisent, & qui sont par tout moindres qu'elles de deux degrés. Donc (*Lem. art. 3.*) les espaces ici parcourus pendant les tems  $AT(t)$ , seront aussi entr'eux comme ces suites correspondantes. De sorte que  $AT$  infini devant rendre (*Corol. 1.*)  $u = \frac{a\sqrt{5} - a}{2}$  finie & positive, & conséquemment la suite précédente d'une valeur infinie; l'espace ici parcouru pendant ce tems infini, devroit pareillement être infini, ainsi qu'on l'a déjà vû dans le Corol. 4.

## AUTRE SOLUTION.

I. Soit présentement  $\frac{1}{4} \times \frac{a^4}{xx} = aa - au - uu$ . L'on aura  $uu + au + \frac{1}{4}aa = \frac{1}{4}aa - \frac{1}{4} \times \frac{a^4}{xx} = \frac{1}{4} \times \frac{aaxx - a^4}{xx}$ ; & (en tirant la racine quarrée de part & d'autre)  $u + \frac{1}{2}a = \frac{a\sqrt{5}}{2x} \times \sqrt{xx - aa}$ , ou  $u = \frac{a\sqrt{5}}{2x} \times \sqrt{xx - aa} - \frac{1}{2}a$ ; d'où résulte  $du = \frac{a\sqrt{5}}{2} \times \frac{-dx\sqrt{xx - aa} + \frac{xx dx}{\sqrt{xx - aa}}}{xx} = \frac{a\sqrt{5}}{2} \times \frac{-xx + a^2 + xx}{xx\sqrt{xx - aa}}$ .

$\times dx = \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{a^3 dx}{xx\sqrt{xx-aa}}$ . Donc  $\frac{aadu}{aa-au-au} (dt) = \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{a^3 dx}{xx\sqrt{xx-aa}}$   
 $\times \frac{4}{5} \times \frac{xx}{a^4} = \frac{4}{a\sqrt{5}} \times \frac{aadx}{2\sqrt{xx-aa}}$ , c'est-à-dire,  $dt = \frac{4}{a\sqrt{5}} \times \frac{aadx}{2\sqrt{xx-aa}}$ ; &  
 conséquemment (en intégrant)  $t = \frac{4}{a\sqrt{5}} \times \int \frac{aadx}{2\sqrt{xx-aa}}$ .

FIG. V.

II. Cette intégrale se trouvera par le moyen d'une hyperbole équilatère  $BAO$  sur l'axe  $DC$ , dont le centre soit  $D$ , le demi-axe transverse  $BD = a$ , & les abscisses  $DQ = x$ ; ce qui donnant les ordonnées  $QP = \sqrt{xx - aa}$ , l'on aura le triangle rectangle  $DQP = \frac{x}{2} \sqrt{xx - aa}$ , dont la différence (en supposant les droites  $DP$ ,  $Dp$ , infiniment proches l'une de l'autre) est  $PDp + QPpq = \frac{dx\sqrt{xx-aa}}{2} + \frac{xxdx}{2\sqrt{xx-aa}} = \frac{2xxdx - aadx}{2\sqrt{xx-aa}}$ . Mais le trapèze  $QPPq = dx \times \sqrt{xx - aa} = \frac{2xxdx - 2aadx}{2\sqrt{xx-aa}}$ . Donc le secteur hyperbolique  $PDp = \frac{aadx}{2\sqrt{xx-aa}}$ . Par conséquent (en intégrant)  $\int \frac{aadx}{2\sqrt{xx-aa}} = BDP + q$ . Mais on vient de trouver (art. 1.)  $t = \frac{4}{a\sqrt{5}} \times \int \frac{aadx}{2\sqrt{xx-aa}}$ . Donc  $t(AT) = \frac{4}{a\sqrt{5}} \times BDP + q$ .

III. Pour trouver présentement la valeur constante de  $q$ , il faut considérer que le cas de  $AT(t) = 0$ , rendant aussi (*hyp.*)  $u = 0$ , & qu'ayant trouvé ci-dessus (art. 1.)  $u = \frac{a\sqrt{5}}{2x} \times \sqrt{xx - aa} - \frac{1}{2}a$ , ce cas doit pareillement rendre  $\frac{a\sqrt{5}}{2x} \times \sqrt{xx - aa} - \frac{1}{2}a = 0$ ; & par conséquent  $\sqrt{5xx - 5aa} = x$ ; d'où résulte  $4xx = 5aa$ , ou  $x = \frac{a\sqrt{5}}{2}$ . Donc si après avoir pris  $DM = \frac{a\sqrt{5}}{2}$ , on lui fait  $ML$  perpendiculaire laquelle rencontre l'hyperbole  $BPO$  & la droite  $DP$  en  $A.N$ ; par le premier desquels points soit la droite  $DA$ ; ce cas de  $t = 0$ , réduira la valeur de  $t(AT)$  trouvée dans l'art. 2. à  $0 = \frac{4}{a\sqrt{5}} BDA + q$ , d'où résulte  $q = -\frac{a}{a\sqrt{5}} \times BDA$ . Donc cette intégrale juste & précise sera  $AT(t) = \frac{4}{a\sqrt{5}} \times BDP$   
 Li ij

—  $\frac{4}{a\sqrt{5}} \times BDA = \frac{4}{a\sqrt{5}} \times ADP$  (à cause de  $BD = a$ ) =  $\frac{4}{\sqrt{5}} \times \frac{ADP}{BD} = \frac{2 \times ADP}{DM}$ . De sorte que l'arc hyperbolique  $AB$  fera ici inutile, & que le point  $A$  sera l'origine du seul arc utile  $APO$ : de sorte aussi que les tems  $AT$  ( $t$ ) seront ici entr'eux comme les secteurs hyperboliques  $ADP$  correspondans depuis l'origine  $AD$  vers  $O$ , les fractions  $\frac{4}{a\sqrt{5}}$ ,  $\frac{4}{BD\sqrt{5}}$ ,  $\frac{2}{DM}$ , étant constantes.

IV. De plus les valeurs précédentes (*art.* 1. 3.) de  $DB = a$ ,  $DQ = x$ ,  $DM(x) = \frac{a\sqrt{5}}{2}$ , & de  $TU(u) = \frac{a\sqrt{5}}{2x} \times \sqrt{xx - aa}$  —  $\frac{1}{2}a$  donneront  $MA(\sqrt{DM^2 - DB^2}) = \sqrt{\frac{5aa}{4} - aa} = \sqrt{\frac{aa}{4}} = \frac{a}{2} = \frac{1}{2} \times DB$ , &  $TU(u) = \frac{DM}{DQ} \times QP - MA$  (à cause de  $DQ \cdot DM :: QP \cdot MN = \frac{DM \times QP}{DQ}$ ) =  $MN - MA = AN$ .

V. Donc (*art.* 3. 4.) si après avoir fait  $AC$  parallèle à  $DC$ , on prend par tout sur elle  $AT = \frac{4}{\sqrt{5}} \times \frac{ADP}{BD} = \frac{2 \times ADP}{DM}$ , & qu'on achève le rectangle  $NT$ ; la ligne  $HUC$ , qui passera par tous les angles  $U$  de ce parallelogramme & d'autres ainsi construits à l'infini, fera la Courbe cherchée des vitesses restantes, dont l'équation étoit (*solut.* 1.)  $dt = \frac{aa\,du}{aa - au - uu}$ . Ce qu'il falloit encore premierement trouver.

VI. La Courbe  $HUC$  ainsi construite, il n'y a plus qu'à prendre par tout  $UR = TV = TA$ , comme dans la *Solut.* 1. & la ligne  $ARC$ , qui passera par tous les points  $R$  ainsi trouvés, sera ici (*Lem.* *art.* 1.) la Courbe des résistances totales ou des vitesses perdus. Ce qu'il falloit encore secondement trouver.

## COROLLAIRE VII.

Puisque (*Solut.* 2. *art.* 1.)  $du = \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{a^3 dx}{xx\sqrt{xx - aa}}$ , &  $dt = \frac{4}{a\sqrt{5}} \times \frac{aadx}{2\sqrt{xx - aa}} = \frac{2}{a\sqrt{5}} \times \frac{a^3 dx}{\sqrt{xx - aa}}$ , l'on aura ici  $du : dt :: \frac{\sqrt{5}}{2xx} : \frac{2}{aa\sqrt{5}}$  ::  $\frac{5aa}{4xx} : 1$  ::  $\frac{5a^4}{4xx} \cdot aa$  (*Solut.* 2. *art.* 1.) ::  $aa - au - uu$ ,  $aa$ . De



forte qu'en  $\mathcal{A}$ , qui rend  $TU(u) = 0$ , l'on aura  $du : dt :: aa : aa$ , c'est-à-dire  $du = dt$ . Par conséquent la courbe  $HUC$  doit non-seulement passer par  $\mathcal{A}$ , mais encore y faire un angle de 45. deg. avec son axe  $\mathcal{AT}$ , ainsi qu'on l'a déjà vû dans le Corol. 2.

## COROLLAIRE VIII.

Puisque (Solut. 2. art. 3.)  $\mathcal{AT} = \frac{4}{V5} \times \frac{ADP}{BD}$ , le cas de  $\mathcal{AT}$  infinie, doit aussi rendre le secteur hyperbolique  $ADP$  infini, la fraction  $\frac{4}{BD \times V5}$  (Solut. 2. art. 2.) étant constante finie. Mais  $ADP$  infini, rend  $DQ(x)$  pareillement infinie, & réduit ainsi à  $0 = aa - au - uu$  l'équation  $\frac{5a^4}{4xx} = aa - au - uu$  supposée dans la Solut. 2. art. 1. Donc le cas de  $\mathcal{AT}$  infinie rend aussi  $aa - au - uu = 0$ , & conséquemment  $uu + au + \frac{1}{4}aa = \frac{5}{4} \times aa$ , d'où résulte  $u = -\frac{1}{2}a + \frac{a\sqrt{5}}{2} = \frac{a\sqrt{5}-a}{2}$ . Par conséquent la plus grande des ordonnées  $TU(u)$  de la Courbe  $AUC$ , doit être de cette valeur. Par conséquent si l'on prend  $\mathcal{AL}$  de cette même valeur, c'est-à-dire  $\mathcal{AL} = \frac{a\sqrt{5}-a}{2}$ , & qu'on fasse  $LC$  parallèle à  $\mathcal{AT}$ , cette parallèle  $LC$  sera une asymptote de la Courbe  $AUC$  des vitesses restantes  $TU(u)$ , dont la plus grande ne pourra jamais surpasser la finie  $\mathcal{AL}$ , mais seulement lui être égale après un tems infini  $\mathcal{AT}$ , ainsi qu'on l'a déjà vû dans le Corol. 1.

Il est à remarquer, que puisque l'on a ici  $\mathcal{AL} = \frac{a\sqrt{5}-a}{2} = \frac{a\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}a$ , & (Solut. 2. art. 4.)  $\mathcal{MA} = \frac{1}{2}a$ ; l'on y aura  $ML = \frac{a\sqrt{5}}{2}$  (Solut. 2. art. 3.)  $= DM$ ; & qu'ainsi la droite  $DLO$  sera pareillement une asymptote de l'hyperbole équilatere  $BAO$ . D'où l'on voit aussi que  $\mathcal{AL}$  sera la plus grande encore des  $\mathcal{AN}$  ici possibles: c'est-à-dire (Solut. 2. art. 4.) la plus grande encore des vitesses  $u$  ( $TU$ ) ici possibles.

## COROLLAIRE IX.

Pour trouver ici les espaces parcourus pendant les tems  $\mathcal{AT}(t)$ , il faut considerer que la Solut. 2. art. 1. venant de donner  $u = \frac{a\sqrt{5}}{2x} \sqrt{xx - aa} - \frac{1}{2}a$ , &  $dt = \frac{4}{a\sqrt{5}} \times \frac{adx}{2\sqrt{xx - aa}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{adx}{\sqrt{xx - aa}}$ , doit aussi donner  $u dt = \frac{adx}{x} - \frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{adx}{2\sqrt{xx - aa}}$ , dont l'intégrale est  $\int u dt (\mathcal{ATU}) = aa \times l x - \frac{2}{\sqrt{5}} \times \int \frac{adx}{2\sqrt{xx - aa}} + q$ . Mais (Solut. 2. art. 2.)  $x = DQ$ , &  $\int \frac{adx}{2\sqrt{xx - aa}} = BDP$ . Donc  $\mathcal{ATU} = aa \times l DQ - \frac{2}{\sqrt{5}} \times BDP + q$ . Mais aussi le cas de  $\mathcal{ATU} = 0$ , qui rend  $u = 0$ , rendant (Solut. 2. art. 3.)  $DQ = DM$ ,  $BDP = BDA$ , réduit cette intégrale à  $0 = aa \times l DM - \frac{2}{\sqrt{5}} \times BDA + q$ , d'où résulte  $q = -aa \times l DM + \frac{2}{\sqrt{5}} \times BDA$ . Donc cette intégrale précise est  $\mathcal{ATU} = aa \times l DQ - aa \times l DM - \frac{2}{\sqrt{5}} \times BDP + \frac{2}{\sqrt{5}} \times BDA = aa \times l \frac{DQ}{DM} - \frac{2}{\sqrt{5}} \times ADP$ . Donc enfin (Lem. art. 3.) les espaces parcourus pendant les tems  $\mathcal{AT}(t)$  doivent être ici entr'eux comme les grandeurs  $aa \times l \frac{DQ}{DM} - \frac{2}{\sqrt{5}} \times ADP$ , ou  $a \times l \frac{DQ}{DM} - \frac{2}{a\sqrt{5}} \times ADP$  correspondantes, c'est-à-dire (Solut. 2. art. 3.) comme les correspondantes  $DB \times l \frac{DQ}{DM} - \frac{ADP}{DM}$ .

## COROLLAIRE X.

Pour exprimer sans Logarithmes, & par la seule hyperbole  $OAB$  continuée (pour moins d'embarras) en  $BFO$  de l'autre côté de son axe  $DC$ , les espaces ici parcourus, déjà exprimés (Corol. 4.) en seuls Logarithmes; soient du centre  $D$  par les points  $M, Q, q$ , les arcs de cercles  $M\beta, Q\Pi, q\pi$ , lesquels rencontrent en  $\beta, \Pi, \pi$ , son asymptote  $D\beta O$ , desquels points  $\beta, \Pi, \pi$ , soient élevées perpendiculairement à cette asymptote les ordonnées  $\beta\delta, \pi\mu, \pi\nu$ , qui rencontrent la demi-hyperbole

$BFO$  en  $\delta$ ;  $\mu, v$ . Cela fait, si l'on appelle  $\pi\mu, s$ ; ayant déjà (fol. 2. art. 2. 3.)  $DB=a, DM=\frac{a\sqrt{s}}{2}, DQ=x$ , l'on aura non-seulement  $D\beta=\frac{a\sqrt{s}}{2}$ , &  $D\Pi=x$ ; mais encore  $s x=\frac{1}{2}aa$ , ou  $2s=\frac{aa}{x}$ ; & par conséquent  $\frac{aadx}{x}=2s dx=2\times\Pi\mu v\pi$ . Or (Corol. 9.)  $udt=\frac{aadx}{x}-\frac{2}{\sqrt{s}}\times\frac{aadx}{2\sqrt{xx-aa}}$ . Donc aussi  $udt=2\times\Pi\mu v\pi-\frac{2}{\sqrt{s}}\times\frac{aadx}{2\sqrt{xx-aa}}$ . Par conséquent  $\int udt$  ( $ATU$ )  $=2\times\Pi DB\mu-\frac{2}{\sqrt{s}}\times\int\frac{aadx}{2\sqrt{xx-aa}}+q$  (la Solur. 2. art. 2.)  $=2\times\Pi DB\mu-\frac{2}{\sqrt{s}}\times BDP+q$ . Mais le cas de  $ATU=0$ , rendant (Corol. 9.)  $DQ=DM$ , & conséquemment  $D\Pi=D\beta$ , réduit cette intégrale à  $0=2\times\beta DB\delta-\frac{2}{\sqrt{s}}\times BD\mathcal{A}+q$ , d'où résulte  $q=-2\times\beta DB\delta+\frac{2}{\sqrt{s}}\times DB\mathcal{A}$ . Donc cette intégrale précise est  $ATU=2\times\Pi DB\mu-2\times\beta DB\delta-\frac{2}{\sqrt{s}}\times BDP+\frac{2}{\sqrt{s}}\times BD\mathcal{A}=2\times\beta\delta\mu\Pi-\frac{2}{\sqrt{s}}\times ADP$ . Donc aussi (Lem. art. 3.) les espaces parcourus pendant les tems  $AT$  ( $t$ ), doivent être ici entr'eux comme les grandeurs  $2\times\beta\delta\mu\Pi-\frac{2}{\sqrt{s}}\times ADP$  correspondantes, ou comme les correspondantes  $\beta\delta\mu\Pi\times\sqrt{s}-ADP$ .

## COROLLAIRE XI.

Pour trouver encore une autre expression de ce rapport d'espaces ici parcourus pendant les tems  $AT$ , soit  $y=\frac{xx+aa}{2x}$ . l'on aura  $2xy=xx+aa$ , ou  $yy-aa=xx-2xy+yy$ ; d'où résulte  $x=y+\sqrt{yy-aa}$ , &  $dx=dy+\frac{ydy}{\sqrt{yy-aa}}$ .  $=\frac{y+\sqrt{yy-aa}}{\sqrt{yy-aa}}dy$ . Donc  $\frac{dx}{x}=\frac{dy}{\sqrt{yy-aa}}$ , &  $\frac{aadx}{x}=\frac{aady}{\sqrt{yy-aa}}=2\times\frac{aady}{2\sqrt{yy-aa}}$ , & (en intégrant)  $2\times\int\frac{aady}{2\sqrt{yy-aa}}=aa\times l x$  (Corol. 9.)  $=aa\times l\frac{DQ}{DM}$ .

Or si après avoir pris  $DE=y$ , l'on fait l'ordonnée  $EF$  perpendiculaire à  $DC$ , avec la droite  $DF$ ; on trouvera

$\int \frac{aady}{2\sqrt{yy-aa}} = BDF + q$ , de même que l'on a trouvé  $\int \frac{aadx}{2\sqrt{xx-aa}} = BDP + q$ , dans la Solut. 2. art. 2. Donc  $aa \times \int \frac{DQ}{DM} = 2 \times BDF + q$ . Mais le cas de  $DQ$  en  $DM$ , qui rend  $aa \times \int \frac{DQ}{DM} = aa \times \int \frac{DM}{DM} = aa \times l1 = 0$ , réduira cette intégrale à  $0 = 2 \times DBK + q$ , ou à  $q = -2DBK$ , en prenant  $DZ = \frac{9a}{4\sqrt{5}}$ , & en menant l'ordonnée  $ZK$  avec la droite  $DK$ ; puisque ce cas de  $DQ = DM$ , c'est-à-dire (Solut. 2. art. 3.) de  $x = \frac{a\sqrt{5}}{2}$ , change  $x = y + \sqrt{yy-aa}$  trouvée ci-dessus, en  $y = \frac{9a}{4\sqrt{5}}$ . Donc  $aa \times \int \frac{DQ}{DM} = 2 \times BDF - 2 \times BDK = 2 \times KDF$  de l'origine  $K$ , fera cette intégrale complète.

Donc aussi  $2 \times KDF - \frac{2}{\sqrt{5}} ADP = aa \times \int \frac{DQ}{DM} - \frac{2}{\sqrt{5}} \times ADP$  (Corol. 9.) =  $ATU$ . Par conséquent (Lem. art. 3.) les espaces parcourus pendant les tems  $AT$ , lesquels espaces se sont trouvés ci-dessus (Corol. 9.) en raison des grandeurs  $aa \times \int \frac{DQ}{DM} - \frac{2}{\sqrt{5}} ADP$  correspondantes, seront pareillement ici entr'eux en raison des correspondantes  $2 \times KDF - \frac{2}{\sqrt{5}} \times ADP$ , ou comme les correspondantes  $KDF \times \sqrt{5} - ADP$ .

## COROLLAIRE XII.

Or le cas de  $x$  infinie, qui rend aussi  $y \left( \frac{xx+aa}{2x} \right)$  infinie, rend pareillement les secteurs  $ADP$ ,  $KDF$ , infinis: de sorte que quand même il rendroit  $ADP = 2 \times KDF$ , à cause qu'alors  $y \left( \frac{xx+aa}{2x} \right) = \frac{x}{2}$ , ou  $x(DQ) = 2y(2 \times DE)$ ; on ne laisseroit pas d'avoir aussi pour lors  $KDF \times \sqrt{5} - ADP$  infini; puisque  $\sqrt{5} > 2$ , rendroit alors la différence de  $KDF \times \sqrt{5}$  à  $2 \times KDF$ , c'est-à-dire  $ADP$ , infinie; & par conséquent aussi  $KDF \times \sqrt{5} - ADP$  pour lors infinie aussi-bien que le tems  $AT$  (Solut. 2. art. 3.) =  $\frac{4}{\sqrt{5}} \times \frac{ADP}{BD} = \frac{2 \times ADP}{DM}$ . Donc (Corol. II.) l'espace ici par-

couru

couru pendant un tems  $AT$  ou  $ATC$  infini, seroit pareillement infini.

Voilà ce qui résulteroit du Corol. 10. quand même on supposeroit  $ADP = 2 \times KDF$  à une distance  $DQ(x)$  infinie; mais on l'en verra résulter encore à plus forte raison si l'on considère que cette distance ou celle de  $DE(y)$  infinie, rend même  $ADP = KDF$ . En effet l'hyperbole  $PBF$  atteignant l'une & l'autre de ses asymptotes  $DO, DO$ , à chacune des distances  $DQ(x)$   $DE(y)$  infinies, qu'on a alors  $y \left( \frac{xx+aa}{2x} \right) = \frac{1}{2}x$  rende  $DQ$  double de  $DE$ ; il est manifeste que depuis la première ou la moindre de ces distances infinies, cette hyperbole demeure confonduë par delà à l'infini du côté de  $O$  avec ces mêmes asymptotes alors en lignes droites chacune avec elle; & qu'ainsi les secteurs  $ADP, KDF$ , n'augmentent que jusqu'à la moindre de ces distances infinies, à laquelle conséquemment ils doivent être égaux entr'eux, & pour toutes les autres distances infinies, même infiniment prolongées par-delà cette première d'entr'elles du côté de  $C$ . Donc alors  $KDF \times \sqrt{5}$ ; —  $ADP$  sera infinie, & conséquemment aussi (Corol. 10.) les espaces ici parcourus pendant les tems  $AT \left( \frac{4}{\sqrt{5}} \times \frac{ADP}{BD} \right)$ , ou  $\frac{2 \times ADP}{DM}$  alors infinis, ainsi qu'on l'a déjà vû dans les Corol. 4. & 6.

## COROLLAIRE XIII.

Il résulte encore une autre expression du rapport des espaces ici parcourus pendant les tems  $AT$ , de ce que (Corol. 11.)  $KDF = \int \frac{aady}{2\sqrt{yy-aa}} = \int \frac{aadx}{2x}$ , & (Corol. 9.)  $ADP = \int \frac{aadx}{2\sqrt{xx-aa}}$ , Car les différentielles (toujours exprimées par la caractéristique  $d$ ) en étant  $dKDF = \frac{aadx}{2x}$ , &  $dADP = \frac{aadx}{2\sqrt{xx-aa}}$ ; l'on aura  $dKDF. dADP :: \frac{aadx}{2x} \cdot \frac{aadx}{2\sqrt{xx-aa}} :: dx\sqrt{xx-aa}. xdx :: mdx\sqrt{xx-aa}. mxdx$ . De sorte qu'en supposant  $dKDF = mdx\sqrt{xx-aa}$ , quelque nombre que

K k

Mem. 1710.

$m$  doit valoir pour cela, l'on aura aussi  $dADP = mxdx$  ;  
 & ( en intégrant )  $KDF = m \times \int dx \sqrt{xx - aa} = m \times AMQP$  ,  
 $ADP = \frac{mxx}{2} + q$  ( à cause de  $GQ = DQ = x$  , en prolongeant  $QP$  jusqu'à la rencontre de  $DL$  en  $G$  )  $= m \times AQQ + q$   
 ( à cause que  $DQ$  en  $DM$  , réduisant cette dernière intégrale à  $0 = m \times DML + q$  , donne  $q = -m \times DML$  )  $= m \times DQG - m \times DML = m \times LMQG$ . Donc  $KDFV_5 - ADP = m \times AMQP \times V_5 - LMQG$ . Or on vient de voir ( *Corol. 11.* ) que les espaces ici parcourus pendant les tems  $AT$  , sont entr'eux comme les grandeurs  $KDF \times V_5 - ADP$  correspondantes. Donc ces mêmes espaces sont ici entr'eux comme les correspondantes  $m \times AMQP \times V_5 - m \times LMQG$  , ou simplement ( à cause du nombre  $m$  constant ) comme les correspondantes  $AMQP \times V_5 - LMQG$ .

## COROLLAIRE XIV.

Par conséquent le cas de  $MQ$  ou de  $AT$  infinie en  $MC$  ou en  $ATC$  , qui rend les aires  $AMQP$  ,  $LMQG$  , infinies en  $OAMC$  ,  $OLMC$  , & même alors égales entr'elles , la Remarque suivante faisant voir que leur différence  $OLAO$  se trouve alors nulle par rapport à elles : ce cas ( dis-je ) rendant aussi pour lors  $AMPQ \times V_5 - LMQG$  infinie en  $OAMC \times V_5 - OLMC$  , l'espace ici parcouru pendant un tems infini  $ATC$  , devroit ( *Corol. 12.* ) y être encore infini , comme dans les *Corol. 4. 6. & 12.*

## REMARQUE I.

I. On vient de dire dans le précédent *Corol. 14.* que le cas de  $MQ$  ou de  $AT$  infinie en  $MC$  ou en  $ATC$  , doit rendre la différence  $OLAO$  des aires infinies  $OLMC$  ,  $OAMC$  , nulle par rapport à elles , quoique cette différence soit elle-même infinie par rapport aux aires finies  $LMQG$  ,  $AMQP$ . Pour le voir , après avoir imaginé la droite  $MP$  prolongée jusqu'à l'asymptote  $DLO$  en  $S$  , il n'y a qu'à considérer que  $AMQP > PQM$  , & qu'au contraire  $LAPG < SMD$  : car voyant alors  $AMQP$  en plus grande raison à  $LAPG$  que  $PQM$  à  $SMD$  , & que le cas de  $MQ$  ou de  $DQ(x)$  infinie , qui confondant en-

fin  $P$  en  $S$ , rend par-là ces deux triangles  $PQM$ ,  $SMD$ , de même hauteur  $PQ$ , rend aussi pour lors  $PQM$ .  $SMD :: QM$ .  $MD$ . C'est-à-dire alors  $PQM$  infini par rapport à  $SMD$ ; on verra que l'aire  $AMQP$ , ainsi changée en  $OAMC$ , doit aussi être infinie par rapport à  $OLAO$ ; quoique celle-ci soit elle-même infinie par rapport aux finies  $AMQP$ ,  $LMQG$ ; & par conséquent que cette différence  $OLAO$  des aires infinies  $OLMC$ ,  $OAMC$ , doit être nulle par rapport à elles, ainsi qu'on le vient de dire dans le Corol. 14.

II. Ce cas de  $MQ$  ou de  $AT$  infinie en  $MC$  ou en  $ATC$ , rendant ainsi la grandeur  $OAMC \times \sqrt{5} - OLMC$  infinie du premier genre par rapport à  $OLAO$ , & celle-ci pareillement infinie du même genre par rapport à la finie  $AMPQ \times \sqrt{5} - LMQG$ ; il est visible que la première sera infinie du second genre par rapport à celle-ci; & qu'ainsi (Corol. 12.) l'espace parcouru dans un tems infini  $ATC$ , seroit ici infiniment infini d'un parcouru dans un tems fini quelconque  $AT$ .

III. Mais, dira-t-on, est-ce que cet espace du fini à l'infini du second genre, sans passer par l'infini du premier genre, vû que  $AT$  ne peut être que fini ou infini? Point du tout: cet espace de fini devient infini du premier genre lorsqu'il égale un produit fait d'une grandeur finie par une infinie du premier genre par rapport à elle: par exemple, lorsqu'il égale le produit de  $b$  finie quelconque par  $y$  infinie du premier genre par rapport à  $b$ ; & infini du second genre, lorsqu'il égale le carré  $yy$  de cette  $y$  infinie, ou le produit de deux autres lignes quelconques du même premier genre d'infini par rapport à  $b$  finie; parce que les produits  $yy$ ,  $by$ ,  $bb$ , de  $b$ ,  $y$ , telles qu'on les suppose ici, sont infinis chacun du premier genre par rapport à l'immédiatement suivant, auquel il est  $:: y.b$ . Et conséquemment le premier ( $yy$ ) de ces trois produits, doit être infini du second genre par rapport au troisième ( $bb$ ). Or l'espace ou l'aire dont il s'agit ici, doit passer de  $bb$  par  $by$  avant que d'être à  $yy$ . Donc il doit passer du

fini par l'infini du premier genre, avant que d'arriver à l'infini du second genre.

IV. Mais, peut-être dira-t-on encore; lorsque cet espace est égal à  $by$  infini du premier genre par rapport à  $bb$ , quelle doit être alors la valeur de l'abscisse correspondante  $x$  ( $DQ$ )? Elle tient le milieu entre  $x$  finie, &  $x$  infinie, sans être ni l'une, ni l'autre. Que sera-t-elle donc? Elle sera pour lors aussi inexprimable que les incommensurables; par exemple, si  $xx = by$  infini du premier genre par rapport à  $bb$  fini, l'on aura  $x = \sqrt{by}$  sans être finie ni infinie: autrement son carré  $xx$  seroit fini ou infini du second genre, ainsi qu'on le vient de voir dans l'art. 3. Ce qui seroit contre l'hypothèse qu'on fait ici de  $xx = by$  infini du premier genre, dans laquelle  $x$  est moyenne proportionnelle entre  $b$  finie, &  $y$  infinie du premier genre, sans être elle finie ni infinie, comme  $\sqrt{6}$  est moyenne proportionnelle entre 2, 3, sans être nombre pair ni impair: incompréhensibilités égales de part & d'autre; lesquelles cessant dans le carré de ces moyennes proportionnelles, ne prouvent que la foiblesse ou la petitesse de nôtre esprit, sans nuire à la validité de nos démonstrations, étant évident que ces carrés (aussi concevables que ceux de toutes les autres grandeurs) ont de telles moyennes proportionnelles pour racines.

V. La raison pour laquelle les carrés ou les produits de deux grandeurs infinies chacune du premier genre, sont du second par rapport à de pareils carrés ou produits de deux parties finies de ces grandeurs, vient de ce que ces produits de grandeurs infinies par d'infinies, se trouvant finis dans l'un & l'autre sens de ces grandeurs, le sont doublement de ceux qui ne sont faits que de grandeurs finies. Par la même raison les cubes ou les produits faits de trois grandeurs infinies chacune du premier genre, seroit du troisième par rapport à des cubes ou à des produits faits de trois parties finies de ces grandeurs; & ainsi de tant d'autres dimensions qu'on voudra à l'infini. De sorte qu'en general un produit quelconque fait de quelque nombre que ce soit de grandeurs infinies du premier genre par ra-



port à autant d'autres finies dont un autre produit seroit fait égal en dimensions, seroit toujours à cet autre produit, comme un infini d'un genre exprimé par le nombre de ces dimensions, seroit au fini, c'est-à-dire infini de ce genre par rapport à cet autre produit fini; & les produits de genres moyens entre ces deux-là, & qui leur seroient homogenes, comme  $x^{m-p} b^{m+p}$ ,  $x^{m-p+q} b^{m+p-q}$ , entre  $x^m$ ,  $b^m$ , dont  $x$  seroit infinie, &  $b$  finie, n'ayant pour racines que des grandeurs moyennes entre les leurs; sçavoir  $\sqrt[m]{x^{m-p} b^{m+p}}$ ,  $\sqrt[m]{x^{m-p+q} b^{m+p-q}}$ , entre  $x$ ;  $b$ ; ces racines moyennes, quoique de differens genres, ne seroient ni finies ni infinies par rapport à celles-là, de même que les differens genres d'incommensurables moyens à l'infini entre 2. & 3. ne sont ni nombres pairs ni impairs. C'est ainsi que ces incomprehensibilités peuvent s'accumuler à l'infini de part & d'autre, d'une maniere cependant toujours assez claire pour en faire voir la necessité, & pour nous conduire sans erreur dans les démonstrations où ces sortès de grandeurs se rencontrent. Les preuves qu'on en a pour les incommensurables, serviront pour les grandeurs moyennes entre les finies & les infinies, ou entre deux infinies de genres quelconques.

VI. Il y a encore cette conformité entre ces moyennes grandeurs & les incommensurables, que de même qu'il y a des incommensurables commensurables entr'eux, de même aussi y a-t-il des grandeurs moyennes entre le fini & les infinis de differens genres, lesquelles, quoique d'aucune de ces especes par rapport à ces absolument finies ou infinies, ne laissent pas d'en être entr'elles. Par exemple, soient encore  $b$  finie, &  $x$  infinie du premier genre par rapport à  $b$ : l'on aura  $bb$ ,  $bx$ ,  $xx$ , dont les deux derniers produits seront infinis de suite par rapport au fini  $bb$ : leurs moyens  $b\sqrt{bx}$ ,  $x\sqrt{bx}$ , ne seront ni finis ni infinis par rapport à eux; cependant le second  $x\sqrt{bx}$  sera infini par rapport au premier  $b\sqrt{bx}$ , sçavoir à lui:  $x. b$ . Et ainsi des autres à l'infini.

*Voilà une longue digression; mais elle m'a paru necessaire*

COROLLAIRE XV.

FIG. V.

Les espaces ici parcourus pendant les tems  $AT$ , ou  
(Solut. 2. art. 3.)  $\frac{4}{\sqrt{5}} \times \frac{ADP}{BD}$ , peuvent encore se trouver d'une  
autre maniere que dans le Corol. 4. 6. 9. 10. 13. ci-dessus :  
voici comment. Tout ce qu'on voit de la fig. 5. dans la  
fig. 6. demeurant le même ici que là, soient prises  $AV =$   
 $DB$ , &  $AS = \frac{2MA \times AN + \overline{AN}^2}{DB}$ , sur  $ML$  prolongée du côté  
de  $L$ . La Solut. 2. art. 2. 4. donnant  $DB = a$ ,  $MA = \frac{1}{2}a$ ;  
 $AN = u$ , & conséquemment  $MN = \frac{1}{2}a + u$ ; l'on aura  
aussi  $AV = a$ ,  $AS = \frac{au + uu}{a}$ ; & par conséquent  $VS =$   
 $= \frac{aa - au - uu}{a}$ ; lesquelles  $VS$  diminuant à mesure que  
les  $u$  ( $TU$ ) augmentent, elles auront leurs élémens  $Ss =$   
 $\frac{adu + 2udu}{a}$ . Mais si après avoir fait  $VC$  parallele à  $ATC$ , &  
pris  $AX = \frac{1}{2}DM$  (Solut. 2. art. 3.)  $= \frac{a\sqrt{5}}{4}$  sur  $ATC$ , ou fait du  
centre  $V$  par  $X$  l'hyperbole équilaterale  $XTC$  entre les asymp-  
totes orthogonales  $VC$ ,  $VM$ , laquelle soit rencontrée en  
 $T, y$ , par  $SY, sy$ , paralleles  $ATC$ ; cette hyperbole  $XTC$  don-  
nera  $VS \left( \frac{aa - au - uu}{a} \right)$ .  $VA(a) :: AX \left( \frac{a\sqrt{5}}{4} \right)$ ,  $SY = \frac{a\sqrt{5}}{4} \times$   
 $\frac{aa}{aa - au - uu}$ . Donc  $SY \times Ss$  ( $SYs$ )  $= \frac{a\sqrt{5}}{4} \times \frac{aadu + 2audu}{aa - au - uu}$ . Or  
(Solut. 2. art. 1. 2.)  $\frac{aadu}{aa - au - uu} = \frac{4}{a\sqrt{5}} \times \frac{aadx}{2\sqrt{xx - aa}} = \frac{4}{a\sqrt{5}} \times PDp$ ;  
& par conséquent  $PDp = \frac{a\sqrt{5}}{4} \times \frac{aadu}{aa - au - uu}$ . Donc  $SYs =$   
 $PDp = \frac{a\sqrt{5}}{4} \times \frac{2audu}{aa - au - uu} = \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{audu}{aa - au - uu}$ . Or la Sol. 1. don-  
nant  $dt = \frac{aadu}{aa - au - uu}$ , donne aussi  $udt = \frac{audu}{aa - au - uu}$ , &  
conséquemment  $\frac{\sqrt{5}}{2} \times udt = \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{audu}{aa - au - uu}$ . Donc  $\frac{\sqrt{5}}{2} \times udt =$   
 $SYs - PDp$ , & (en intégrant)  $\frac{\sqrt{5}}{2} \times fudt = fSYs - fPDp$   
 $= ASYX - ADP + q$ . Mais le cas de  $fudt$  ( $ATU$ )  $= 0$ ,  
qui rend aussi  $u$  ( $TU$ )  $= 0$ , rendant par-là  $AS = \frac{au + uu}{a} = 0$ .

&  $AN(TU) = 0$ , doit pareillement rendre  $ASYX = 0$ ,  $ADP = 0$ ; & ainsi réduire l'intégrale précédente à  $0 = q$ .  
Donc enfin cette intégrale précise est  $\frac{V\sqrt{5}}{2} \times \int u dt = ASYX - ADP$ , & conséquemment  $\int u dt.(ATU) = \frac{2}{V\sqrt{5}} \times \overline{ASYX - ADP}$ . Par conséquent (*Lem. art. 3.*) les espaces ici parcourus pendant les tems  $AT$  ou (*Solut. 2. art. 3.*)  $\frac{4}{V\sqrt{5}} \times \frac{ADP}{BD}$  doivent être entr'eux comme les différences  $ASYX - ADP$  des aires hyperboliques  $ASYX$ ,  $ADP$ , correspondantes, ainsi que M. Newton l'a aussi trouvé à sa manière dans ses *Princ. Math. Liv. 2. Sect. 3. Prop. 14. pag. 280. & 281*

## COROLLAIRE XVI.

La même chose se peut encore trouver en faisant du centre  $D$  par  $A$  l'hyperbole équilatère  $\omega AC$  entre les asymptotes orthogonales  $DC$ ,  $D\omega$ . Car si de l'origine  $D$  sur  $DC$ , on prend les abscisses  $DR = \frac{DM^2 - MN^2}{DM}$  varia-

bles, les art. 3. 4. de la *Solut. 2.* donnant  $DM = \frac{a\sqrt{5}}{2}$ ,  $MA = \frac{1}{2}a$ ,  $AN = u$ , & conséquemment  $MN = \frac{1}{2}a + u$ , donneront aussi les  $DR = \frac{\frac{1}{4}aa - \frac{1}{4}aa - au - uu}{\frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{5}}{2}} = \frac{2aa - 2au - 2uu}{a\sqrt{5}}$

qui dans le cas de  $TU(u) = 0$ , au commencement du mouvement qui rend aussi le tems  $AT = 0$ , deviennent

$D\phi = \frac{2aa}{a\sqrt{5}} = \frac{2a}{\sqrt{5}}$ ; & qui diminuant à mesure que  $u(TU)$

augmente, doivent avoir leurs élémens  $Rr = \frac{2adu + 4udu}{a\sqrt{5}}$ .

Donc si l'on fait de plus les ordonnées  $\phi\psi$ ,  $RZ$ ,  $r\zeta$ , parallèles à  $MA$ , & qui rencontrent l'hyperbole équilatère  $\omega AC$  en  $\psi$ ,  $Z$ ,  $\zeta$ , dont  $Z\zeta$  soit un des élémens; cette hyperbole donnant  $\phi\psi = \frac{DM \times MA}{D\phi} = \frac{aa\sqrt{5}}{4}$

$\times \frac{V\sqrt{5}}{2a} = \frac{5}{8}a$ ,  $RZ = \frac{DM \times MA}{DR} = \frac{aa\sqrt{5}}{4} \times \frac{a\sqrt{5}}{2aa - 2au - 2uu}$ , que le

cas de  $u = 0$ , doit changer en  $\phi\psi = \frac{5a}{8}$ ; l'on aura ici  $RZ \times Rr$

$(RZ\zeta r) = \frac{aa\sqrt{5}}{4} \times \frac{2adu + 4udu}{2aa - 2au - 2uu} = \frac{a\sqrt{5}}{4} \times \frac{aadu + 2aadu}{aa - au - uu}$ . Or (*Sol-*

*ut. 2. art. 1. 2.*)  $\frac{aadu}{aa - au - uu} = \frac{4}{a\sqrt{5}} \times \frac{aadx}{2\sqrt{xx} - aa} = \frac{4}{a\sqrt{5}} \times PDP$ ; &

par conséquent  $PDp = \frac{a\sqrt{5}}{4} \times \frac{aadu}{aa-au-uu}$ . Donc  $RZ\propto - PDp =$

$$PDp = \frac{a\sqrt{5}}{4} \times \frac{2adu}{aa-au-uu} = \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{aadu}{aa-au-uu}. \text{ Or la Solut. 1.}$$

donnant  $dt = \frac{aadu}{aa-au-uu}$ , donne aussi  $udt = \frac{aadu}{aa-au-uu}$

$$\text{Donc } \frac{\sqrt{5}}{2} \times udt = \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{aadu}{aa-au-uu} = RZ\propto - PDp; \& \text{ (en}$$

intégrant)  $\frac{\sqrt{5}}{2} \times \int udt = \phi RZ\downarrow - BDP + q$ . Mais le cas de

$\int udt$  ( $\mathcal{ATU}$ ) = 0, qui rend aussi  $TU$  ( $\mathcal{AN}$ ) = 0, & consé-

quemment (ainsi qu'on le vient de voir)  $DR = D\phi$ , ou  $\phi R = 0$ , rendant par-là  $BDP = BD\mathcal{A}$ , &  $\phi RZ\downarrow = 0$ ,

réduit cette intégrale à  $0 = -BD\mathcal{A} + q$ , d'où résulte

$$q = BD\mathcal{A}. \text{ Donc cette intégrale précise est } \frac{\sqrt{5}}{2} \times \mathcal{ATU}$$

$$\left( \frac{\sqrt{5}}{2} \times \int udt \right) = \phi RZ\downarrow - BDP + BD\mathcal{A} = \phi RZ\downarrow - ADP,$$

ou  $\mathcal{ATU} = \frac{2}{\sqrt{5}} \times \phi RZ\downarrow - ADP$ , les origines de ces aires

hyperboliques  $\phi RZ\downarrow$ ,  $ADP$ , étant  $\phi$ ,  $\mathcal{A}$ . Par conséquent

(*Lem. art. 3.*) les espaces ici parcourus pendant les tems  $\mathcal{AT}$ , ou (*Solut. 2. art. 3.*)  $\frac{4}{\sqrt{5}} \times \frac{ADP}{BD}$ , doivent être entr'eux com-

me les différences  $\phi RZ\downarrow - ADP$  de ces aires hyperboli-

ques correspondantes.

Si l'on veut que l'aire  $\phi RZ\downarrow$ , qui commence en  $\phi$ , com-

mence en  $B$ ; au lieu de prendre (comme l'on vient de

faire)  $DR = \frac{DM^2 - MN^2}{DM}$ , qui a donné  $D\phi = \frac{2a}{\sqrt{5}}$  dans le

cas de  $TU$  ( $\mathcal{AN}$ ) = 0, il n'y a qu'à prendre  $DR = \frac{DM^2 - MN^2}{DB}$ ,

qui dans ce cas de  $TU$  ( $\mathcal{AN}$ ) = 0, donnera  $D\phi = DB$ , &

$\phi\downarrow$  (qui pour lors passera par  $B$ ) =  $\frac{\sqrt{5}}{4} \times BD$ : l'hyperbole

équilatere, qui entre les asymptotes  $DC$ ,  $D\omega$ , passera par

le point  $\downarrow$  ainsi trouvé entre  $\mathcal{A}$  &  $V$ , donnera la même

chose que lorsqu'elle passoit par  $\mathcal{A}$ , & fera précisément la

même que  $XTC$  dans une autre position.

Si l'on veut se donner la peine de comparer entr'elles les deux ai-

res hyperboliques  $ASYX$ ,  $ADP$ , du Corol. 15. on trouvera que le

cas de  $\mathcal{AT}$  infinie, les doit rendre non-seulement infinies l'une &

l'autre;

l'autre ; mais encore la premiere multiple de la seconde : sçavoir AVCCX à OADO en plus grande raison que  $\sqrt{5}$  à 2. D'où l'on verra que leur difference ASYX—ADP seroit aussi pour lors infinie & qu'ainsi l'espace ici parcouru pendant un tems infini ATC, seroit pareillement infini. Il en faut dire autant de  $\phi RZ\psi$ —ADP dans le Corol. 16.

## COROLLAIRE XVII.

L'on aura ici de plus  $P Dp \cdot N Dn :: \overline{DP^2} \cdot \overline{DN^2} :: \overline{DQ^2} \cdot \overline{DM^2}$ . Or  $\overline{DQ^2} \cdot \overline{DM^2} :: \overline{QP^2} \cdot \overline{MN^2}$ . Et conséquemment  $\overline{DQ^2} \cdot \overline{DM^2} :: \overline{DQ^2} - \overline{QP^2} \cdot \overline{DM^2} - \overline{MN^2} :: \overline{DB^2} \cdot \overline{DM^2} - \overline{MN^2} :: DB \cdot \frac{\overline{DM^2} - \overline{MN^2}}{DB}$ . D'ailleurs la Solut. 2. art. 2. 3. 4.

donnant  $DB = a$ ,  $DM = \frac{a\sqrt{5}}{2}$ ,  $MN = \frac{1}{2}a + u$ , l'on aura

$$\frac{\overline{DM^2} - \overline{MN^2}}{DB} = \frac{\frac{5}{4}aa - \frac{1}{4}aa - au - uu}{a} = \frac{aa - au - uu}{a} \quad (\text{Corol. 15.})$$

$= VS$ . Donc  $P Dp \cdot N Dn :: DB \cdot VS$ . Donc aussi  $VS =$

$$= \frac{DB \times NDn}{PDp} = \frac{DB \times DM \times Nn}{2 \times PDp} \quad (\text{soit } PDp \text{ constant, \& supposé}$$

égal à  $DB \times m$ , dont  $m$  soit conséquemment un infiniment

petit constant)  $= \frac{DM \times Nn}{2m}$ ; & conséquemment  $SY \left( \frac{VA \times AX}{V\sqrt{5}} \right)$

$$= \frac{VA \times AX \times 2m}{DM \times Nn} \quad (\text{le Corol. 15. donnant } VA = a, AX = \frac{a\sqrt{5}}{4},$$

$$DM = \frac{a\sqrt{5}}{2}) = \frac{aa\sqrt{5}}{4} \times \frac{2}{a\sqrt{5}} \times \frac{2m}{Nn} = \frac{am}{Nn} = \frac{m \times DB}{Nn}. \text{ Mais on vient}$$

de trouver aussi  $VS = \frac{\overline{DM^2} - \overline{MN^2}}{DB}$ , de qui la difference est

$$Ss = \frac{2MN \times Nn}{DB}. \text{ Donc } SY \times Ss (SYs) = 2 \times MN \times m. \text{ Par}$$

consequent ayant déjà (*hyp.*)  $PDp = DB \times m$ , l'on aura

aussi  $SYs - PDp = 2m \times MN - m \times DB$  (la Solut. 2. art.

4. donnant  $MA = \frac{1}{2}DB) = 2m \times MN - 2m \times MA =$

$2m \times AN = 2m \times TU$ . Donc  $m$  étant (*hyp.*) constante ;

la somme (Corol. 15.)  $ASYX - ADP$  des  $SYs - PDp$ ,

sera par tout ici comme la somme  $ATU$  des  $TU$  corres-

pondantes, & conséquemment encore (Lem. art. 3.) en

raison des espaces parcourus pendant les tems  $AT$  en

vertu de ces vitesses  $TU$  restantes malgré les résistances

supposées, ainsi que dans le Corol. 15.

Il est manifeste que si au lieu de  $VS = \frac{DM^2 - MN^2}{DB}$ , l'on employe de même  $DR = \frac{DM^2 - MN^2}{DB}$  dans le raisonnement précédent ; on trouvera aussi les espaces ici parcourus pendant les tems  $AT$ , en raison des différences  $\phi RZ \downarrow - ADP$  des aires hyperboliques  $\phi RZ \downarrow$ ,  $ADP$ , correspondantes , ainsi que dans le Corol. 16.

## COROLLAIRE XVIII.

Le Corol. 17. précédent peut encore être démontré plus simplement. Car puisque (Corol. 15.)  $\frac{\sqrt{s}}{2} \times udt = sTys - PDp$ , si l'on prend les instans  $dt$ , ou (Solut. 2. art. 1.2.) les facteurs élémentaires hyperboliques  $PDp$  pour constans, c'est-à-dire , tous égaux entr'eux ; il est visible que les vitesses  $u$  ( $TU$  ou  $AN$ ) seront par tout ici en raison des différences hyperboliques  $sTys - PDp$ . Donc aussi les sommes de ces vitesses , ou (Lem. art. 3.) les espaces ici parcourus pendant les tems  $AT$  ( $t$ ) , seront encore entr'eux comme les sommes  $sTX - ADP$  de ces différences  $sTys - PDp$ .

## COROLLAIRE XIX.

Supposons présentement que le mouvement est ici directement de haut en bas , & avec Galilée que l'accélération de la vitesse primitive ( $v$ ) en raison des tems écoulés ( $t$ ) est ici causée par la pesanteur constante du mobile.

Cela posé , puisque (Corol. 15.)  $AV = a$  , &  $AS = \frac{au + uu}{a}$  ; l'on aura ici  $AV . AS :: a . \frac{au + uu}{a} :: aa . au + uu$ .

Mais la Solut. 1. donne  $\frac{dr}{au + uu} = \frac{dt - du}{au + uu} = \frac{dt}{aa} = \frac{dv}{aa}$  ; ce qui donne de même  $dv . dr :: aa . au + uu$ . Donc aussi  $AV . AS :: dv . dr$ . C'est-à-dire (Lem. art. 4.) comme la pesanteur du mobile est à la résistance actuelle du milieu. D'où l'on voit qu'en prenant la constante  $AV$  pour la pesanteur du mobile , l'on aura ici chaque  $AS$  pour la résistance du milieu que ce mobile aura à surmonter à chaque instant de sa chute ; &  $VS$  pour l'excès de force dont

cette résistance instantanée sera surpassée par cette pesanteur, c'est-à-dire pour ce qu'il y aura de cette pesanteur employé à produire l'augmentation de vitesse qui survient au mobile à l'instant de cette résistance, ou pour ce qui reste alors de force motrice à cette pesanteur malgré cette résistance.

## COROLLAIRE XX.

Donc lorsque  $VS=0$ , la vitesse du mobile n'augmente plus du tout. Mais ce cas, qui rend  $AS=AV$ , rendant pareillement (Corol. 15.)  $\frac{2 \times MA \times AN + \overline{AN}^2}{DB} = DB$ , ou  $2 \times MA \times AN + \overline{AN}^2 = \overline{DB}^2 = \overline{DM}^2 - \overline{MA}^2$ , donne  $\overline{DM}^2 = \overline{MA}^2 + 2 \times MA \times AN + \overline{AN}^2 = \overline{MN}^2$ , ou  $MN=DM$  (Corol. 8.)  $ML$ , & conséquemment  $AN=AL$ . Donc aussi (Sol. 2. art. 4.)  $AL$  sera encore ici la plus grande des vitesses  $AN$  ( $TU$ ) que le mobile puisse jamais acquérir en vertu de sa pesanteur malgré les résistances supposées, même dans un tems infini. Par conséquent quoique ces vitesses s'accroissent toujours, la plus grande d'entr'elles ne peut jamais devenir que finie. Ce qui s'accorde avec les Corol. 1. 8.

## COROLLAIRE XXI.

Puisque (Corol. 19.)  $dv.dr::AV.AS$  (Corol. 15.)  $::BD.$   
 $\frac{2 \times MA \times AN + \overline{AN}^2}{BD} :: \overline{DB}^2.2 \times MA \times AN + \overline{AN}^2$  (à cause de  $\overline{DB}^2 = \overline{DM}^2 - \overline{MA}^2$ )  $:: \overline{DM}^2 - \overline{MA}^2.2 \times MA \times AN + \overline{AN}^2$ . L'on aura aussi  $dv.dv-dr(du)::\overline{DM}^2 - \overline{MA}^2.\overline{DM}^2 - \overline{MA}^2 - 2 \times MA \times AN - \overline{AN}^2 :: \overline{DM}^2 - \overline{MA}^2.\overline{DM}^2 - \overline{MN}^2 :: \overline{DB}^2 : \overline{DM}^2 - \overline{MN}^2$ . C'est à-dire (Lem. art. 4.) que la pesanteur ( $dv$ ) du mobile est à chaque résistance instantanée ( $dr$ ) du milieu, & à chacun des excès ( $du$ ) ou surplus de force sur chacune de ces résistances, comme chacune des grandeurs constantes  $\overline{DB}^2$ ,  $\overline{DM}^2 - \overline{MA}^2$ , & (la Solut. 2. art. 4. donnant  $DB=2 \times MA) 4 \times \overline{MA}^2$ , est aux variables correspondantes  $2 \times MA + AN \times AN$ ,  $\overline{DM}^2 - \overline{MN}^2$ ; ou aux correspondantes  $\overline{DB} + \overline{AN} \times AN$ ,  $\overline{DM}^2 - \overline{MN}^2$  :

C'est-à-dire qu'en exprimant la pesanteur du mobile par celle qu'on voudra des trois grandeurs constantes  $\overline{DB^2}$ ,  $\overline{1 M^2 - MA^2}$ ,  $4 \times \overline{MA^2}$ ; chacune de ces deux variables  $2 \times \overline{MA} + \overline{AN} \times \overline{AN}$ ,  $\overline{DB} + \overline{AN} \times \overline{AN}$ ; exprimera les résistances instantanées du milieu; & la variable  $\overline{DM^2 - MN^2}$  exprimera l'excès dont chacune de ces résistances fera surpassée par cette pesanteur. D'où l'on voit que lorsque  $MN = DM = DL$ , cet excès ou reste de pesanteur sera nul, & conséquemment hors d'état d'augmenter la vitesse  $\overline{AN}$ ; & conséquemment encore  $\overline{AL}$  sera la plus grande de toutes les vitesses ici possibles, ainsi qu'on l'a déjà vu dans les Corollaires 8. 20.

## COROLLAIRE XXII.

On sçait que les aires hyperboliques  $\overline{ASTX}$  croissent ou décroissent en progression arithmétique à mesure que leurs abscisses  $\overline{VS}$  décroissent ou croissent en progression géométrique. Mais on vient de voir (*Corol.* 19.) que ces abscisses  $\overline{VS}$  sont ici comme les excès de force dont la pesanteur constante du mobile surpasse à chaque instant les résistances instantanées du milieu qui s'oppose à sa chute. Donc en prenant ces excès de la pesanteur du mobile par dessus ces résistances, en progression géométrique, les aires hyperboliques  $\overline{ASTX}$  croîtront arithmétiquement à mesure que ces excès (*du*) diminueront géométriquement. Par conséquent les tems écoulés du mouvement, étant ici (*Solut.* 2. *art.* 3.) comme les secteurs hyperboliques  $\overline{ADP}$  correspondans; & (*Corol.* 15. 17.) les espaces ici parcourus pendant ces tems, comme les différences  $\overline{ASTX - ADP}$  correspondantes: ces espaces doivent pareillement être ici entr'eux comme des différences d'aires hyperboliques, dont la plus grande ( $\overline{ASTX}$ ) croisse en progression arithmétique à mesure que les excès de la pesanteur du mobile sur les résistances instantanées du milieu diminuent géométriquement, & la moindre ( $\overline{ADP}$ ) soit en raison des tems écoulés du mouvement, ainsi que M. Newton



l'a dit dans la Prop. 14. citée ci-dessus à la fin du Corol. 15.

## COROLLAIRE XXIII.

La supposition qu'on fait par tout dans ce Memoire, de  $v=t$ , donnant aussi par tout  $u.v::u.r$ . L'on aura ici (Solut. 2. art. 3. 4.)  $u.v::AN.\frac{2 \times ADP}{DM}::\frac{AN \times DM}{2}.ADP$ . C'est-à-dire que la vitesse effective ou restante ( $u$ ) à la fin d'un tems quelconque ( $t$  ou  $\frac{2 \times ADP}{DM}$ ) dans le milieu résistant supposé, seroit à ce que le mobile en auroit à la fin d'un pareil tems dans un milieu sans résistance ni action, comme le triangle rectiligne  $ADN$  ( $\frac{AN \times DM}{2}$ ) est au secteur hyperbolique  $ADP$  correspondant. D'où l'on voit encore qu'à la fin d'un tems infini  $AT$  ( $r$ ) où la vitesse primitive ( $v$ ) dans un milieu sans résistance seroit infinie de même que le secteur  $ADP$  qui alors seroit  $= OADO$ ; la vitesse ( $u$ ) restante de celle-là dans le milieu qu'on suppose lui résister, ne seroit que finie, le triangle  $ADN$  se trouvant seulement alors  $= ADL$ . Ce qui s'accorde encore avec les Corol. 1. 8. 20. 21.

## COROLLAIRE XXIV.

Suivant le Lem. art. 3. l'espace ici parcouru pendant quelque tems  $AT$  ( $r$ ) ou (Solut. 2. art. 3.)  $\frac{2 \times ADP}{DM}$  que ce soit, malgré les résistances supposées, est à ce que le mobile en auroit parcouru pendant un pareil tems dans un milieu sans résistance ni action ::  $\int u dt. \int v dt$  (à cause de  $v=t$  dans tout ce Memoire) ::  $\int u dt. \int t dt:: \int u dt. \frac{1}{2} tt$  (Corol. 15. & Solut. 2. art. 3.) ::  $\frac{2}{v_5} \times \overline{ASTX} - ADP$ .  $2 \times \frac{ADP \times ADP}{DM \times DM}$  (les articles 2. 3. de la Solution 2. donnant  $DM = \frac{a\sqrt{v}}{2} = DB \times \frac{\sqrt{v}}{2}$ ) ::  $ASTX - ADP. 2 \times \frac{ADP \times ADP}{BD \times DM}:: \frac{BD \times DM}{2} \cdot \frac{ADP \times ADP}{ASTX - ADP}$  (à cause de  $MA = \frac{1}{2} DB$  dans l'art. 4. de la Solut. 2.) ::  $\frac{MA \times DM}{2} \cdot \frac{1}{2} \times \frac{ADP \times ADP}{ASTX - ADP}$ . C'est-à-dire, que l'espace ici parcouru pendant un tems quelconque  $\frac{2 \times ADP}{DM}$

malgré les résistances supposées , seroit toujours au parcouru par le même mobile pendant un pareil tems dans un milieu sans résistance ni action , comme le triangle rectangle constant  $DM\mathcal{A}$   $\left(\frac{MA \times DM}{2}\right)$  seroit à la fraction  $\frac{1}{4} \times \frac{ADP \times \mathcal{A}DP}{ASYX - ADP}$  correspondante.

## REMARQUE II.

FIG. VII. Si au lieu de prendre  $\frac{1}{4} \times \frac{a^4}{xx} = aa - au - uu$  , comme l'on a fait dans la Solut. 2. art. 1. l'on y eût pris simplement  $\frac{a^4}{xx} = aa - au - uu$  , cette seconde supposition auroit donné toutes les mêmes choses que l'autre , excepté que  $VL$  auroit passé par le sommet  $B$  de l'hyperbole  $OPB$  , parallèlement à  $M\mathcal{A}$  qui auroit rencontré cette hyperbole , non-plus en  $\mathcal{A}$  , mais en  $F$  : par lequel point  $F$  ayant mené  $DF$  qui rencontre  $VB$  en  $E$  ; ensuite par ce point  $E$  la droite  $EC$  parallèle à  $DC$  , qui auroit rencontré  $MF$  en  $\mathcal{A}$  sommet de la Courbe  $AVC$  des vitesses restantes  $TU = EN$  , dont la plus grande des possibles , même après un tems infini , auroit été  $EL$  : l'on auroit eu  $DM = a$  ,  $DB = \frac{2a}{\sqrt{5}}$  ,  $MF = \frac{a}{\sqrt{5}}$  ,  $M\mathcal{A} = BE = \frac{2a}{5}$  ; les secteurs  $FDP$  en raison des tems  $\mathcal{A}T$  ( $t$ ) ; les grandeurs  $DM \times DM \times \frac{DQ}{DM} - \frac{2}{\sqrt{5}} FDP$  , ou  $\frac{\sqrt{5}}{8} \times ESTX - \frac{2}{\sqrt{5}} FDP$  , en raison des espaces parcourus pendant ces tems , en prenant ici  $ES = \frac{\frac{1}{4} EP \times EN + \overline{EN}^2}{DM}$  ,  $EX = 2 DB$  , &  $EV = DM$  ; les grandeurs  $EV$  ,  $ES$  ,  $VS$  , en raison de la pesanteur du mobile , des résistances instantanées du milieu , & des excès dont cette pesanteur surpasse ces résistances à chaque instant : le reste fera pareillement le même à proportion que cy-dessus. Nous n'y avons préféré  $\frac{1}{4} \times \frac{a^4}{xx}$  à  $\frac{a^4}{xx}$  , que parceque la seconde de ces deux fractions , quoique plus simple en soy que la premiere , l'est cependant beaucoup moins qu'elle dans ses conséquences.

## REMARQUE III.

Le rapport précédent (*Remarq. 2.*) de la pesanteur du mobile aux résistances instantanées que lui fait le milieu supposé, & aux excès de cette pesanteur sur ces résistances, déjà trouvé dans les Corol. 19. 21. peut encore se déduire immédiatement des seules hypothèses de ce Problème-ci. Ces hypothèses sont  $dt = dv = dr + du$ , &  $\frac{dr}{au + uu} = \frac{dr - du}{au + uu} = \frac{dt}{aa}$ . Cela seul servira, dis-je, à trouver encore ces rapports que voici.

1°. Puisque (*hyp.*)  $\frac{dr}{au + uu} = \frac{dt}{aa} = \frac{dv}{aa}$ ; l'on aura  $dv.dr :: aa.au + uu$ . C'est-à-dire (*Lem. art. 4.*) que la pesanteur du mobile sera ici à la résistance que lui fait le milieu à chaque instant, comme le carré ( $aa$ ) d'une vitesse ( $a$ ) dont la terminale ( $\frac{a\sqrt{5-a}}{2}$ ) est un  $\frac{\sqrt{5-1}}{2}$ , est à la somme faite du produit ( $au$ ) de cette vitesse ( $a$ ) par la restante ( $u$ ) à chaque instant, & du carré ( $uu$ ) de cette vitesse restante.

2°. Cette équation  $\frac{dr}{au + uu} = \frac{dv}{aa}$  (*Lem. art. 1. 2.*)  $= \frac{dr + du}{aa}$ , donnant  $aadr = audr + uudr + andu + uudu$ , ou  $aadr - audr - uudr = andu + uudu$ ; l'on aura pareillement ici  $dr.du :: au + uu$ ,  $aa - au - uu$ . C'est-à-dire (*Lem. art. 4.*) que la résistance ( $dr$ ) du milieu à chaque instant, sera ici à la différence ou excès ( $du$ ) dont cette résistance est surpassée par la pesanteur du mobile, comme la somme ( $au + uu$ ) faite du produit ( $au$ ) d'une vitesse ( $a$ ) dont la terminale ( $\frac{a\sqrt{5-a}}{2}$ ) est un  $\frac{\sqrt{5-1}}{2}$ , par la vitesse ( $u$ ) restante à cet instant, & du carré ( $uu$ ) de cette vitesse restante, sera à la différence ( $aa - au - uu$ ) dont le carré ( $aa$ ) de cette autre vitesse ( $a$ ) surpassera cette somme ( $au + uu$ ).

3°. L'équation  $\frac{dr - du}{au + uu} = \frac{dt}{aa}$  donnant (*Solut. 1.*)  $\frac{aadu}{aa - au - uu} = dt$  (*Lem. art. 1.*)  $= dv$ , l'on aura ici  $dv.du :: aa, aa - au - uu$ . C'est-à-dire (*Lem. art. 4.*) que la pesanteur du mobile sera ici à la différence ou à l'excès de force dont elle surpassera la résistance du milieu à chaque instant,

comme le carré ( $aa$ ) d'une vitesse ( $a$ ) dont la terminale  $\left(\frac{a\sqrt{5}-a}{2}\right)$  est un  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ , sera à la différence ( $aa - au - uu$ ) dont ce carré ( $aa$ ) surpassera la somme ( $au + uu$ ) faite du produit de cette vitesse ( $a$ ) par la restante ( $u$ ), & du carré ( $uu$ ) de cette vitesse restante.

4°. On voit de tout cela & de l'art. 4. du Lemme, que si l'on prend  $p$  pour la pesanteur ( $dv$ ) du mobile,  $f$  pour la différence ( $du$ ) dont cette pesanteur surpassera chaque résistance instantanée ( $dr$ ) du milieu supposé, &  $\propto$  (comme ci-dessus) pour cette résistance instantanée; le nomb. 1. donnera  $\propto = \frac{au + uu}{aa} \times p$ ; le second,  $\propto = \frac{au + uu}{aa - au - uu} \times f$ ; & le troisième,  $f = \frac{aa - au - uu}{aa} \times p$ . De sorte que de ces cinq choses: la résistance du milieu en quelque instant que ce soit, la pesanteur constante du corps qu'elle y fait tomber malgré cette résistance, l'excès dont cette pesanteur surpassa cette résistance, la vitesse de ce corps en cet instant, & la plus grande vitesse qu'il puisse jamais acquérir en vertu de sa pesanteur malgré cette même résistance: de ces cinq choses, dis-je, trois étant données à volonté, l'on aura toujours les deux autres.

## S C H O L I E.

FIG. IV. Pour ce qui est de la Courbe  $KEC$  des résistances instantanées de la fig. 4. l'hypothèse de  $\propto = \frac{au + uu}{a}$ , qui fait une des conditions de ce Problème-ci, rendant  $uu + au = a\propto$ , ou  $uu + au + \frac{1}{4}aa = a\propto + \frac{1}{4}aa = \frac{4a\propto + aa}{4}$ , donnera  $u = -\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}\sqrt{4a\propto + aa}$ , &  $du = \frac{ad\propto}{\sqrt{4a\propto + aa}}$ . De plus la même hypothèse en rendant  $uu + au = a\propto$ , donne aussi  $aa - au - uu = aa - a\propto$ . Donc  $\frac{aadu}{aa - au - uu} = \frac{aad\propto}{a - \propto \times \sqrt{4a\propto + aa}}$ . Mais la Sol. 1. donne  $dt = \frac{aadu}{aa - au - uu}$ . Donc aussi  $dt = \frac{aad\propto}{a - \propto \times \sqrt{4a\propto + aa}}$  sera l'équation cherchée de la Courbe  $KEC$  des résistances instantanées, c'est-à-dire, dont les ordonnées  $TE(\propto)$  seront par tout proportionnelles à ces résistances instantanées

tanées ( $dr$ ) à la fin de chaque tems  $AT$  ( $t$ ). On voit de-là :

1°. Que  $z=0$ , réduisant cette équation de la Courbe  $KEC$ , à  $dt = \frac{aadz}{aa} = dz$ , cette Courbe passera par  $A$  en faisant un angle de 45. deg. avec son axe  $ATC$ . Ainsi (Corol. 2.) cette Courbe  $KEC$  & celle  $HUC$  des vitesses restantes ( $u$ ) doivent se toucher en  $A$ .

2°. Lorsque  $z=a$ , la précédente équation  $dt = \frac{aadz}{aa - z \times \sqrt{az + aa}}$  se réduisant à  $dt = \frac{aadz}{0}$ , aura  $dt$  infinie par rapport à  $dz$ . Ainsi la touchante au point de  $z$  ( $TE$ )  $= a = AB$  sera parallèle à son axe  $ATC$  : cette touchante  $BC$  en fera même une asymptote, ce point d'attouchement se trouvant à une distance infinie de  $AB$  perpendiculaire en  $A$  sur  $ATC$ .

3°. Cette valeur de  $z=a$  substituée dans la seconde  $aa - au - uu = aa - az$  des équations qu'on vient de trouver résulter de l'hypothese  $z = \frac{au + uu}{a}$  du Problème précédent, rendant  $aa - au - uu = 0$ , ou  $uu + au + \frac{1}{4}aa = \frac{1}{4}aa$ , donnera aussi  $u$  ( $TU$ )  $= -\frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{3}{4}aa} = \frac{a\sqrt{3-a}}{2} = a \times \frac{\sqrt{3-\sqrt{5}}}{\sqrt{2}}$  à cette distance infinie de  $AB$ ; ce qui fait voir (ce que l'on a déjà vû dans le Corol. 1.) que si l'on prend  $AD = \frac{a\sqrt{3-a}}{2}$ , la parallèle  $DC$  à  $ATC$ , sera de même une asymptote de la Courbe  $AUC$  des vitesses restantes ( $u$ ): aussi cette valeur de  $u$  ( $AD$ ) substituée dans l'équation  $dt = \frac{aadu}{aa - au - uu}$  de cette Courbe, rend elle  $dt$  infinie par rapport à  $du$ ; puisqu'elle rend  $aa - au - uu = 0$ .

4°. D'où l'on voit encore (ainsi que dans les Corol. 1. 8. 20. 21. 23.) que les vitesses restantes  $TU$  ( $u$ ) augmenteront à l'infini sans jamais arriver à l'égalité, c'est-à-dire, sans jamais devenir uniformes, quoiqu'elles ne puissent jamais devenir plus grandes que la finie  $AD$  dans la Fig. 4. qui est  $AL$  dans les Fig. 5. 6. ou  $EL$  dans la Fig. 7. & qu'elles appro-

374 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
chent toujours de sa valeur, ne pouvant l'égalér qu'a-  
près un tems  $AT$  (  $t$  ) infini.

*Voilà pour les mouvemens commencés à zero de vitesse, & pri-  
mitivement accelerés en raison des tems écoulés, dans des milieux  
qui leur résisteroient en raison des sommes faites des vitesses  
actuelles acquises ou restantes à chaque instant, & des quarrés  
de ces mêmes vitesses. On verra dans un autre Memoire ce  
qui devoit arriver aussi dans ces milieux à des mouvemens  
primitivement accelerés de même en raison des tems écoulés,  
mais commencés par des vitesses quelconques, & non plus à  
zero de vitesse comme dans ce Memoire-ci: Par exemple, quel  
seroit le mouvement d'un corps de pesanteur constante, jetté  
verticalement de haut en bas d'une force ou vitesse quelconque  
dans un milieu résistant comme ci-dessus: c'est, dis je, ce qu'on  
verra dans un autre Memoire.*

---

## REPONSE A LA CRITIQUE

DE M. DE LA HIRE

Du 20. Mars 1709.

### PREMIERE PARTIE.

PAR M. MERY.

1710  
14. Juin.

**D**Ans mon Memoire du 12 Novembre 1704, j'ay  
avancé ces trois Propositions: 1<sup>e</sup>. Que le raccour-  
cissement des fibres de l'Iris dépend de leur ressort, &  
leur allongement de l'influence des esprits animaux. 2<sup>e</sup>.  
Que la Choroïde est la partie principale de l'œil, parce-  
que c'est sur cette membrane que se peint l'image des ob-  
jets. 3<sup>e</sup>. Qu'il entre beaucoup plus de lumiere dans les  
yeux, quand ils sont plongez dans l'eau, que lorsqu'ils  
sont dans l'air exposez à ses raïons.

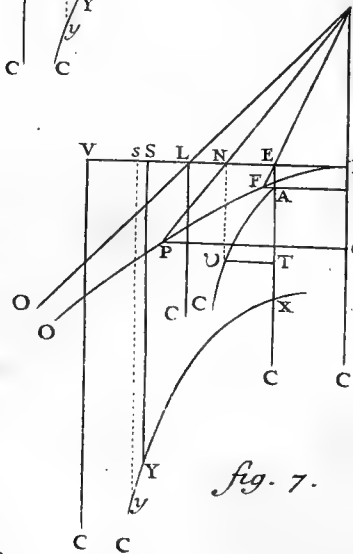
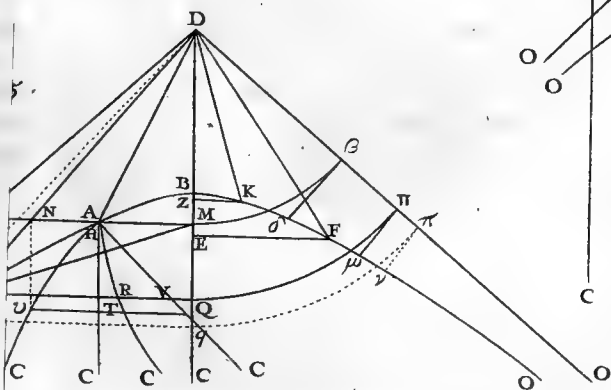
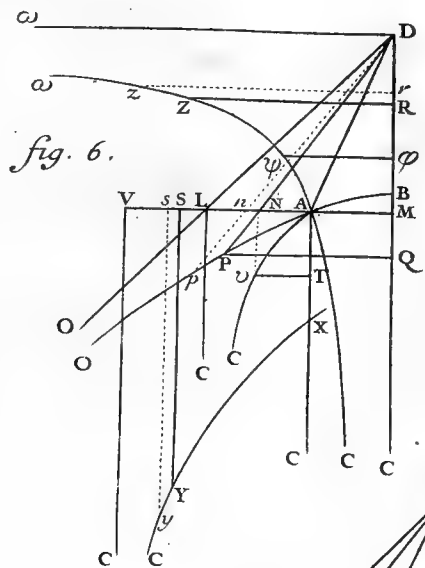
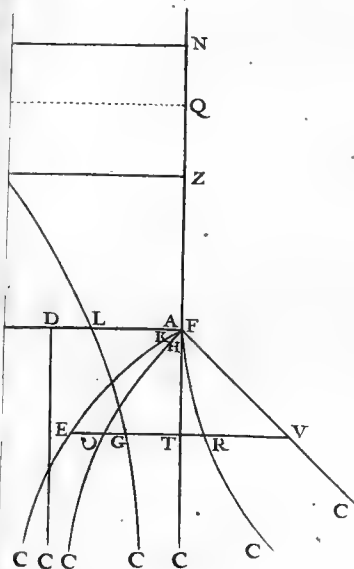
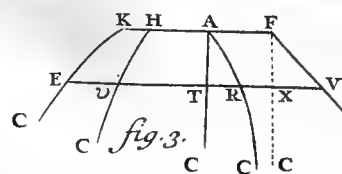
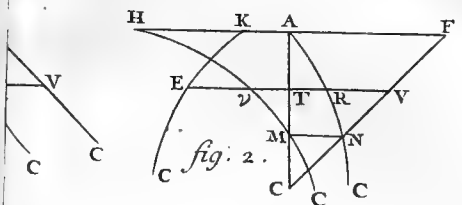
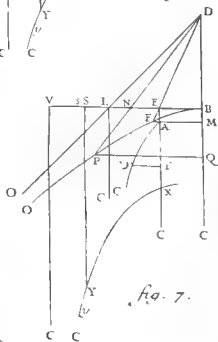
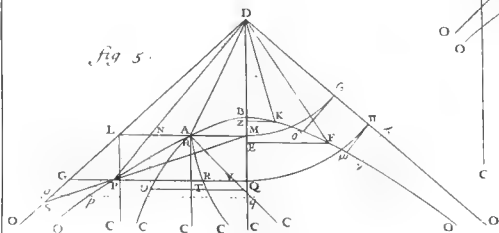
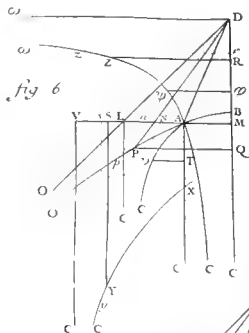
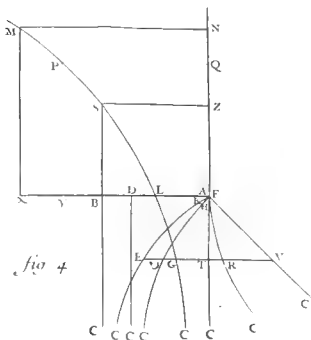
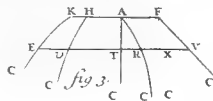
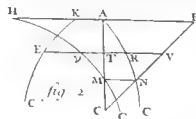
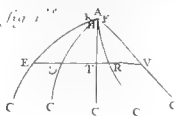


fig. 1.





M. de la Hire prétend au contraire premierement ; que le ressort des fibres de l'Iris les allonge , sans nous dire la cause qui les raccourcit. Secondement , que la Rétine est l'organe principal de la vision , parceque c'est sur cette tunique de l'œil que se forme la peinture des objets ; ce qu'il soutient dans sa Dissertation des differens accidens de la vûë imprimée en 1694. Troisièmement, qu'il n'entre pas plus de lumiere dans les yeux , quand ils sont dans l'eau , que lorsqu'ils sont dans l'air exposez à ses raïons.

Je vais répondre à présent aux objections que ce sçavant Académicien me fait sur ma premiere Proposition. Je donneray la défense de la seconde & de la troisieme en deux autres Memoires separez.

Pour établir mon systême du raccourcissement & de l'allongement des fibres de l'Iris , je me suis servi de ces trois observations. 1<sup>e</sup>. Pendant la goutte serene , qui est une obstruction des nerfs optiques , les fibres de l'Iris tiennent toujours la prunelle dilatée ; elles sont donc alors raccourcies. 2<sup>e</sup>. Cet obstacle levé , elles la resserrent , l'œil étant exposé à la lumiere ; elles s'allongent donc dans ce moment. 3<sup>e</sup>. Les esprits animaux étant éteints , la prunelle reste ouverte entierement , ces fibres demeurent donc raccourcies après la mort. Depuis ce tems-là j'ai observé le même effet dans la syncope , parce que le mouvement de ces esprits est alors arrêté. Reprennent-ils leurs cours : Les fibres de l'Iris s'allongent après cet accident.

De ces remarques certaines j'ay tiré cette conclusion , que l'influence des esprits animaux dans les fibres de l'Iris , qui resserrent la prunelle pendant la vie de l'animal , doit être la cause de leur allongement , & que le ressort doit être celle de leur raccourcissement , puisqu'après la mort & dans la syncope ; & pendant la goutte serene , ces fibres retiennent la prunelle dans sa dilatation.

M. de la Hire entreprend de détruire ce systême ; mais

sans penser seulement à combattre aucune de mes observations, & de sa propre autorité il décide; que le rétrécissement de la prunelle est produit par le ressort des fibres de l'Iris qu'il allonge, & pour soutenir son opinion il n'apporte aucune preuve.

Il prétend aussi que la dilatation de la prunelle est causée par le raccourcissement de ces mêmes fibres de l'Iris, ce qu'il suppose encore sans nous faire connoître le principe de ce dernier effet; ce qu'on auroit peine à croire, sans doute d'un Mechanicien aussi habile que l'est M. de la Hire, si pour prouver ce que j'avance je ne rapportois mot à mot les termes de sa Critique: les voici.

Voy. Mem.  
1709. p. 95 &  
suiv.

*Il est facile de voir dans la dissection de l'œil que la membrane Iris est un muscle circulaire, qui peut se raccourcir en se retirant vers sa circonférence, ce qui augmente alors l'ouverture de la prunelle; mais en se relâchant ses parties se rapprochent du centre de la prunelle par une vertu élastique, & c'est ce qui diminue la prunelle: toutes ses fibres paroissent tendre de la circonférence vers le centre où elles n'arrivent pas, car elles se terminent au petit cercle qui forme la prunelle.*

Tâchons de nous faire jour dans ce système malgré toute l'obscurité où l'Auteur l'a laissé. Je pourrois d'abord lui représenter que ce n'est pas par la dissection de l'œil qu'on peut découvrir les différentes causes des mouvemens opposés de l'Iris, parceque dans un animal mort ses fibres sont en repos; ce n'est donc que dans le vivant dans lequel elles sont en action qu'on peut les reconnoître sans disséquer l'œil: mais ce n'est pas à quoy je m'arrête. Je veux seulement faire remarquer que puisqu'il est facile de voir que toutes les fibres du muscle de l'Iris tendent de sa circonférence externe à sa circonférence interne, comme sont les rayons d'une rouë à son moyeu, il est évident que chaque fibre prise séparément doit former un petit muscle droit, qu'ainsi il n'a pas dû prendre l'Iris pour un muscle circulaire, bien que cette membrane dans l'épaisseur de laquelle ces fibres sont renfermées décrive un cercle.

Quand il ne voudroit pas convenir de cette vérité, je pourrois la lui démontrer par ce qu'il nous dit, qu'on pourroit bien imaginer un autre muscle couché sur le premier, dont les fibres seroient circulaires. Le premier de ces deux muscles doit donc être appelé droit, & le second circulaire par rapport à la disposition differente de leurs fibres. Ceci même est encore de peu de conséquence : mais comme ni lui ni moi ne découvrons dans l'Iris que le muscle droit, il importe bien plus d'examiner avec soin si l'explication qu'il nous donne de la dilatation & du rétrécissement de la prunelle par le moyen, du muscle droit qui paroît seul dans l'Iris, est vraie ou fausse : après quoi nous verrons si la supposition de son muscle circulaire, que personne n'a jamais vû, est bien ou mal fondée.

Ce muscle, dit M. de la Hire en parlant du muscle droit, ayant une épaisseur assez considerable vers la tête, si ses fibres s'écartent l'une de l'autre suivant l'épaisseur du muscle, où il doit y en avoir une grande quantité, leur extremité qui forme la prunelle doit se rapprocher de la tête, & par conséquent dilater la prunelle : mais lorsque l'action du muscle cessera, le ressort des mêmes fibres peut les remettre dans leur premier état, ou bien il pourroit y avoir dans ce muscle des fibres à ressort qui ne serviroient que pour cet effet. Pourquoi nous cacher toujours la cause de leur action ? C'est un mystere que je développeray dans la suite de ce Memoire.

Je ne remarque dans toute cette explication que suppositions entassées les unes sur les autres, sans qu'aucune soit soutenüe de la moindre preuve. Car premierement M. de la Hire ne nous démontre point que les fibres de ce muscle puissent s'écarter les unes des autres quand elles se contractent : c'est aussi ce qui est impossible, parcequ'il est certain qu'en se raccourcissant elles doivent se gonfler, comme font celles de tous les autres muscles, & par conséquent se rapprocher de plus près les unes des autres quand elles se raccourcissent, que lorsqu'elles se relâchent & deviennent plus menuës. Autrement il fau-

droit, toutes ces fibres étant situées à côté l'une de l'autre comme les rayons d'une rouë, que la circonference externe de l'Iris s'agrandît; ce qui ne peut lui arriver, parcequ'elle est jointe à la cornée, qui ne peut souffrir de dilatation par l'ouverture de la prunelle.

Secondement, si les fibres de ce muscle s'écartoient l'une de l'autre suivant leur direction sans se gonfler; ce qu'on peut inferer de ce que M. de la Hire n'admet point d'esprits animaux par le moïen desquels elles puissent se grossir, il est constant que la queue de ces fibres ne pourroit pas s'approcher de leur tête par leur action, parce qu'étant placées à côté l'une de l'autre, il faudroit necessairement pour s'écarter qu'elles diminuassent de grosseur; ainsi en devenant plus menuës elles s'allongeroient pendant qu'elles s'éloigneroient l'une de l'autre, de sorte qu'au lieu de dilater la prunelle elles serviroient à la rétrécir par leur action.

Cependant cet habile Mechanicien prétend qu'elles l'élargissent par leur mouvement, ce qu'elles ne peuvent faire certainement sans se raccourcir & se gonfler. Il faut donc qu'il convienne que les fibres de ce muscle doivent s'approcher les unes des autres quand elles agissent, & qu'il reconnoisse que leur queue ne peut pas s'approcher de leur tête sans se grossir.

Troisiemement, puisque toutes les fibres de ce muscle qui partent d'une grande circonference viennent s'attacher à une petite, elles doivent ( contre sa pensée ) former dans celle-cy une plus grande épaisseur que dans l'autre: aussi voit-on qu'elles font au bord de la prunelle où elles se touchent, un tissu plus épais, parcequ'il est plus serré que dans la circonference externe de l'Iris, où ces fibres sont plus écartées les unes des autres. On n'a qu'à regarder l'Iris pour en être convaincu. La même chose paroît proche le col de la vessie, & des deux orifices de l'estomach, où les fibres musculieuses de ces parties se trouvant plus pressées les unes contre les autres, elles y forment un plan plus épais qu'au reste de

leur corps , parcequ'elles y sont moins serrées.

Quatrièmement , mais ce que je trouve de plus étrange dans cette explication que nous donne M. de la Hire des mouvemens opposez de l'Iris par un seul muscle, c'est qu'il y suppose sans preuve que les fibres de ce muscle s'allongent par leur ressort , & qu'elles se raccourcissent , sans nous marquer la cause de leur contraction. Car peut-il douter de bonne foy qu'au contraire leur ressort doit les racourcir , & qu'elles ne peuvent s'allonger que par l'influence des esprits animaux , après les preuves que j'en ai données dans mon Memoire , qui fait le sujet de sa Critique ? Au cas qu'il n'y ait pas pris garde , j'espere l'en convaincre dans celui-cy , s'il veut bien se donner la peine de faire avec moi cette remarque à laquelle il auroit dû faire attention , parcequ'elle lui auroit fait éviter une dispute d'où il n'y a guere d'apparence qu'il puisse sortir avec avantage.

Quand les esprits animaux cessent de couler dans les muscles , on observe toûjours que tout aussi-tôt leur ressort les remet dans leur état naturel , qui est leur relaxation , disposition dans laquelle ils ne sont ni allongez ni racourcis au-delà de leur étendue propre. Leur ressort les maintient dans cette situation jusqu'au retour de ces esprits , qui les racourcissent en les remettant en contraction. Mais il faut bien observer que quand de deux muscles antagonistes l'un se raccourcit , il allonge l'autre bien plus qu'il n'est dans la relaxation où l'a mis son ressort , & le surmonte.

Ces changemens alternatifs de repos & de mouvement continuent dans les muscles pendant la vie de l'animal ; après la mort leur ressort les retient tous dans leur état naturel jusqu'à ce que la pourriture se soit emparé de leur substance ; ce que je vais prouver par deux observations : voici la premiere.

L'on trouve toûjours à un chat mort les dernieres phalanges des doigts relevées entierement , quoique les muscles qui servent à les abaisser soient beaucoup plus

forts que ceux qui servent à les élever. Deux causes contribuent à cette effet, l'une le permet, l'autre le produit. Celle qui le permet est une relaxation égale dans tous ces muscles, qui fait qu'ils ne peuvent plus après l'extinction des esprits animaux, agir les uns contre les autres. Celle qui produit cet effet immédiatement, consiste dans des fibres à ressort uniquement destinées à relever ces dernieres phalanges.

Ces fibres partent des parties laterales des secondes phalanges des doigts, & viennent s'attacher à la partie supérieure des dernieres : elles peuvent être aussi facilement allongées après la mort que pendant la vie, pour peu qu'on le force en abaissant les dernieres phalanges ; mais si-tôt qu'on cessera de leur faire violence, ces fibres à ressort les releveront, en se raccourcissant d'elles-mêmes par leur vertu élastique, parce qu'alors tous les muscles antagonistes de ces phalanges sont également relâchez.

J'ai fait la seconde observation sur des Moules d'étrang. Elles ont au dedans de leurs coquilles deux muscles attachez à l'une & à l'autre proche leur extremitez. Ces muscles servent à fermer leurs coquilles : en dehors elles ont sur leur dos un ressort qui sert à les ouvrir ; ce ressort cede à la contraction de ces muscles, il l'emporte sur eux quand ils sont relâchez.

Lorsque les esprits animaux coulent dans ces muscles ; ils se raccourcissent & ferment alors les coquilles ; mais quand ces esprits ne s'y portent plus, ces muscles se relâchent, & alors le ressort des coquilles les ouvre. De là vient qu'après la mort des Moules, ces esprits étant éteints, leurs coquilles restent toujours entr'ouvertes. Ces remarques prouvent donc évidemment, & que les parties conservent encore après la mort de l'animal leur vertu élastique, & que c'est leur ressort qui retablit pendant la vie les muscles dans leur relaxation, si-tôt que les esprits animaux ne s'y portent plus.

Ainsi s'il étoit vrai que les fibres du muscle droit de l'Iris s'allongeassent par leur ressort, ou qu'il y eût dans

ce muscle des fibres à ressort qui servissent à rétrécir la prunelle, comme le prétend M. de la Hire, il est certain que ces fibres elles-mêmes, ou ces ressorts devroient tenir la prunelle resserrée pendant la syncope, la goutte serene, & après la mort. Il est visible au contraire, qu'ils la tiennent dilatée. Donc le raccourcissement des fibres de ce muscle dépend absolument de leur vertu élastique, & leur allongement de l'influence des esprits animaux; d'où j'ai conclu dans mon Memoire du 12 Novembre 1704, comme je fais encore dans celui-ci, que ces esprits produisent dans les fibres de l'Iris le même effet qu'ils font dans les corps caverneux de la verge, qu'ils allongent quand ils s'y portent, & que le ressort de ces mêmes fibres les raccourcit, comme fait le ressort des fibres de la verge les corps caverneux, lorsque ces esprits cessent d'y couler. Toutes mes Observations sont constamment vraies. Donc la premiere explication que nous donne M. de la Hire, des mouvemens de la prunelle par un seul muscle, est certainement fautive.

J'ai peine à croire qu'il puisse rien répondre de plausible à cet argument, qui me paroît une démonstration, qui détruit entierement son système de l'allongement des fibres musculieuses de l'Iris par leur ressort, & de leur raccourcissement par l'influence des esprits animaux, qu'il reconnoît pour cause de leur mouvement dans sa Dissertation des accidens de la vûë; mais dont il semble nier l'existence dans sa Critique, puisqu'il nous y explique la vision par le seul ébranlement des fibres de la rétine, sans rien dire de ces esprits, ce que je vais prouver par ses propres paroles tirées de ses deux Memoires.

*Lorsqu'on fait, dit M. de la Hire dans sa Dissertation, quelque effort ou en éternuant avec violence, ou en se mouchant fortement, on voit des étincelles de feu qui paroissent courir d'un côté & d'autre sur les objets. On ne peut pas chercher la cause de ce phénomène en d'autre endroit que dans la rétine. Cet accident vient de ce que le cours des esprits étant interrompû dans les nerfs optiques, & coulant ensuite par réprises*

*Mem. 1710.*

N n

*Et secousses dans la rétine, nous fait paroître ces étincelles.*

Pouvoit-il s'expliquer d'une manière plus intelligible pour nous faire comprendre qu'il attribuoit alors la vision à la modification des esprits animaux. Après cela, qui ne sera surpris de lui entendre dire dans sa Critique :

*Ce Memoire est sa Dissertation même des accidens de la vue.* Je ne croyois pas après toutes les raisons que j'ai rapportées dans le Memoire dont j'ai parlé d'abord, qu'il pût rester aucun lieu de douter quelle étoit la partie qui doit être le principal organe de la vision ; cependant un des plus célèbres Anatomistes de cette Compagnie ayant examiné le fait, en a rendu

raison d'une manière fort sçavante par le moyen des esprits animaux dans l'œil du chat, & prend parti pour la choroïde contre la rétine ; cependant la choroïde ne peut être considérée que comme un organe moyen qui communique à la rétine l'ébranlement ou le mouvement qu'elle reçoit de la lumière avec ses différentes modifications. En effet peut-on chercher le principal organe d'un sens autre part que dans les nerfs qui ont communication avec le cerveau, & qui peuvent faire connoître à l'ame sous différentes apparences, ce qui se passe hors du corps par le moyen de leur ébranlement. D'où il conclut, que toute la différence qu'il y a entre son système de la vûë & le mien, ne consiste que dans nos explications différentes ; il ne reconnoît donc plus à présent d'esprits animaux : quelle contradiction !

Or puisque de son aveu même, j'explique la vision par la modification de ces esprits, & lui par l'ébranlement des fibres de la rétine, prévenu qu'il est aujourd'hui de l'opinion de quelques Philosophes modernes, qui nient l'existence des esprits animaux, & ne considèrent les nerfs que comme des cordes tendues, dont le mouvement peut se communiquer jusqu'au cerveau, quand ils sont ébranlez, il est évident qu'il a changé d'opinion : aussi ne voit-on aucun endroit dans toute sa Critique, où il se soit servi des esprits animaux pour nous expliquer l'action des fibres de l'Iris, il ne lui reste donc plus pour nous rendre raison de leur mouvement, que le ressort, qui ne sert naturellement qu'à les mettre en repos.



Au reste je ne puis m'empêcher de faire connoître, que M. de la Hire ayant formé le dessein de détruire mon système, devoit s'attacher à mes observations qui lui servent de fondement, & faire voir qu'elles sont fausses, ou du moins prouver, que les conséquences que j'en tire ne sont pas justes. Or comme il n'a entrepris ni l'un ni l'autre, ne donne-t-il pas lieu de penser, qu'ayant bien senti la force de mes raisons, il a mieux aimé, pour ne pas paroître céder à leur évidence, les éluder par une supposition imaginaire, que d'y répondre? puisque peu satisfait lui-même de sa première explication des mouvemens de l'Iris par un seul muscle, il a été obligé de nous en donner une seconde, où il admet un muscle circulaire pour servir d'antagoniste au muscle droit de cette membrane.

Ne pourroit-on pas aussi attribuer cette variété au plaisir de combattre ce que j'ai voulu établir? Mais quel sera le succès de son entreprise? Car je vais démontrer encore, que sa seconde explication qu'il nous donne des mouvemens opposez de la prunelle par le moyen de ses deux muscles antagonistes, n'est pas plus vraie que la première qu'il nous a donnée par un seul.

*Enfin on pourroit bien imaginer, dit M. de la Hire, un autre muscle de peu d'épaisseur, couché sur le premier, dont les fibres seroient circulaires, & qui lui serviroit d'antagoniste. Car les fibres circulaires de ce muscle venant à s'écarter l'une de l'autre suivant leur plan, feroient la prunelle, l'action de l'autre muscle ayant cessé; & c'est ce sentiment qui me paroît le plus naturel, & que je suis plus volontiers.*

Qu'il est à craindre pour cet ingénieux Mécanicien; que ce second sentiment ne paroisse à tout autre qu'à lui, contre nature, & tout aussi contraire à la dilatation & au retrécissement de la prunelle que le premier, pour peu qu'on fasse d'attention aux observations suivantes, qui en vont faire connoître la fausseté.

Pour défendre son second sentiment supposé sans preuves, M. de la Hire, soutient, qu'entre deux muscles qui sont

*antagonistes l'un de l'autre , le plus fort emportera toujours , lorsqu'il n'y aura aucune détermination particuliere ni pour l'un ni pour l'autre ; d'où il suit , dit-il , que si celui qui dilate la prunelle est le plus fort , comme il paroît , on jugera que l'état naturel de la prunelle est d'être dilatée.*

Avant que d'examiner, si par le moyen de ces deux muscles antagonistes M. de la Hire nous explique plus solidement les mouvemens contraires de la prunelle, qu'il n'a fait par un seul, montrons-lui auparavant, que l'expérience détruit visiblement sa Proposition, & que la conséquence qu'il en tire, est certainement fausse.

En effet l'expérience nous enseigne, que de deux muscles antagonistes, le plus fort ne peut jamais l'emporter sur le plus foible, lorsqu'il n'y a aucune détermination particuliere ni pour l'un ni pour l'autre; parce qu'ils sont alors sans action, & également relâchez par leur ressort, qui ne fait que les mettre en repos sans les racourcir, ni les allonger au-delà de leur étendue naturelle; delà vient que les membres demeurent entre la flexion & l'extension parfaites; situation que les Anatomistes appellent par cette raison, figure moyenne, parce qu'en cet état, les muscles ne sont ni étendus, ni racourcis, comme ils sont lorsqu'ils agissent alternativement.

Quand donc il arrive que de deux muscles antagonistes, l'un l'emporte sur l'autre, ce ne peut être que parce que les esprits animaux coulant dans un extenseur, ils le racourcissent en le gonflant, & obligent le fléchisseur dans lequel ils n'entrent pas, à s'allonger en se retrecissant; parce que la puissance de ces esprits l'emporte sur la force du ressort de ces deux muscles, qui se trouve trop foible pour résister à leur impétuosité. Ainsi lorsqu'il n'y a aucune détermination particuliere ni pour l'un ni pour l'autre des deux muscles antagonistes de l'iris, il est constant que le plus fort ne peut point l'emporter sur le plus foible par son ressort; donc la prunelle doit tenir dans son état naturel, le milieu entre son rétreccissement & sa dilatation. D'où je conclus que la Proposition de

M. de la Hire, & la conséquence qu'il en tire, sont très certainement fausses.

Pour démontrer encore cette vérité, & la faire entendre à ceux mêmes qui n'ont aucune connoissance d'anatomie, je vais me servir d'un exemple qui peut être conçu de tout le monde. Qu'on prenne deux cordes d'égale longueur; mais dont la grosseur de l'une soit double de celle de l'autre. Si on les attache dans une situation opposée aux extrémités d'une baguette droite, mais flexible, sans les forcer, ni les étendre l'une plus que l'autre, l'on verra que la plus grosse ne pourra jamais l'emporter sur la plus menuë, tant qu'il n'y aura point de détermination particulière ni pour l'une ni pour l'autre; mais que la plus petite l'emportera toujours sur la plus grosse, quand il arrivera à la plus menuë une détermination particulière. La preuve en est facile à faire.

Qu'on imbibe d'eau la plus foible, l'on verra que cette corde mouillée venant à s'enfler, s'accourcira & fera plier la baguette de son côté, qu'elle emportera sur la plus forte, & la contraindra de s'allonger. Ensuite l'on remarquera que l'eau renfermée dans la plus menuë, se dissipant avec le tems, ces deux cordes reprendront leur première longueur, & redeviendront égales par leur vertu élastique, & que la baguette se redressera, sans que la plus grosse corde la fasse plier de son côté, ni l'emporte sur la plus menuë. D'où il suit évidemment, que des deux muscles antagonistes de l'Iris supposez par M. de la Hire, le plus fort ne peut pas l'emporter sur le plus foible par son ressort, tant qu'il n'y a point de détermination particulière ni pour l'un ni pour l'autre; parce que leur ressort ne peut les remettre l'un & l'autre, que dans leur étendue propre. Donc la prunelle ne peut pas être dilatée dans son état naturel; c'est ce que je vais lui démontrer par son propre raisonnement. Car s'il étoit vrai que les fibres musculieuses de l'iris s'allongeassent par leur ressort, comme il le croit, il est certain, le muscle droit étant de son aveu même plus fort que son muscle circulaire,

que la prunelle devroit être resserrée dans son état naturel ; puisqu'il soutient qu'entre deux muscles , qui sont antagonistes l'un de l'autre , le plus fort l'emportera toujours sur le plus foible par son ressort , lorsqu'il n'y aura aucune détermination particuliere ni pour l'un ni pour l'autre.

Qui auroit pû penser qu'un si habile homme qui a donné au Public un excellent Traité de Mechanique , pût tomber dans un paralogisme si évident , si l'on ne sçavoit que les plus grands esprits ne sont pas incapables d'inadvertance ?

Examinons maintenant , si par le moyen de ces deux muscles antagonistes , M. de la Hire nous explique plus clairement les differens mouvemens de la prunelle qu'il n'a fait par un seul.

Puisque ni dans l'une ni dans l'autre de ses explications il n'établit aucune cause du raccourcissement des fibres musculieuses de l'Iris , l'on peut croire , sans crainte de se tromper , qu'il ne reconnoît point les esprits animaux pour principe de leur action , ce que j'ai prouvé par les deux passages de sa critique que j'ai rapportez. Il n'a donc donné à l'Iris un muscle circulaire pour servir d'antagoniste à son muscle droit , qu'afin de nous expliquer la dilatation & le retrecissement de la prunelle par le moyen de ces deux prétendus muscles antagonistes , agissant l'un après l'autre par leur seul ressort , ce qu'il n'a pas pû faire par le seul muscle droit. Mais faisons-lui voir par l'effet naturel du ressort même , que la prunelle ne pourroit jamais se dilater dans cette hypothese , parce qu'outre qu'il est certain que l'effet propre du ressort est de retenir tous les corps en repos , il n'y a point de Mechanicien qui ne sçache que de deux ressorts inégaux en force , agissant l'un contre l'autre , le plus fort l'emporte toujours sur le plus foible. Donc puisqu'il reconnoît que le muscle droit de l'Iris est plus fort que son muscle circulaire , il doit convenir que le ressort du muscle droit doit en l'allongeant tenir toujours la pru-

nelle fermée, elle ne pourra donc jamais s'ouvrir dans ce système; ainsi il lui étoit inutile d'imaginer un muscle circulaire pour la fermer, puisque le ressort de celui-ci est plus foible que celui de l'autre.

Et quand bien même il supposeroit ces deux muscles de l'Iris égaux en force, il ne pourroit pas encore par cette supposition nous expliquer ni la dilatation, ni le retrecissement de la prunelle par leur vertu élastique; car il est constant que quand deux ressorts parfaitement égaux en force agissent l'un contre l'autre, ils restent sans effet, parcequ'ils ne peuvent pas se surmonter l'un l'autre: d'où il suit que la prunelle resteroit toujours sans mouvement, si les ressorts des muscles antagonistes de l'Iris étoient égaux en force.

Bien plus j'ose soutenir que si malgré l'impossibilité, le ressort des fibres du muscle droit de l'Iris, que M. de la Hire dit être le plus fort, pouvoit céder à celui de son muscle circulaire, qui lui paroît le plus foible; j'ose, dis-je, soutenir qu'en ce cas-là même, son muscle circulaire qu'il destine au retrecissement de la prunelle, devroit tout au contraire servir à sa dilatation: en voici la preuve.

Si les fibres de l'Iris s'allongent par leur ressort, comme le prétend M. de la Hire, il doit convenir qu'il doit faire le même effet dans toutes; d'où il suit évidemment que les fibres circulaires de l'Iris s'allongeant par leur vertu élastique, formeront de plus grands cercles qu'elles ne font quand les fibres droites de l'Iris tiennent la prunelle resserrée par leur ressort, parce qu'alors ces fibres circulaires sont plus proche de son centre. Donc ces fibres circulaires en décrivant de plus grands cercles quand elles s'en éloignent, doivent servir à ouvrir la prunelle & non pas à la fermer, comme il se l' imagine; ainsi ces deux muscles de l'Iris seroient antagonistes.

Mais s'il prétend que les fibres circulaires de l'Iris resserrent la prunelle pour leur vertu élastique, & que les fibres droites s'allongent par leur ressort, ce qu'il sou-

tient positivement ; il est clair que le ressort doit produire dans les deux muscles de l'Iris deux effets tout contraires , qui se termineront néanmoins à une seule & même fin ; car en même tems que les fibres droites seront allongées par leur ressort , les fibres circulaires seront raccourcies par le leur : donc en ce cas-ci ces deux muscles prétendus antagonistes seront congeneres , parceque l'un & l'autre serviront au seul retrecissement de la prunelle : donc son ouverture ne pourra point se dilater. Cependant il est visible que la prunelle s'ouvre si-tôt que l'œil est exposé à l'ombre ? Que M. de la Hire nous fasse donc connoître la cause qui surmonte la résistance du ressort des deux muscles de l'Iris joints ensemble pour fermer la prunelle. Car ce que je trouve de plus surprenant dans les deux explications qu'il nous a données des mouvemens contraires ou opposez de cette membrane , c'est qu'après avoir avancé que les fibres musculieuses de l'Iris sont allongées par leur ressort , il ne s'est nullement expliqué sur la cause de leur raccourcissement. Il faut néanmoins de toute nécessité qu'il y en ait une de cet effet , parce qu'autrement les muscles de l'Iris n'auroient jamais d'action , leur ressort ne pouvant servir qu'à les maintenir dans leur relaxation , qui est leur état naturel dans lequel il les retiendrait toujours , si une cause plus puissante que lui ne les retiroit de leur repos pour les remettre en mouvement. Or M. de la Hire n'ayant point établi de cause de leur raccourcissement dans toute sa Critique , on peut dire que la seconde explication qu'il nous a donnée des mouvemens opposez de l'Iris par le moyen de ces deux muscles antagonistes , agissant par leur ressort , n'est pas moins fausse que la premiere qu'il nous a d'abord proposée par un seul. C'est ce que la suite de ce discours va faire connoître encore plus évidemment.

On me demandera peut-être pourquoi dans sa Critique il ne nous dit point quelle est la cause du raccourcissement des fibres musculieuses de l'Iris , qu'il ne peut pas ignorer. S'il m'est permis de hazarder sur son silence  
une

une conjecture, voici autant que j'en puis juger la raison la plus vrai-semblable qu'on en puisse rendre : c'est que la connoissance qu'il nous auroit donnée de la cause du raccourcissement des fibres de l'Iris, suivant son système de leur allongement par leur ressort, auroit rompu les mesures qu'il avoit prises pour détruire mon opinion, & auroit fait voir trop clairement le peu de fondement de sa critique. Car ayant établi pour principe de l'allongement des fibres de l'Iris leur ressort, & ne pouvant pas par ce ressort même nous expliquer leur raccourcissement sans tomber dans une absurdité trop évidente, il auroit fallu pour l'éviter qu'il eût eu nécessairement recours aux esprits animaux pour rendre raison de la contraction des fibres de l'Iris. C'est ce qu'il n'a eu garde de faire, parcequ'il sçait bien que ces esprits ne peuvent pas être la cause de leur raccourcissement. C'est ce que je vais prouver par une conséquence tirée directement de deux passages de sa Dissertation sur les differens accidens de la vûë, dans lesquels il reconnoît que les nerfs sont les tuyaux qui portent les esprits aux muscles pour les mettre en action, en les retirant du repos où leur ressort les réduit.

Premier passage. *Il faut, dit M. de la Hire, que chacun* Pag. 257.  
*de ces fibres du nerf optique soit un tuyau qui contienne des esprits, quoique sa grosseur ne soit que de la soixante-quatrième partie de celle d'un filet de ver à soye.*

Second passage. *Quand on a, ajoute-t'il, tenu long-tems* Pag. 265.  
*le bras ou la jambe dans une posture contrainte, le pied & la main deviennent engourdis ; & si ces parties demeurent long-tems dans une même disposition, on sent dans cet engourdissement des élancemens, comme si on piquoit la chair en differens endroits. Il est facile de juger que ces accidens viennent de ce que le cours des esprits étant interrompu dans les nerfs, & coulant ensuite par reprises & secousses, nous fait sentir dans les chairs ces piquereux violentes.*

Or puisque M. de la Hire reconnoît que l'interruption du cours des esprits animaux dans les nerfs est la cause

de l'engourdissement du pied & de la main qui les prive de mouvement, il faut qu'il convienne que l'action de leurs muscles dépend de l'influence de ces esprits, puisque si-tôt qu'ils viennent à recouler par les nerfs dans ces muscles, ils rentrent en mouvement comme ils faisoient avant l'interception des esprits animaux. Donc puisqu'après l'extinction de ces esprits les fibres du muscle droit de l'Iris, qui est le seul muscle qu'on puisse découvrir dans cette membrane, s'accourcissent & tiennent la prunelle tout à fait dilatée après la mort, il est visible que leur raccourcissement dépend de leur vertu élastique : leur allongement ne scautoit donc dépendre pendant la vie d'autre cause que de l'influence des esprits animaux, ce qu'il n'a pas pû ignorer ; car supposé qu'il eût oublié ces deux passages de sa Dissertation si propres à détruire son opinion & à soutenir la mienne, il sçait bien que mon hypothese est fondée sur ces deux observations qu'il n'a pû ne pas voir dans mon Memoire, puisqu'il fait le sujet de sa critique : ma conjecture est donc fondée sur une raison qui paroît évidente. Si M. de la Hire ne veut pas se rendre à cette démonstration, tâchons de le convaincre par cet autre raisonnement soutenu de ces deux principes tirez de sa Dissertation & de sa Critique.

Supposons avec lui que les deux muscles antagonistes de l'Iris existent, que leurs fibres s'allongent par leur ressort alternativement, & que tour à tour elles se raccourcissent par l'influence des esprits animaux, & examinons quels effets pourront produire ces deux muscles. Pour peu qu'on y fasse d'attention, il n'y a point de Physicien qui ne reconnoisse qu'il suit évidemment de ces deux suppositions, que les fibres droites de l'Iris doivent s'allonger par leur ressort, pendant que ses fibres circulaires seront raccourcies par les esprits animaux ; qu'ainsi les unes & les autres serviront en même tems par ces moyens tous differens à resserrer la prunelle.

Il en fera de même pour la dilater ; car pendant que



ces fibres droites de l'Iris se raccourcissent par le moyen des esprits animaux pour l'élargir, les fibres circulaires s'allongeront par leur ressort & produiront le même effet, ce qui est certainement faux; car il est constant que la nature ne se sert que d'un seul moyen pour chaque action de l'Iris. En voici une preuve convaincante.

Les esprits animaux s'éteignent en mourant, & la prunelle se dilate; ainsi il est clair qu'il n'y a que le ressort seul qui en raccourcissant les fibres droites de l'Iris, puisse servir à la dilatation de la prunelle: elle se resserre au contraire pendant la vie, les yeux étant exposez à la lumière. Il est donc visible aussi qu'il n'y a que les seuls esprits animaux qui puissent en allongeant ces mêmes fibres être la cause de son rétrécissement; donc la nature ne se sert que d'un seul moyen pour chacun de ces effets. D'où je conclus enfin que la seconde explication que nous donne M. de la Hire des mouvemens opposez de l'Iris par ses deux muscles antagonistes allongez par leur ressort & raccourcis par les esprits animaux, est tout aussi peu vraie que la première qu'il nous a donnée d'abord par un seul muscle, quoiqu'il nous dise dans sa Critique: *C'est ce sentiment qui me paroît le plus naturel, & que je suis plus volontiers.*



## R E M A R Q U E S

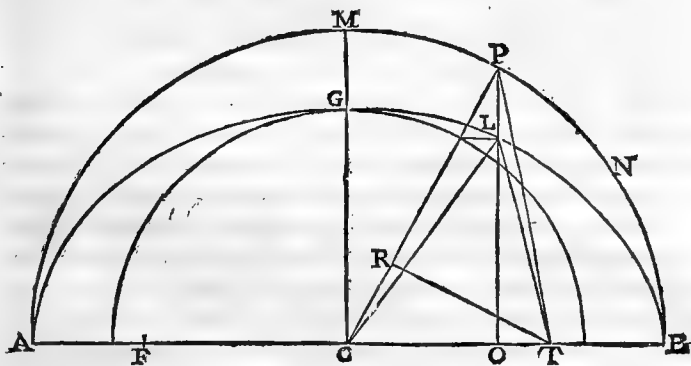
*Sur le mouvement des Planetes , & principalement  
sur celui de la Lune.*

PAR M. DE LA HIRE.

1710.  
18. Juin.

**L**A méthode dont Kepler s'est servi pour déterminer l'Equation du centre des Planetes , comme nous l'appellons , m'a toujours paru la plus vrai-semblable par rapport aux mouvemens des corps dans un liquide. Car il est assez naturel que si un liquide se meut autour d'un point fixe, lequel ne soit pas au centre de son mouvement, ou au centre de l'espace dans lequel il est renfermé, il doit se mouvoir plus vite dans l'endroit le plus étroit que dans celui qui est plus large. C'est aussi ce que nous observons dans les Planetes qui vont plus vite dans leur Perihelie & Perigée que dans leur Aphelie & Apogée. Mais de plus on peut croire par la même raison que la matiere liquide parcourt des espaces égaux en des tems égaux autour de ce point excentrique à son mouvement , puisqu'elle y est emportée d'un mouvement continu & uniforme. C'est sur ce principe que Kepler détermine les mouvemens des Planetes dans des Ellipses, en considerant que le point fixe autour duquel se meut le liquide est un des foyers de cette Ellipse, & que les Planetes étant en équilibre dans ce liquide sont entraînées du même mouvement que le liquide. Il avoit déterminé que la figure de l'orbite des Planetes étoit Elliptique, en faisant une analyse exacte des mouvemens de Mars sur les observations de Tycho, comme il le rapporte fort au long dans le Livre qu'il a donné des mouvemens de cette Planete. Je ne considere ici le mouvement du liquide que dans un plan qui passe par son centre, ce qui suffit pour mon sujet.

Si nous supposons donc qu'en des tems égaux la matière du liquide parcourt des superficies Elliptiques égales autour de son foyer, ces espaces égaux mesureront les moyens mouvemens des Planetes; & en commençant ce mouvement au grand axe de l'Ellipse que Kepler appelle la ligne des *Apsides*, on aura les angles que cet axe fera avec les lignes menées du foyer à la Planete dans ses différentes positions sur son orbite Elliptique, qui mesureront les vrais mouvemens de cette Planete par rapport aux moyens qui seront mesurez par les superficies Elliptiques comprises entre cet axe & les mêmes lignes menées du foyer à la Planete; & enfin la différence entre les angles du vrai mouvement, & les angles qui auront entr'eux même raison que les espaces Elliptiques par rapport à la demi-Ellipse, est ce que nous appellons *l'Equation du centre* pour les angles du moyen mouvement. Kepler la composoit de deux équations séparées, l'une Physique & l'autre Optique. Voici de quelle manière on en peut faire facilement le calcul dans cette hypothese.



Soit la ligne *ACB* le grand axe de l'Ellipse *AGLB* & son petit axe *CG*, & l'un des foyers soit le point *T*. Soit la Planete en *L* sur son orbite Elliptique. Si du centre *C* de l'Ellipse & pour rayon *CB* on décrit le cercle *APB*.

& que par le point  $L$  on mène l'ordonnée  $PLO$  perpendiculaire à l'axe  $AB$ ; & ayant tiré le rayon  $CP$ , on aura par les propriétés de l'Ellipse  $PO \parallel LO \parallel CB$  ou  $CM \parallel CG$ . Mais aussi l'on sçait que le segment circulaire  $OPB$  est au segment Elliptique  $OLB \parallel PO \parallel LO$  ou  $\parallel CB \parallel CG$ ; c'est pourquoi si l'on mène aussi  $PT$ , le triangle  $TPO$  étant au triangle  $TLO \parallel PO \parallel LO$ ; il s'en suit que le triligne circulaire  $TPB$  sera  $\parallel$  triligne Elliptique  $TLB \parallel PO \parallel LO \parallel CB \parallel CG$ .

Enfin il s'en suit aussi que le triangle  $OCPT \parallel$  triangle  $CLT \parallel PO \parallel LO$ ; & par conséquent il y aura même raison du secteur de cercle  $CPB$  au secteur d'Ellipse  $CLB \parallel CB \parallel CG$  ou  $\parallel PO \parallel LO$ , ou enfin  $\parallel$  tout le demi-cercle  $BMA \parallel$  la demi-Ellipse  $BGA$ , & par conséquent aussi le triligne circulaire  $BTP$  sera  $\parallel$  demi-cercle  $BMA \parallel$  le triligne Elliptique  $TLB \parallel$  demi-Ellipse  $BGA$ ; on pourra donc se servir du cercle au lieu de l'Ellipse pour déterminer les moyens mouvemens.

Pour faire donc ce calcul & pour déterminer un triligne  $BPT$  par rapport à tout le demi-cercle  $BMA$ , je suppose d'abord toute la circonférence  $BMA$  divisée en secondes ou en minutes, mais posons ici en minutes pour cet exemple, laquelle en contiendra 10800', & cherchant la valeur du rayon  $CA$  dans ces minutes par le rapport de la circonférence au rayon qui est 355 à 113, on trouvera le rayon de  $3437\frac{1}{4}$ ; & posant un arc  $BP$  à volonté comme de  $45^\circ$  ou de 2700', il est certain que le produit de 2700' par les minutes de la moitié du rayon donneront la valeur du secteur  $BPC$  en quarrés de ces minutes; ce qui n'est pas nécessaire de trouver, comme on va voir.

Posons maintenant l'excentricité  $CT$  qui est la distance entre le centre  $C$  de l'Ellipse & son foyer  $T$  de  $218\frac{1}{10}$  de ces mêmes minutes comme nous le trouverons dans la suite pour la Lune; si du point  $T$  nous abaissons la perpendiculaire  $TR$  sur  $CP$ , dans le triangle rectangle  $CTR$  dont on connoît l'angle  $TCR$  de  $45^\circ$  comme on l'a don-

né, & le côté  $CT$ , nous trouverons  $TR$  en valeur de ces mêmes-minutes de  $134\frac{1}{16}$ , lesquelles étant aussi multipliées par la moitié du rayon, donneront la superficie du triangle  $CTP$  qu'il faut ôter du secteur  $BCP$ ; mais comme ces deux superficies ont une hauteur commune qui est la moitié du rayon, il suffira d'ôter des minutes de l'arc  $BP$  le nombre des minutes de  $TR$ , pour avoir un arc comme  $BN$  dont le secteur  $BCN$  sera égal au triline  $BTP$ ; & par conséquent aussi l'arc  $BN$  aura même raison à la circonférence  $BMA$  que le triline  $BTP$  a au demi-cercle  $BMA$ , ou que le triline  $BTL$  à la demi-Ellipse  $BGA$ ; cet arc  $BN$  détermine donc le moyen mouvement l'astre étant en  $E$  & l'angle  $BTL$  sera le vrai mouvement ou l'apparent qui lui répond.

Mais il sera facile d'avoir l'angle  $BTL$ , car on a  $CB \parallel CG \parallel PO$  qui est le sinus de l'arc  $BP$  qu'on a pris d'abord  $LO$ : on a aussi  $CT$  qui est l'excentricité de la Planete, laquelle doit être connuë dans les parties du Rayon &  $CO$  est le sinus de complement de l'arc  $BP$ ; donc dans le triangle  $TOL$  rectangle en  $O$  on trouvera l'angle  $OTL$  qui peut être l'angle cherché du vrai mouvement ou bien son supplément  $BTL$  comme dans cette figure.

Appliquons maintenant cette forme de calcul à la Lune. Nous avons par les Observations la distance de la Terre à la Lune dans son Apogée, comme je l'ai marquée dans ma Table, 18 de 6356 centièmes du demi-diametre de la Terre, & dans son Perigée de 5597 des mêmes parties; & par conséquent le grand axe  $AB$  de l'Ellipse sera de 11953 de ces parties: mais la distance  $FT$  des foyers doit être de 759 qui est la différence de ces deux nombres, & dont la moitié  $379\frac{1}{2}$  est l'excentricité  $CT$ ; & le demi-grand axe de l'Ellipse qui est  $CB$  sera de  $5976\frac{1}{2}$ .

Ensuite puisque  $GT$  doit être égale à  $CB$ , on trouvera  $CG$  de  $5964\frac{1}{2}$  de ces mêmes parties centièmes dans la résolution du triangle rectangle  $CTG$ , dont on connoît les deux côtés  $CT$ ,  $GT$  avec l'angle droit. On trouve aussi par la même résolution l'angle  $CGT$  de  $3^{\circ} 38' 27''$ .

On aura donc le rapport de  $CB$  ou  $CM$  à  $CG$  comme  $5976\frac{1}{2}$ , à  $5964\frac{1}{2}$  lequel doit servir pour tous les points de cette Ellipse. Mais il faut encore connoître  $CT$  en minutes de la circonference du cercle qui doit aussi servir pour tous les points de l'Ellipse.

On a déjà le rapport de  $CB$  à  $CT$  comme  $5976\frac{1}{2}$  à  $379\frac{1}{2}$ ; mais on a trouvé  $CB$  en minutes de  $3437\frac{1}{2}$ , on trouvera donc  $CT$  de  $218\frac{1}{10}$ , comme on l'a posé ci-devant.

C'est sur ces positions que nous avons trouvé  $TR$  pour le point  $P$  de  $134\frac{3}{10}$ , lesquelles étant ôtées des minutes de  $BP$  qui son  $2700$ , il nous restera  $BN$  de  $2565\frac{7}{10}$ , ou bien  $42^{\circ} 45' 42''$  de moyen mouvement depuis le Périgée en  $B$ , ou bien  $4^{\circ} 27' 14'' 18''$  d'anomalie moyenne; il ne reste donc plus qu'à trouver l'angle  $CTL$  qui est le vrai répondant à ce moyen

On a le rayon du cercle  $| 5976\frac{1}{2} ||$  Sinus de l'arc  $BP | PO$  dans les mêmes parties de ce rayon, &  $||$  Sinus de complément de l'arc  $BP | CO$  dans ces mêmes parties; on trouve donc pour  $PO$   $4226$ , & comme le sinus de complément de  $45^{\circ}$  est le même que le sinus droit, on aura aussi  $CO$  de  $4226$ .

Mais nous avons trouvé ci-dessus le rapport de  $CM$  à  $CG$ , & celui de  $PO$  à  $LO$  est le même; d'où l'on aura  $LO$  de  $4217\frac{1}{2}$ , mais  $CT$  est  $279\frac{1}{2}$ , des mêmes parties, &  $CO$  dans le cas proposé de  $4226$ , donc  $OT$  est de  $3846\frac{1}{2}$ .

Et enfin si l'on fait comme  $OT | LO ||$  rayon  $|$  à la tangente de l'angle  $OTL$  qu'on trouve de  $47^{\circ} 38' 15''$ , qui est dans ce cas l'angle  $BT L$  à cause que  $CO$  est plus grande que  $CT$ , & son supplément l'angle  $AT L$  sera  $132^{\circ} 21' 45''$ , ou  $4^{\circ} 12' 21' 45''$  pour le vrai lieu de la Lune ou d'anomalie égalée; & par conséquent la difference des deux anomalies sera  $4^{\circ} 52' 33''$  qui est l'équation du centre, ce qui est très-éloigné de Kepler dans ce point d'anomalie moyenne; car on n'y trouve par ses Tables que  $3^{\circ} 32'$ . Aussi dans la moyenne distance la Lune étant en  $G$ , l'Equation du centre seroit l'angle  $TGF$ , qui est double de l'angle  $TGC$  que nous avons trouvé ci-dessus  
de

de  $3^{\circ} 38' 27''$ , ce qui la feroit de  $7^{\circ} 16' 54''$ , laquelle par toutes les observations & le consentement de tous les Astronomes & même par Kepler, ne peut être tout au plus que de  $5^{\circ}$ .

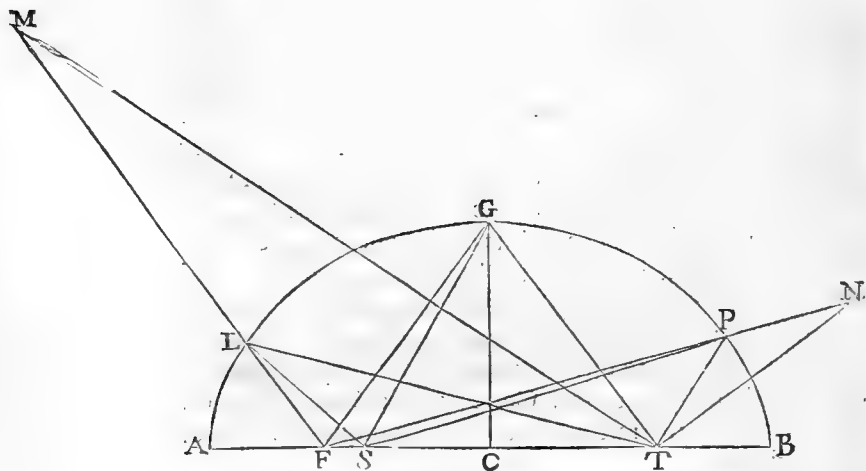
Cette grande différence de  $7^{\circ} 16' 54''$  à  $5^{\circ}$ , ne vient que de ce que Kepler a fait l'excentricité *CT* de la Lune, de 4362 parties seulement dont le rayon de l'orbite elliptique ou la moitié du grand axe est de 100000 parties, ce qui étant réduit en centièmes parties du demi-diamètre de la Terre qui est de  $5976 \frac{1}{2}$  comme les observations nous l'ont donné, l'excentricité ne seroit que de  $260 \frac{7}{10}$ , au lieu de  $379 \frac{1}{2}$  que nous avons trouvé par les observations.

L'hypothèse de Kepler, quoique très vrai semblable, ne peut donc pas se soutenir pour la Lune; & il y a grande apparence qu'elle ne conviendrait pas mieux aux autres Planètes, si l'on pouvoit déterminer leur excentricité par observation comme on a fait celle de la Lune; mais les Astronomes se sont contentés de chercher sur l'axe d'une Ellipse dans laquelle ils supposoient que se faisoit leur mouvement, deux points autour de l'un desquels se faisoit le moyen mouvement, & autour de l'autre le vrai; & ils ont supposé que ces points en étoient les foyers, ils y ont employé au moins trois observations, & je donnai autrefois dans les Journaux la Solution de ce Problème d'une manière très-simple, à l'occasion de ce que l'on avoit publié en Angleterre une manière de la trouver par la rencontre de deux hyperboles. Cette propriété de l'Ellipse est insérée dans mon Traité des Sections Coniques, Livre 8. Proposition 25.

C'est sur cette hypothèse des deux foyers d'une Ellipse, autour desquels se font le moyen & le vrai mouvement des Planètes quoique sans aucun fondement physique, que plusieurs Astronomes modernes ont calculé l'équation du centre des Planètes; mais on n'y trouvera pas mieux son compte pour la Lune que par l'hypothèse de Kepler en posant la distance des foyers telle que l'obser-

vation nous la donne; & pour en faire une qui s'accorde en quelque façon aux apparences, il faut la poser beaucoup plus petite que celle-là.

Cependant on ne peut pas faire des suppositions contraires à la vérité, & il faut nécessairement retenir la position du foyer  $T$  où est la terre sur l'axe de l'Ellipse au lieu où nous l'avons déterminé. Mais comme je ne vois rien qui nous engage à placer l'autre point autour duquel se fait le moyen mouvement, sur l'autre foyer  $F$ ; j'ai pensé que ce point pouvoit être en quelqu'autre endroit sur l'axe comme en  $S$ , & il sera facile de déterminer la place de ce point  $S$  si l'on donne la plus grande équation du centre comme de  $4^{\circ} 59'$  dans la moyenne distance de la Lune à la Terre



Car  $TG$  &  $FG$  étant égales à  $CB$ , nous avons trouvé ci-dessus l'angle  $TGC$  de  $3^{\circ} 38' 27''$  &  $CTG$  ou  $CFG$  de  $86^{\circ} 21' 33''$ ; & puisque nous posons l'angle  $TGS$  de  $4^{\circ} 59'$ , nous aurons donc l'angle  $TSG$  de  $88^{\circ} 39' 27''$ . C'est pourquoi dans la résolution du triangle  $TGS$  nous aurons le côté  $TS$  de 519 dont  $TF$  est de 759 des mêmes centièmes du demi-diamètre de la Terre, & par conséquent  $FS$  sera 240 des mêmes parties,



Posons maintenant la Lune en quelque point  $L$  sur son orbite ; en sorte que l'angle  $AF L$  soit par exemple de  $45^\circ$  ; si l'on prolonge  $F L$  jusqu'en  $M$ , en sorte que  $F M$  soit égale à  $A B$ , & ayant mené  $T M$ , on aura dans le triangle  $T M F$  les deux côtés  $F T$ ,  $F M$ , & l'angle compris  $T F M$  de  $135^\circ$ . Donc par la résolution de ce triangle on aura l'angle  $F M T$  ou son égal  $L T M$  à cause de l'Éclipse, de  $2^\circ 27' 36''$ , & l'angle  $T L F$  qui en est le double, de  $4^\circ 55' 12''$ , qui seroit l'équation du centre pour  $45^\circ$ , si le moyen mouvement se faisoit autour de foyer  $F$ , mais cette équation est beaucoup plus grande qu'il ne faut. On trouve donc aussi l'angle  $M T F$  de  $42^\circ 32' 24''$  ; & par conséquent l'angle  $F T L$  sera de  $40^\circ 4' 48''$  qui est l'angle du vrai mouvement de la Lune en  $L$  depuis son Apogée en  $A$ . Mais aussi dans le triangle  $T L F$  dont on connoît l'angle  $F T L$  de  $40^\circ 4' 48''$ , & l'angle  $T F L$  de  $135^\circ$  ; & par conséquent l'angle  $T L F$  de  $4^\circ 55' 12''$  avec le côté  $F T$  de 759, on trouvera la grandeur  $F L$  de 5698 ; d'où il suit qu'on aura  $T L$  de 6255.

Maintenant il faut connoître l'angle  $AS L$ . Dans le triangle  $T L S$  on a l'angle  $F T L$  de  $40^\circ 4' 48''$ , le côté  $T L$  de 6255, le côté  $T S$  de 519, & par la Trigonometrie on trouvera l'angle  $T S L$  de  $136^\circ 39' 20''$ , & l'angle  $AS L$  qui est son Suplement de  $43^\circ 20' 40''$ , qui est celui du moyen mouvement la Lune étant en  $L$  ; & par conséquent pour ce moyen mouvement qui est aussi l'Anomalie moyenne de  $1^\circ 13' 20' 40''$ , sa différence au vrai mouvement sera l'équation du centre de  $3^\circ 15' 52''$ . Cette équation du centre pour ce degré d'Anomalie moyenne sera de deux minutes environ plus petite que celle de Kepler.

Mais comme c'est dans les Octans que l'équation du centre est la plus sensible suivant les différentes hypothèses, voyons ce que nous donnera ce même calcul, en posant la Lune en  $P$  sur son orbite, & supposant l'angle  $AF P$  de  $135^\circ$  ; & par conséquent  $T F P$  de  $45^\circ$ .

Ayant prolongé  $F P$  en  $N$  &  $F N$  étant égale à  $A B$ ,

on aura aussi  $TP$  égale à  $PN$  par les propriétés de l'Ellipse : c'est-pourquoi dans le triangle  $FNT$  dont on connoît les deux côtés  $FN$  &  $FT$  avec l'angle compris  $T FN$  de  $45^\circ$ , on trouvera l'angle  $FNT$  de  $2^\circ 41' 30''$  ou son égal  $PTN$ , & l'angle  $FTN$  de  $132^\circ 18' 30''$  ; c'est-pourquoi on aura l'angle  $FTP$  de  $129^\circ 37' 0''$ , qui sera celui du vrai mouvement, la Lune étant en  $P$ .

Mais dans le triangle  $FPT$  dont on aura l'angle  $FPT$  de  $5^\circ 23' 0''$  qui est le double de  $FNT$  avec l'angle  $FPT$  de  $45^\circ$  ; & par conséquent l'angle restant  $FTP$  de  $129^\circ 37' 0''$  comme on l'a déjà trouvé, on trouvera les côtés  $TP$  de  $5720 \frac{1}{2}$  &  $FP$  de  $6232 \frac{1}{2}$ .

Maintenant dans le triangle  $TSP$  on connoît le côté  $TP$  de  $5720 \frac{1}{2}$ , le côté  $TS$  de  $519$  & l'angle compris  $PTS$  de  $129^\circ 37' 0''$ , on trouvera donc l'angle  $TSP$  de  $46^\circ 36' 12''$ , & son supplément l'angle  $ASP$  de  $133^\circ 23' 48''$ , ou bien  $48^\circ 13' 23' 48''$  pour l'Anomalie moyenne de la Lune en  $P$ , dont la différence à l'angle  $ATP$  du vrai lieu de  $129^\circ 37' 0''$  sera  $3^\circ 46' 48''$  pour l'équation du centre répondante au moyen. Kepler donne pour ce degré d'Anomalie moyenne la même équation à quelques secondes près.

Si l'on juge que l'équation du centre telle qu'elle est dans Kepler, puisse servir à rendre les apparences de la Lune quoiqu'elle soit fondée sur une fausse excentricité, celle que je propose ici qui est établie sur la vraie y pourra suffire : mais cette excentricité de la Lune ou sa distance à la Terre  $T$  dont elle est tirée dans l'Apogée en  $A$  & dans le Perigée en  $B$ , n'est pas toujours la même, & elle n'est comme elle a été posée ci-devant, que lorsque l'Apogée ou le Perigée de la Lune est joint au Soleil ; car lorsque le Soleil est éloigné de l'Apogée ou du Perigée de trois Signes, la Lune dans son Perigée se trouve plus éloignée de la Terre de 172 centièmes du demi-diamètre de la Terre, qu'elle n'étoit lorsque l'Apogée ou le Perigée sont en conjonction au Soleil, quoique dans ce cas d'éloignement de trois Signes, elle soit toujours à la même distance de la Terre étant dans son Apogée que

dans le premier cas , comme on le voit par ma Table 23 : ainsi pour ce cas ou pour cette disposition de l'orbite de la Lune par rapport au Soleil , cette orbite doit être différente de celle du premier cas , & elle doit changer peu à peu à proportion que son Apogée ou son Perigée se rapproche de la conjonction au Soleil.

Dans ce cas du plus grand éloignement de la Lune à la Terre dans son Perigée , tout l'axe entier  $AB$  de son orbite Elliptique sera donc de 12125 centièmes du demi-diamètre de la Terre ; mais  $TB$  sera de 5769 & l'excentricité  $CT$  de  $293\frac{1}{2}$ .

Si l'on pose maintenant pour ce cas l'angle  $AFL$  de  $45^\circ$  , & par conséquent  $TFM$  sera de  $135^\circ$  , on aura dans le triangle  $FMT$  les deux côtés ,  $MF$  de 12125 &  $FT$  de 5.87 avec l'angle compris  $TFM$  de  $135^\circ$  , on trouvera par la résolution de ce triangle l'angle  $FMT$  ou son égal  $MFL$  de  $1^\circ 53' 43''$  , & l'angle  $MTF$  de  $43^\circ 6' 17''$  . Mais l'angle  $FLT$  de  $3^\circ 47' 26''$  qui est double de  $FMT$  , fera l'équation du centre pour le moyen  $AFL$  de  $45^\circ$  ; & l'angle du vrai sera  $ATL$  de  $41^\circ 12' 34''$  . Cette équation du centre est plus grande que celle de Kepler de plus de  $23'$  , ce qui ne peut pas servir.

Aussi si l'on cherche l'angle  $TGF$  dans la moyenne distance la Lune étant en  $G$  dans ce cas ; on aura dans le triangle rectangle  $CTG$  le côté  $TG$  de  $6062\frac{1}{2}$  & le côté  $CT$  qui est l'excentricité , de  $293\frac{1}{2}$  , d'où l'on trouvera l'angle  $TGC$  de  $2^\circ 46' 30''$  & son double  $TGF$  seroit l'équation du centre dans ce point. Mais cette équation est trop grande & elle ne peut être tout au plus que de  $4^\circ 59' 0''$  comme on l'a posée cy-devant , mais Kepler la fait de  $5^\circ$  ; il faudroit donc chercher aussi dans ce cas un point  $S$  autour duquel se feroit le moyen mouvement , comme nous avons fait pour l'autre cas que nous avons examiné d'abord.

Pour trouver ce point  $S$  nous aurons dans le triangle  $TGS$  , l'angle  $TGS$  de  $4^\circ 59' 0''$  . Nous aurons aussi l'angle  $GTS$  de  $37^\circ 13' 30''$  qui est le complément de l'angle  $TGC$

que nous avons trouvé ci-devant de  $2^{\circ} 46' 30''$ ; & par conséquent l'angle  $TSG$  supplément de ces deux angles sera aussi connu de  $87^{\circ} 47' 30''$ ; & de plus nous avons le côté  $TG$  de  $6062\frac{1}{2}$ , c'est pourquoi nous trouverons  $TS$  de  $527$  &  $FS$  sera de  $60$ .

Si nous posons donc maintenant la Lune en  $L$  & l'angle  $AFL$  de  $45^{\circ}$  comme nous avons fait d'abord, nous trouverons de même l'angle  $FLT$  de  $3^{\circ} 47' 26''$ . Mais dans le triangle  $TLF$  dont on a le côté  $TF$  de  $587$  avec l'angle  $TLF$  de  $3^{\circ} 47' 26''$ , & de plus l'angle  $TFL$  de  $135$ ; & par conséquent aussi leur supplément l'angle  $FTL$  de  $41^{\circ} 12' 34''$ . D'où nous trouverons le côté  $FL$  de  $5850$  & par conséquent  $TL$  à cause de l'Ellipse de  $6275$ .

Mais dans le triangle  $TLS$  on a le côté  $TS$  de  $527$ , l'angle  $STL$  de  $41^{\circ} 12' 34''$ , & le côté  $TL$  de  $6275$ , c'est pourquoi on trouvera l'angle  $TSL$  de  $135^{\circ} 24' 37''$  dont le supplément  $44^{\circ} 35' 23''$  fera l'angle  $ASL$  du moyen mouvement, ou  $1^{\circ} 14' 35' 23''$  d'Anomalie moyenne & l'angle  $ATL$  du vrai de  $41^{\circ} 12' 34''$ , ou  $1^{\circ} 11' 12' 34''$ , & leur différence  $SLT$  de  $3^{\circ} 22' 49''$  fera l'équation du centre pour ce degré d'Anomalie moyenne; cette équation s'accorde avec Kepler, quoique sa plus grande équation soit de  $5^{\circ}$  & celle sur laquelle nous venons de calculer ne soit que de  $4^{\circ} 59'$ , mais la différence de  $1'$  ne peut faire qu'environ  $40''$  dans ce point.

Maintenant si l'on pose aussi la Lune en  $P$ , & que l'angle  $AFP$  soit de  $135^{\circ}$  ou  $TFP$  de  $45^{\circ}$ ; dans le triangle  $FNT$  on a le côté  $FN$  égal à  $AB$  de  $12125$ , le côté  $FT$  de  $587$  & l'angle compris  $TFN$  de  $45^{\circ}$ ; on trouvera l'angle  $FTN$  de  $132^{\circ} 58' 12''$ , & l'angle  $TNF$  de  $2^{\circ} 1' 48''$  & son double l'angle  $FPT$  de  $4^{\circ} 3' 36''$ , & aussi l'angle  $FTP$  de  $130^{\circ} 56' 24''$  du vrai mouvement.

De plus dans le triangle  $FTP$  on a l'angle  $FPT$  de  $4^{\circ} 3' 36''$ , le côté  $TF$  de  $587$  & l'angle  $TFP$  de  $45^{\circ}$ , on trouvera donc le côté  $TP$  de  $5862\frac{1}{2}$ .

Enfin dans le triangle  $TPS$  on a le côté  $TP$  de  $5862\frac{1}{2}$ , le côté  $TS$  de  $527$  & l'angle compris  $FTP$  de  $130^{\circ} 56' 24''$ .

On trouvera donc l'angle  $TSP$  de  $44^{\circ} 23' 28''$ , & son supplément l'angle  $ASP$  de  $135^{\circ} 36' 32''$ , ou l'Anomalie moyenne  $4^{\circ} 15' 36' 32''$ , la Lune étant en  $P$  dont l'équation de Kepler dans ce point est de 2' plus petite quoiqu'elle dût être un peu plus grande.

On voit par ces calculs qu'il n'y auroit pas grande différence entre l'équation du centre de la Lune de Kepler, & celle qu'on trouveroit par la méthode que je propose, qui est fondée sur son excentricité observée, supposé que son orbite fût Elliptique, ce qui ne peut pas être fort éloigné de la vérité; & si l'on faisoit deux Tables pour les deux cas extrêmes d'excentricité dont nous venons de parler, on pourroit prendre une équation par parties proportionnelles entre deux suivant la distance de l'Apogée ou du Perigée de la Lune au Soleil, ou bien au moins en faire une de correction à l'équation du centre trouvée dans le premier cas où l'Apogée ou bien le Perigée de la Lune est joint au Soleil. Cette Table de correction d'équation du centre conviendrait à ma Table 23 de correction des diamètres &c. de la Lune, ce qui me sembleroit plus commode. Mais enfin quand on aura pris toutes ces précautions on ne peut point encore s'assurer de la vérité, puisqu'on connoît que les mouvemens de la Lune sont si compliqués & qu'il y a tant de causes qui y concourent, qu'on ne pourra pas facilement les démêler les unes d'avec les autres pour les réduire en règle. Ceux qui ne connoissent pas toutes ces difficultés, sont surpris de voir que les calculs des Eclipses s'écartent quelquefois de l'observation de plusieurs minutes; mais ils devroient plutôt admirer qu'on soit parvenu à des prédictions si justes, puisque 4 ou 5 minutes de degré d'erreur dans la position de la Lune, en peuvent faire assez souvent une de 10 ou 12 minutes de tems dans les Eclipses, & une seule minute de différence dans la latitude en peut apporter une beaucoup plus grande à proportion & principalement dans les petites Eclipses, sans y faire en-

trer des causes physiques fort irregulieres qui peuvent avoir grande part dans les Eclipses de Lune.

Pour ce qui est des Planetes, leurs mouvemens ne peuvent jamais être si composés que ceux de la Lune, puisqu'ils dépendent seulement du Soleil autour duquel ils se meuvent. On doit penser qu'il en sera de même des Satellites de Jupiter & de Saturne comme de la Lune, lesquels tournent autour de ces Planetes comme la Lune autour de la terre; mais à cause que ces Planetes sont beaucoup plus éloignées du Soleil que la Terre, les alterations de ces Satellites, seront moins grandes & moins sensibles que dans la Lune; en sorte que si dans quelqu'aspect de la Lune au Soleil on doit lui faire une correction de plusieurs minutes, il n'en faudra peut-être qu'une dans un Satellite par la même cause; cependant quelle que soit cette correction, elle doit paroître vûë de la Terre, dans leurs Eclipses faites par l'ombre de leur Planete à très peu près comme si nous étions dans ces Planetes.



# INSECTE

## DES LIMACONS.

PAR M. DE REAUMUR.

**O**N peut réduire à d'eux genres toutes les especes d'animaux dont on a parlé jusques'ici, auxquels un autre animal sert de monde : Ou ces Insectes vivent sur la surface extérieure du corps de quelque animal, tels sont les poux que l'on voit sur les quadrupedes, les oiseaux, & même sur diverses autres especes d'insectes, comme sur les mouches, frelons, scarabés &c. ou ces insectes vivent dans le corps de quelqu'autre animal, & l'on peut ranger sous ce dernier genre toutes les especes de vers, que la dissection a fait découvrir dans les corps de diverses sortes d'animaux.

1710.  
9. Juillet.

Le nouvel Insecte que j'ai observé sur les Limaçons, ne peut être compris sous aucun de ces deux genres, parce qu'il a quelque chose de commun à l'un & à l'autre : car tantôt il habite la surface extérieure d'une des parties du corps du Limaçon, tantôt il va se cacher dans les intestins de cette animal.

On sçait, que l'on entend par collier du Limaçon, cette partie qui entoure son cou ; que ce collier a beaucoup d'épaisseur, & que c'est presque la seule épaisseur de ce collier que l'on apperçoit, lorsque le Limaçon s'est tellement retiré dans sa coquille, qu'il ne laisse voir ni sa tête ni son empâtement ; & c'est dequoy la figure 1<sup>re</sup> peut retracer l'idée. L'espace triangulaire marqué par *B*, situé au milieu de l'ouverture de la coquille, est un reste de l'empâtement de l'animal ; qui est entouré de tous côtez par l'épaisseur du collier. C'est sur cette partie du collier que l'on voit les Insectes dont je parle. Ils sont mar-

*Mem.* 1710.

Qq

qués dans la même figure par les lettres CCCC &c. ou plutôt par les lignes ponctuées, qui partant de ces lettres vont se terminer à ces petits animaux. Ils ne sont jamais plus aisés à observer, que lorsque le Limaçon est ainsi entièrement renfermé dans sa coquille, quoiqu'on puisse les remarquer dans diverses autres circonstances. Les yeux seuls, sans être aidés du secours du microscope, les aperçoivent d'une manière très sensible. Mais il ne les voit gueres en repos, il marchent presque continuellement, & avec une extrême vitesse, ce qui leur est assez particulier, car le mouvement de ces sortes d'Insectes est ordinairement lent.

Quelque petits que soient ces animaux, il ne leur est pas possible d'aller sur la surface supérieure du corps du Limaçon, la coquille est trop exactement appliquée dessus. Mais en revanche ils ont bien d'autres pais où ils peuvent voyager. Le Limaçon leur en permet l'entrée toutes les fois qu'il ouvre son anus. Cet anus est aussi placé dans l'épaisseur du collier, la lettre *A* va le marquer dans la figure 1<sup>re</sup> par une ligne ponctuée; cette figure le représente fermé: mais il n'arrive gueres que le Limaçon sorte de sa coquille sans l'ouvrir, & il l'ouvre même souvent dans d'autres circonstances. On le peut voir ouvert, cet anus dans la figure 2<sup>e</sup>. il y est aussi marqué par la lettre *A*. Il semble que ces petits Insectes attendent avec impatience ce moment favorable qui leur donne une vaste entrée dans les intestins du Limaçon. Du moins ne sont-ils pas long tems à profiter de l'occasion qui se présente d'y aller. Ils s'approchent du bord du trou, & s'enfoncent aussi-tôt dedans, en marchant le long de ses parois. De sorte qu'on ne voit plus aubout de quelques instants sur le collier aucuns des petits animaux qu'on y observoit. La lettre *D* marque dans la figure 2<sup>e</sup> quelques-uns de ces poux prêts à entrer dans l'intestin par l'ouverture de l'anüs.

L'empressement qu'ils ont à aller dans les intestins du Limaçon, semble indiquer que c'est-là le séjour qu'il aime le mieux. Comment les voit-on donc sur le collier ?



peut-être n'y sont-ils jamais que contre leur gré, les mouvemens continuels qu'ils se donnent alors en paroissent une preuve. Mais le Limaçon les oblige d'aller s'y loger toutes les fois qu'il fait sortir ses excremens ; car ces excremens occupant à peu près toute la largeur de l'intestin, chassent en avançant tout ce qui se présente en leur chemin. De sorte que lorsqu'ils arrivent au bord de l'anús, les petits insectes sont contraints d'aller sur le collier ; & comme cette opération du Limaçon dure quelque tems, ils se promènent pendant ce tems-là sur le collier, d'où ils ne peuvent pas rentrer quand il leur plaît dans les intestins, parce que le Limaçon leur en a souvent fermé la porte, pendant qu'ils parcouroient le collier.

Au reste on peut observer tout ce que je viens de dire sur toutes les especes de Limaçons, quoique plus communément sur les gros Limaçons des jardins qui sont representez dans les fig. 1<sup>re</sup> & 2<sup>e</sup> ; mais il est assez singulier, qu'il y ait certaines especes de Limaçons, chez lesquelles on peut découvrir ces Insectes jusqu'au milieu même de leurs intestins. Telle est surtout la petite espece de Limaçon qu'on voit ici dans les fig. 3<sup>e</sup> & 4<sup>e</sup>. Ce qui caractérise cette espece, est un couvercle marqué O, d'une matiere aussi solide que celle de la coquille, par le moyen duquel l'animal se renferme de tous côtez, quand il le veut, comme font les Limaçons de mer ; au lieu que le collier des Limaçons terrestres ordinaires est découvert, comme dans les fig. 1<sup>re</sup> & 2<sup>e</sup>, excepté dans l'hyver & dans certains tems secs, où ils bouchent l'ouverture de leur coquille avec une bave qui prend en séchant quelque consistance ; mais ce couvercle n'est jamais adhérent au corps de l'animal comme celui dont je parle, & ne lui est pas comparable aussi par sa solidité. Si l'on casse la coquille d'un de ces petits Limaçons autour de l'endroit marqué E fig. 3<sup>e</sup>, & qu'on laisse ainsi à découvert la peau de l'animal, comme elle l'est dans la fig. 4<sup>e</sup>. On a souvent le plaisir d'appercevoir ces insectes dans le corps même du Limaçon, la transparence de ses peaux en donne la facilité ;

de sorte qu'on distingue ces poux alors, soit qu'ils soient en repos, soit qu'ils courent, comme si on les regardoit au travers d'une glace. La lettre C marque deux Insectes vûs aux travers des peaux de ce Limaçon.

Quoiqu'on trouve ces Insectes sur toutes les especes de Limaçons, il ne faut pas les y chercher indifferemment en tous tems, on en découvre rarement pendant les tems pluvieux; de sorte que pour ne se point donner la peine d'observer inutilement, il ne faut examiner les Limaçons qu'après une secheresse, apparemment qu'elle est propre à faire éclore ces insectes, ou peut être aussi qu'elle empêche la destruction de ceux qui sont déjà formez. Lorsque la terre est fort humide le corps du Limaçon est abreuvé d'une grande quantité d'eau, qui s'échape ensuite beaucoup plus visqueuse au travers du collier & de l'empâtement du Limaçon, sur lesquels elle compose différentes gouttes de liqueurs. Or il n'est pas une de ces gouttes qui ne suffise pour faire perir plusieurs de ces Insectes. Ce n'est pas qu'ils ayent à craindre d'être submergez dedans comme dans une espece de petite mer, cette liqueur est pour eux un corps véritablement solide, mais chaque goutte peut-être à leur égard ce que la ruine d'un bâtiment est au nôtre, je veux dire qu'elle peut les accabler par son poids lorsque les mouvemens du Limaçon font couler une de ces gouttes d'un endroit à un autre.

Mais quoiqu'il en soit, il est certain comme je viens de le dire, que la secheresse contribuë fort à leur formation. Il n'en faut d'autres preuves que le fait suivant que j'ai repeté un grand nombre de fois. Ayant amassé des Limaçons dans des tems humides, & après un examen exact n'ayant pû découvrir chez eux aucun de ces Insectes, je les ai mis dans des vases, dans lesquels ils ne pouvoient reparer la perte de l'humeur aqueuse qui s'évapore continuellement. Au bout de quelque tems j'ai regardé de nouveau les mêmes Limaçons, sur lesquels j'ai toujours vû plusieurs de ces Insectes. J'en pouvois quelquefois compter plus de vingt sur le même animal. On

ne ſçauroit aueſte déterminer précifément le tems qu'il faut pour les appercevoir ainſi. J'en ai quelquefois vû au bout de 5 à 6 jours , mais je ne les ai jamais gardé trois ſemaines ſans qu'il en euſſent une grande quantité.

Le corps ſeul du Limaçon eſt un terrain convenable à ces Inſectes. On ne les voit jamais ſur ſa coquille ; & ſi on uſe de force pour les obliger d'y aller , ils ne ſont pas long-tems après qu'on leur a rendu la liberté , ſans regagner le collier dont on les a chaffés.

A la vûe ſimple , ils paroifſoient communément d'une couleur très blanche ; quelques-uns des plus gros cependant paroifſent d'un blanc ſale , & quelques-autres d'un blanc dans lequel on auroit mêlé une très-legere teinture de rouge.

Un bon microscope eſt neceſſaire pour appercevoir nettement leurs différentes parties. Il les fait voir telles qu'elles ſont représentées dans les fig. 5<sup>e</sup> & 6<sup>e</sup> , dans la 1<sup>re</sup> deſquelles ils ſont deſſinés vûs par deſſus , & dans l'autre vûs par deſſous. La lettre *T* marque leur trompe , dans l'une & l'autre fig. Il n'en paroît pourtant qu'une partie dans la 5<sup>e</sup> , mais on y peut obſerver comment elle ſe recourbe en deſſous. Ils ſ'en ſervent apparemment à ſuccer le Limaçon. Elle eſt placée cette trompe au milieu de deux petites cornes *CC* , très mobiles non ſeulement de haut en bas , de droit à gauche , comme celles de la plûpart des Inſectes , mais encore en elle-même en ſ'allongeant & ſe raccourciſſant comme celle des Limaçons ; auffi arrive-t-il qu'on conſidere ſouvent ce petit animal ſans appercevoir ces cornes.

Son corps eſt diviſé en ſix anneaux , & la partie antérieure à laquelle ſont jointes la trompe & les cornes. Il a quatre jambes de chaque côté ; les deux premières de chaque côté ſont articulées à la partie antérieure , & les deux autres au premier anneau. La 2<sup>e</sup> & la 3<sup>e</sup> ſont attachées plus loin l'une de l'autre que la 1<sup>re</sup> ne l'eſt de la ſeconde , & la troiſième de la quatrième. Ces jambes ſont garnies de grands poils , elles paroifſent terminées par

trois ou quatre pointes , à peu près comme le seroient les jambes de diverses especes de scarabés , auxquelles on auroit ôté la dernière articulation , qui est terminée par deux petits crochets.

Leur dos est élevé par raport aux côtez , mais arrondi ; les côtez le sont aussi ; ils ont chacun trois ou quatre grands poils. Leur anus est aussi entouré de quatre à cinq poils d'une pareille longueur , mais on n'en voit point sur le ventre.

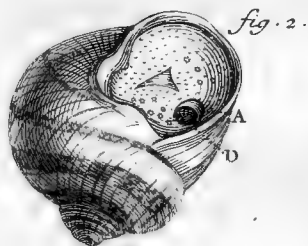
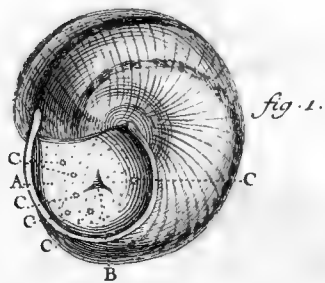
## O B S E R V A T I O N DU PASSAGE DE JUPITER

*Proche de l'Etoile qui est dans le front du Scorpion , comparée avec une semblable Observation faite en 1627.*

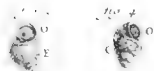
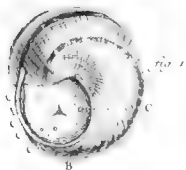
PAR M. MARALDI.

1710.  
5. Juillet.

**L**Es Etoiles fixes ont toujours été d'un grand usage pour déterminer la situation des Planetes. Les anciens Astronomes qui n'avoient pas de moïens faciles pour comparer les planetes à l'Ecliptique qui n'est point visible, observoient la trace qu'elles décrivoient par leur mouvement propre à l'égard des Etoiles fixes , & étoient attentifs à remarquer leur passage proche de quelques-uns de ces termes visibles. Nous avons plusieurs de ces Observations avec le nom des Etoiles proche desquelles diverses Planetes ont été observées, aussi-bien que les circonstances des temps dont les plus anciennes sont de près de deux mille ans. Cette méthode de déterminer la situation des planetes est simple & facile , & elle peut avoir servi à découvrir les regles de leurs mouvemens , leurs directions & leur retrogradations avant l'invention des instrumens. Elle est aussi exacte étant exempte des



*U. m. M. m. 17. 18. 19. 20. 21. 22.*



erreurs auxquelles sont sujettes les déterminations faites par le moïen des armilles qui étoient en usage parmi les Anciens, à cause des difficultez qu'il y avoit non-seulement à les construire exactement, mais à les poser dans leur véritable situation, & du mouvement qu'il falloit leur donner afin qu'elles suivissent celui du premier mobile.

C'est donc avec raison que les Modernes dans le besoin qu'ils ont des observations anciennes pour trouver les regles des mouvemens des Planetes, se fondent sur ces sortes de déterminations & les préfèrent à toutes les autres faites par d'autres méthodes. Elles ont encore cet avantage, qu'on peut rectifier par des observations modernes la situation des Etoiles fixes, & connoître par ce moïen la situation des Planetes à l'égard de l'Ecliptique avec plus de précision que celle qu'on avoit par les observations anciennes; ce qui ne se peut pas faire à l'égard des observations faites par d'autres manieres.

Quoique l'Astronomie moderne ait des méthodes de trouver exactement le lieu des Planetes à l'égard de l'Ecliptique sans le secours des Etoiles fixes, nous ne laissons pas de les employer dans cette détermination toutes les fois qu'il s'en presente l'occasion, à cause des commoditez & des avantages que nous y trouvons, & que nous avons indiqué en partie dans les Memoires de l'Academie de 1704.

Vers la fin d'Avril & le commencement de May de cette année 1710, Jupiter ayant passé proche de l'Etoile de la seconde grandeur qui est dans le front du Scorpion, nous avons observé ce passage autant que le temps l'a pu permettre.

Nous commençâmes ces observations le 23 du mois d'Avril lorsque Jupiter étoit environ un demi-degré plus oriental que l'Etoile, proche laquelle il devoit se trouver quatre jours après avec une fort petite difference de latitude Septentrionale; mais les nuages ne nous permirent de le voir que le 29 Avril, quand par son mouvement retrograde il étoit déjà plus occidental, & que la

différence de leurs Ascensions droites étoit de 9 minutes & demi, avec une différence de déclinaison septentrionale de presque quatre minutes. Nonobstant cette distance qu'on détermina par les observations faites par le moyen des fils qui sont au foyer de la lunette, l'Etoile se confondoit encore dans les rayons de Jupiter; de sorte qu'on avoit de la peine à la distinguer à la vûe simple un peu plus à l'Orient; ce qui fait voir avec quel degré de précision on peut avoir ces conjonctions observées à la vûe simple avant l'invention de la lunette. Cette Etoile qui à la vûe paroît simple, étant regardée avec la lunette est composée de deux Etoiles inégales entr'elles & éloignées l'une de l'autre de deux diametres de la plus grande.

Depuis le 29 Avril nous avons continué pendant plusieurs jours les observations en déterminant les différences d'Ascension droite & de déclinaison entre l'Etoile & la Planete, par le moïen des fils qui se croisent à angles de 45 degrez au foyer d'une lunette de 8 pieds montée sur la machine parallatique. Voici le détail d'une de ces observations.

Le 23 Avril l'Etoile fixe qui étoit plus occidentale parcourant un fil, arriva à  $1^h 13' 28''$  à la commune intersection de ce fil avec un autre qui lui étoit perpendiculaire, & à  $1^h 15' 28''$  Jupiter par son mouvement à l'Occident arriva à ce même fil perpendiculaire; de sorte que la différence du passage entre une Etoile & l'autre fut de 2 minutes de temps, qui donnent  $30'$  de différence d'ascension droite, dont Jupiter étoit plus oriental. L'ascension droite de l'Etoile pour cette année est  $337^{\circ} 11' 40''$ , donc celle de Jupiter sera  $337^{\circ} 41' 40''$ . La différence du passage de l'Etoile entre le fil perpendiculaire & un des obliques fut de  $17''$  de temps qui à cette déclinaison donnent  $3' 50''$  d'un grand cercle pour la différence de déclinaison, donc Jupiter étoit plus meridional. La déclinaison meridionale de l'Etoile pour cette année est  $18^d 59' 5''$ ; donc la déclinaison meridionale de Jupiter étoit de  $19^d 2' 55''$ .

Par



Par la même méthode nous avons déterminé les différences d'ascension droite & de déclinaison, & calculé le lieu de Jupiter par rapport à l'Equinoxial & à l'Ecliptique, comme dans la Table suivante.

		Differences d'Asc. dr. de Declin.	Ascension droite.	Declinaif. merid.	Longitud.	Latitude Sepr.
Le 23 Avril à 11 <sup>h</sup> 15'	30 0	3 50	237 41 40	19 2 55 m	29 34 20	1 4 20
Le 29            10 7'	9 30	3 50	237 2 10	18 55 1 m	29 1 0	1 4 40
Le 30            10 24	16 30	5 20	236 55 10	18 53 45 m	28 54 10	1 5 0
Le 1 May        10 18	23 48	7 10	236 47 50	18 51 55 m	28 47 0	1 5 10
Le 3 May        11 22	37 40	10 0	236 34 0	18 49 5 m	28 33 40	1 5 0
Le 4 May        9 57	45 20	11 40	236 26 20	18 47 25 m	28 26 10	1 5 5
Le 5 May        10 16	52 30	13 5	236 19 10	18 46 0 m	28 19 10	1 5 0

En comparant la longitude de Jupiter du 29 Avril avec celle de l'Etoile, qui suivant nos observations est pour cette année en  $29^{\circ} 10' 20''$  du Scorpion, on trouve que sa conjonction avec Jupiter est arrivée le 27 Avril, Jupiter ayant  $1^{\text{d}} 4' 35''$  de latitude septentrionale, & étant une minute & demi plus septentrional que l'Etoile, qui suivant nos observations a  $1^{\circ} 3' 5''$  de latitude septentrionale.

Nous avons une Observation de Jupiter avec la même Etoile faite l'an 1627 par deux differens Astronomes. Maria Cunitia dans son Livre d'Astronomie, intitulé *Urania propitia*, rapporte celle qui fut faite par Elias à Leonibus son mari le 3 & le 6 de Mai de l'an 1627. Le 3 de Mai Gregorien à  $3^{\text{h}} 22'$  du matin il trouva Jupiter 18 minutes plus oriental que l'Etoile, & la latitude de Jupiter si approchante de celle de l'Etoile, qu'elle sembloit devoir être cachée dans leurs conjonctions. Après deux jours de tems couvert, le 6 May nouveau stile, à une heure du matin le même Observateur trouva Jupiter plus occidental que l'Etoile du quart de l'ouverture de la lunette avec laquelle il observoit. Cet intervalle donne 3 minutes & demie de difference de longitude, dont celle de Jupiter étoit plus petite. En supposant le lieu de l'Etoile en  $27^{\circ} 58' \frac{1}{2}$  du Scorpion avec une latitude septentrionale de  $1^{\text{d}} 5'$ , il trouva le lieu de Jupiter en  $27^{\text{d}} 55' 0''$  avec une latitude septentrionale de  $1^{\circ} 3'$ . La même observation

fut faite à Leide par Hortensius le 25 Avril vieux stile à onze heures du soir, lequel trouva Jupiter plus occidental que l'étoile de 5 minutes; de sorte que la différence de longitude déterminée par ces deux Observateurs s'accorde à une minute & demie près.

Entre la conjonction de 1627 & celle de cette année, il y a un intervalle de 83 ans moins huit jours. En 83 années le mouvement des Etoiles fixes a été un degré & dix minutes vers l'Orient; c'est-pourquoi la conjonction de cette année qui est arrivée par le mouvement retrograde de Jupiter, a anticipé d'autant le lieu du Zodiaque où arriva la conjonction de 1627.

Jupiter est retourné cette année à peu de minutes près dans le même degré de longitude & dans la même configuration avec le Soleil, que celle qui arriva en pareil jour 5<sup>e</sup> May 1627. Voici le fondement de ce retour, avec la maniere facile de connoître la conformité ou la différence des hypothèses avec les observations.

Entre le 5<sup>e</sup> May 1627 & le 5<sup>e</sup> du même mois 1710 il y a un intervalle de 83 années, parmi lesquelles il y a 20 bissextiles. En 83 années, dont 20 sont bissextiles, le Soleil par son moyen mouvement retourne au même point de l'Ecliptique où il s'étoit trouvé dans l'époque, ayant fait un nombre entier de révolutions moins 5' 35"; Mais à cause du mouvement de l'Apogée qui en 83 ans est de 1<sup>d</sup> 25' 25", l'équation du Soleil étant plus grande de deux minutes dans l'observation de cette année, que dans celle de 1627, on aura le vrai lieu du Soleil plus avancé que le moyen de ces deux minutes; les ayant ôtés de 5' 35", retardement du Soleil à l'égard du même point, on aura 3' 35", dont le vrai lieu du Soleil fera moins avancé dans l'Ecliptique le 5<sup>e</sup> May de cette année qu'il étoit en pareil jour & pareille heure de l'année 1627.

Pour ce qui est de Jupiter. En 83 années dont 20 sont bissextiles, le moyen mouvement de cet astre outre un nombre de révolutions entieres, est de 4' 20", dont il est plus avancé qu'en 1627, mais le mouvement de l'Apo-

gée qui en 83 années est de deux degrez selon la suite des Signes , fait une variation dans les équations , qui étant de  $10^{\circ} 30''$  , fait anticiper d'autant son vrai lieu à l'égard du moïen ; les ayant ajoûtez aux  $4^{\circ} 20''$  qui est l'anticipation du moyen mouvement , on aura  $14^{\circ} 50''$  , anticipation totale du lieu de Jupiter dans l'observation de cette année à l'égard du lieu qu'il avoit dans le même jour de l'année 1627.

Dans l'observation du 5<sup>e</sup> May 1627 à 10<sup>h</sup> heures du soir, le lieu de Jupiter étoit en  $27^{\circ} 58' 10''$  du Scorpion , & en pareil jour & heure de cette année 1710 nous l'avons déterminé en  $28^{\circ} 19' 10''$  du Scorpion ; par les observations l'anticipation est donc dans cet intervalle de  $20'$  , à cinq minutes près de ce que donnent les hypothèses. Ce qui fait voir , qu'entre les hypothèses & les observations il y a autant de conformité que l'exactitude des observations le peuvent permettre.

Pour ce qui est de la latitude de Jupiter , celle qui résulte des observations de cette année est assez bien représentée par la situation des nœuds & par l'inclinaison que nous avons établie dans les Memoires de l'Académie de 1706 : il n'en est pas de même de la variation qui résulte de la comparaison de ces deux observations.

La latitude Septentrionale de l'Etoile , à l'égard de laquelle on détermina la situation de Jupiter , est supposée d'un degré & 5 minutes ; mais par nos observations cette latitude se trouva seulement d'un degré & 3 minutes. Suivant le rapport de Maria Cunitia , Jupiter vû avec la Lunette étoit éloigné de l'étoile le 3<sup>e</sup> May de 18 minutes vers l'Orient , & insensiblement plus bas ; de sorte qu'elle paroïssoit devoir être cachée par Jupiter. Après deux jours de tems couvert , c'est-à-dire le matin du 6 May , lorsque Jupiter avoit passé la conjonction & n'étoit éloigné de l'Etoile vers l'Occident que de 3 minutes , il est remarqué que Jupiter étoit un peu plus bas que l'étoile. Cependant dans le calcul que cette Sçavante donne de cette observation , elle dit que la distance de l'Etoile & de Jupiter

fut trouvée de 3 minutes & demi. Si nous nous arrêtons à la premiere détermination en supposant nôtre latitude de  $1^d 3'$ , la latitude de Jupiter résultera de  $1^d$  & un peu moins de trois minutes; mais si nous supposons la seconde détermination, la latitude de Jupiter résulte un peu moins d'un degré.

De quelle de ces deux manieres différentes qu'on prenne la latitude de Jupiter, elle ne sçauroit être représentée exactement par les hypothèses ordinaires du mouvement des nœuds; car en supposant la premiere détermination qui lui est plus conforme, il y a entre la détermination & les hypothèses une différence de latitude de plus de deux minutes, lesquels demanderoient dans l'intervalle de 83 ans un mouvement des nœuds de  $1^d 53'$ ; ce qui seroit un degré & un tiers plus grand que celui que nous supposons. Mais il vaut mieux se tenir au mouvement des nœuds établi dans les Memoires de l'Academie de 1706, que de le tirer des observations éloignées seulement de 83 ans, parce qu'une petite erreur dans la latitude dans un si petit intervalle de tems, peut faire une grande différence dans le mouvement des nœuds.

Nous avons comparé par la même méthode deux autres observations faites dans le même degré du Zodiaque & éloignées entr'elles d'un intervalle de 83 années. La premiere est celle que fit Longomontan l'an 1607 le 27 Septembre à  $11^h 10'$  ayant trouvé Jupiter en  $4^o 10'$  d'Aries. La seconde est celle que nous fîmes l'an 1690 le 26 Septembre, ayant déterminé le lieu de Jupiter en  $4^o 5'$  du même Signe. La différence entre ces deux observations n'étant que de  $5'$ , dont le lieu de Jupiter retarde dans la derniere observation à l'égard de la premiere. Entre une observation & l'autre il y a 83 années moins un jour, parmi lesquelles il y a 21 bissextiles, ce qui fait la même chose que s'il y avoit 83 années précises, dont 20 seroient bissextiles; par conséquent l'anticipation du moyen mouvement est  $4' 16''$ ; mais à cause du mouvement de l'Aphelie de Jupiter la variation de l'Equation

dans ces deux observations étant soustractive de 12 minutes, fera retarder de 8 minutes le vrai lieu de Jupiter à l'égard de celui qu'il avoit dans l'observation de 1607. Par les observations ce retardement est de 5 minutes, la différence n'est donc que de 3 minutes; ce qui confirme l'accord des hypothèses avec les observations. Nous avons trouvé à peu près le même accord dans la comparaison que nous avons faite de quelques autres observations de Longomontan avec les nôtres. Mais nous avons trouvé une plus grande différence dans l'observation de la Conjonction de Jupiter avec le cœur du Lion faite par M. Bouillaud l'an 1623, & comparée avec une autre que nous fîmes l'an 1706. Par le moyen des fils qui se croisent au foyer de la Lunette le 17 Octobre à trois heures du matin, nous déterminâmes leur différence d'ascension droite & de déclinaison, d'où nous trouvâmes leur conjonction en longitude à deux heures après midi du 17 Octobre, Jupiter étant en  $25^{\text{d}} 46' 30''$  du Lion, avec une latitude septentrionale de  $0^{\text{d}} 44' 55''$ .

Par ces observations & par d'autres faites avant cette conjonction, nous trouvons le lieu de Jupiter pour le 12 Octobre à  $3^{\text{h}}$  après la minuit suivante, en  $25^{\text{d}} 4' \frac{1}{4}$  du Lion. M. Bouillaud l'avoit trouvé l'an 1623 le 12 Octobre à 17 heures après midi en  $24^{\text{d}} 39' 35''$ : la différence est de 24 minutes, au lieu de 9 que donnent les hypothèses. Ce qui donne lieu de croire que l'observation du siècle passé a été faite à la vûë simple, les rayons de Jupiter dont le cœur du Lion étoit proche ayant pû causer cette variation. Il y a des observations exactes, il y en a d'autres qui n'ont pas la même précision. Il ne faut pas prétendre de les représenter toutes également bien par les hypothèses; c'est à la prudence de ceux qui doivent les employer, de distinguer les unes des autres, & faire un choix des meilleures. Outre la facilité qu'il y a dans cette méthode de comparer les observations avec les hypothèses, elle peut servir utilement à diriger ceux qui calculent des Ephemerides.

Au reste ce n'est pas sans sujet qu'on examine avec tant de soin & en tant de manieres differentes les mouvemens des Planetes , & principalement ceux de Jupiter. Outre les connoissances plus précises qu'on tire des mouvemens des Planetes , & qui meritent d'être sçûes , on est encore engagé dans cette recherche par l'utilité qui en résulte ; car il n'est pas possible de perfectionner la théorie des Satellites de Jupiter , qui sont d'un si grand usage dans la Geographie & dans la Navigation , sans connoître avec précision le mouvement de Jupiter , d'où dépend celui de ses Satellites.

---

## R E F L E X I O N S

*Sur les Observations du Flux & du Reflux de la Mer,  
faites à Dunquerque par M. Baert Professeur d'Hydrographie , pendant les années 1701 & 1702.*

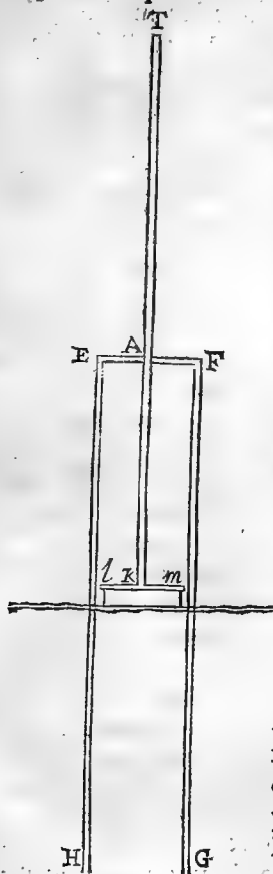
PAR M. CASSINI le fils.

1710.  
12. Juillet.

**L**Es observations du Flux & du Reflux de la Mer étant d'une grande importance pour la sûreté de la Navigation, & pour choisir les tems les plus propres pour entrer dans les Ports de l'Océan ou pour en sortir ; étant d'ailleurs avantageux aux Sciences de connoître si elles ont quelque liaison avec les mouvemens de la Lune , & si on peut trouver quelques regles des variations auxquelles elles sont sujettes. L'Académie Royale des Sciences présenta un Mémoire à Monsieur le Comte de Pontchartrain , pour qu'il lui plût ordonner qu'on fît dans quelques Ports de la France un Journal exact de ces sortes d'observations.

Ce Ministre qui est toujours attentif à ce qui peut contribuer à la perfection des Sciences , donna ordre aux Professeurs d'Hydrographie entretenus par le Roy dans les Ports de l'Océan , d'observer chacun dans leur départ.

tement le flux & le reflux de la Mer. M. Baert Professeur d'Hydrographie à Dunquerque y fut chargé de ce soin; ce qu'il a executé avec toute l'attention & l'exactitude que l'on pouvoit souhaiter.



Il choisit pour faire ces observations un lieu dans le Parc de la Marine, où la Mer n'a d'autre mouvement remarquable que celui du flux & du reflux. Il fit construire à cet endroit une petite guerite, tant pour être à couvert des injures du temps, que pour n'être point détourné dans ses observations; & il y plaça un tuyau quarré fixe *EFGH*, perpendiculaire à la surface de la Mer, composé de quatre planches, ouvert par le bas en *GH*, afin que l'eau y pût entrer librement & se mettre de niveau avec la Mer, & fermé par le haut en *EF* par un couvercle *EAF* percé en *A* d'un trou de 14 lignes de diametre ou environ, par où passoit librement une regle de bois *TK* qui avoit à son extrémité inférieure une planchette *LM*, quarrée & un peu arrondie par les bords pour éviter le frottement. On avoit attaché sous cette planchette un liege de quatre pouces d'épaisseur qui nageoit sur la surface de l'eau, & faisoit élever ou abaisser la regle de bois *TK* à mesure que la marée montoit ou descendoit. Cette verge étoit divisée en pieds & en pouces, afin de pouvoir observer aisément l'accroissement ou la diminution de la marée qui faisoit hausser ou baisser la verge *TK* d'une égale quantité au dessus, ou au dessous du couvercle *EF*. On

obmet dans la description de cette Machine diverses circonstances qui font voir la précision des observations de M. Baert & qui sont rapportées au long dans une lettre qu'il a écrite au R. P. Gouye.

Il est propos de remarquer, que toutes les mesures de la hauteur de la Mer ont été prises à l'égard d'un point fixe qui est *de niveau avec le dessus des Tablettes qui bordent le Quay proche l'Ecluse du Bassin, directement à la Montée du côté de la Citadelle qui est un endroit du Quay que la Mer ne surmonte jamais.* Il faut aussi remarquer que l'alignement du Canal de Dunquerque est tourné au Nord-Ouest quart de Nord; que sa longueur depuis les Têtes des jettées proche la Rade jusqu'au lieu de l'observation, est de 1435 toises; que sa largeur est de 36 toises à son embouchure, & de 16 toises à son plus étroit; & non obstant cette grande distance, on n'a trouvé aucune différence remarquable entre le tems de la haute Mer dans le Parc, & celui de la haute Mer vis-à-vis le Risbanc, ce qu'on a essayé par cinq fois différentes aux plus beaux jours de l'Été par des horloges à minutes. Pour l'intelligence de ce que l'on dira dans la suite, il est à propos d'avertir qu'on appelle haute Mer lorsque le flux est monté à sa plus grande hauteur, & basse Mer lorsque le reflux est descendu à sa plus petite hauteur. On appelle aussi les plus grandes Marées, celles où la haute Mer est le plus haut qu'il soit possible, & les plus petites Marées celles où la haute Mer est le plus bas qu'il soit possible.

Le Journal des Observations de la Marée de M. Baert commence au 24 Mars 1701, & finit au 31 May 1702. Il y a marqué presque tous les jours dans le tems de la haute Mer & quelques heures avant & après, la hauteur de la Mer à l'égard du point fixe dont on a parlé ci-dessus, *augmentant en nombre vers le bas, afin de trouver le rapport de toutes les hauteurs des Marées qu'il devoit observer.* Pour avoir le tems précis, il avoit tracé avec beaucoup de circonspection une ligne meridienne pour regler de tems en tems les Horloges à minutes dont il se servoit,



voit. Il observoit à divers tems les heures & minutes auxquelles la Mer se trouvoit aux mêmes hauteurs tant en montant qu'en descendant ; & il prenoit pour l'heure de la haute Mer le milieu entre le tems qui résulte de deux observations faites à la même hauteur le plus proche de la haute Mer, l'une avant & l'autre après ; ce qu'il a jugé plus à propos de faire qu'à des distances plus éloignées , ayant remarqué par toutes les expériences , que la Mer descend avec un peu plus de lenteur qu'elle ne monte. Il a marqué aussi les vents & la temperature de l'air à chaque jour de ses observations.

A l'égard de l'irregularité de la progression qu'on remarque dans la hauteur de la Marée , lorsqu'elle monte aussi bien que lorsqu'elle descend , M. Baert n'ose déterminer, si les vents en sont la cause , ou si l'on peut supposer que la Mer est mue par des vagues très-éloignées entr'elles , & par d'autres qui s'entresuivent de près. Pour ce qui est de son balancement de haut en bas & de bas en haut qu'on remarque à chaque haute Mer, il en croit la cause très naturelle : car comme la Mer en s'avancant vers la Côte la trouve pour obstacle , elle peut surmonter un peu son niveau qui l'oblige après de retourner & faire ainsi des vibrations lentes près du lieu où elle trouve quelque obstacle , qui ne peuvent être quelquefois apperçûes à cause des vents qui sont contraires.

Pour pouvoir comparer ensemble les observations de la haute Mer, & voir si on pourroit composer quelque regle plus certaine de leur irregularité qu'on n'a eu jusqu'à present , M. Baert a dressé une Table où il a marqué jour par jour depuis le 24. Mars 1701 jusqu'au dernier May 1702, dans la 1<sup>re</sup> & 2<sup>e</sup> colomne la situation de la Lune en longitude & en latitude pour tous les jours à midy depuis le 24 Mars 1701 jusqu'au dernier May 1702. Dans la 3<sup>e</sup>, l'âge de la Lune au tems de la haute Mer. Dans la 4<sup>e</sup>, le tems de la haute Mer. Dans la 5<sup>e</sup>, la hauteur de l'eau sous le point fixe. Dans la 6<sup>e</sup>, le passage de la Lune par le Meridien : & dans la 7<sup>e</sup> & 8<sup>e</sup>, la situation du

vent, la force & la disposition du tems.

En considerant d'abord les tems de la haute Mer observés à Dunquerque, on trouve que le jour des pleines Lunes la haute Mer y arrive vers le midy; ce qui n'est pas si exact qu'il ne s'y trouve quelquefois une difference d'une heure entiere, comme on le remarque par 15 observations consécutives qui en ont été faites; la haute Mer qui a le plus acceleré ayant été observée le 19 Juillet jour de la pleine Lune à  $11^h 24'$  du matin, & celle qui a le plus retardé étant arrivée le 17 Septembre à  $0^h 24'$  du soir, ce qui donne une variation d'une heure dans les tems des Marées pour le jour de la pleine Lune. Cette variation étant parragée en deux, on aura le tems moyen de la haute Mer à Dunquerque à  $11^h 54'$  du matin, c'est à dire, un peu avant midy.

Pour établir quelque regle de cette variation du tems des Marées aux jours des pleines Lunes, il faut considerer que les retardemens de la Marée d'un jour à l'autre, ont quelque analogie avec le mouvement de la Lune, dont le passage par le Meridien retarde de 49 minutes ou environ d'un jour à l'autre. Suivant cette hypothèse, lorsque l'heure de la pleine Lune concourt avec l'heure de la haute Mer, il ne doit y avoir aucune anticipation ni retardement dans l'heure de la haute Mer. Mais lorsque la pleine Lune arrive le matin avant la haute Mer, alors le passage de la Lune par un cercle horaire retarde de deux minutes par heure à l'égard du Soleil; il doit donc y avoir un pareil retardement dans l'heure de la haute Mer observée; au contraire lorsque la pleine Lune arrive le soir après la haute Mer, alors la pleine Lune n'est pas encore dans son plein dans le tems de la haute Mer, il doit donc y avoir quelque acceleration dans l'heure de la haute Mer observée.

En supposant cette acceleration ou retardement de 2 minutes par heure. On trouvera une regle pour déterminer à peu près la variation des Marées aux jours des pleines Lunes.

Par exemple, le 19 Juillet de l'année 1701 la haute Mer est arrivée à 11<sup>h</sup> 24' du matin, qui est la plus grande accélération que M. Baert ait observée, & la pleine Lune est marquée pour ce jour-là dans la Connoissance des Temps à 11<sup>h</sup> 50' du soir. La haute Mer a donc dû avancer d'environ 24 minutes qui étant retranchées de 11<sup>h</sup> 54' tems moyen des Marées à Dunquerque, donnent 11<sup>h</sup> 30' pour le tems de la haute Mer à 6 minutes près de celle que l'on y a observée.

De même le 17 Septembre 1701, jour auquel on a observé le plus grand retardement de la Marée, la haute Mer est arrivée à 12<sup>h</sup> 24' & la pleine Lune à 5<sup>h</sup> 56' du matin. La haute Mer suivant la règle marquée ci-dessus, a donc dû retarder de 12 minutes, qui étant ajoutées à 11<sup>h</sup> 54' donnent 12<sup>h</sup> 6' pour le tems de la haute Mer à 18 minutes près de celle qui a été observée.

Il est à remarquer, qu'au lieu que dans l'observation du 19 Juillet le vent étoit Nord un quart de Nord-Est petit vent, il étoit le 17 Septembre Sud beau frais dans le tems de la haute Mer, ce qui a pu contribuer au retardement de la Marée. Car les vagues de la Mer étant poussées par la Marée à le Côte de Dunquerque du Nord vers le Midi, leur mouvement a pu être retardé par le vent du Sud qui venant de la Terre faisoit un effort contraire à celui de la Marée. Ayant conjecturé de cette observation, que les vents peuvent suivant leurs différentes directions causer quelques accélérations ou retards à la Marée; on a examiné l'observation qui a été faite à Dunquerque le 15 Novembre 1701 jour de la pleine Lune, le vent étant Sud est beau frais. Suivant la règle marquée ci-dessus la pleine Lune étant arrivée à 5<sup>h</sup> 4' du soir, il faut retrancher 10 minutes de 11<sup>h</sup> 54' pour avoir le tems de la haute Mer à 11<sup>h</sup> 44' du matin, seize minutes plutôt que suivant l'observation qui a été faite à 12<sup>h</sup> 0'. Il y a donc eu dans cette observation, de même que dans celle du mois de Septembre, un retardement dans la Marée qu'on peut attribuer aussi au vent

de Sud-Est qui est opposé au mouvement de la Marée. Au contraire dans la haute Mer du 12 Avril 1702 la pleine Lune arriva à  $0^h 13'$  du soir, & la haute Mer fut observée à  $11^h 54'$  du matin le vent étant Nord quart au Nord-Ouest beau frais. Suivant la regle la haute Mer devoit arriver à  $11^h 54'$ , c'est-à-dire 9 minutes plus tard qu'elle n'a été observée. Il y a donc eu dans cette observation une acceleration qu'on peut attribuer au vent de Nord quart au Nord-Ouest, qui étant directement opposé à la Côte concouroit avec la Marée pour la faire avancer plutôt qu'elle n'auroit fait, si elle eût été privée de ce secours.

Dans les autres Marées qui ont été observées par M. Baert dans les pleines Lunes, les vents étoient ou foibles ou disposez de forte qu'ils ne pouvoient contribuer ou s'opposer directement au mouvement de la Marée; ainsi on n'a pas eu égard à l'effet qu'ils ont pû produire sur les Marées.

Si l'on compare de même les observations de la haute Mer faite à Dunquerque par M. Baert en 15 nouvelles Lunes consécutives depuis le 8 Avril 1701 jusqu'au 26 May 1702. On trouvera que celle qui a le plus accéléré est arrivée le 29 Novembre 1701 à  $11^h 20\frac{1}{2}'$  du matin, la nouvelle Lune étant marquée ce jour-là à  $10^h 11'$  du soir, & que celle qui a le plus retardé a été observée le 27 Avril 1702 à  $0^h 47'$  du soir, la nouvelle Lune étant arrivée ce jour-là à  $3^h 54'$  du matin. La difference entre le tems de ces deux Marées étant partagée en deux, on aura le tems moyen de la haute Mer à Dunquerque à  $12^h 4'$  qui ne differe que de dix minutes du tems moyen des Marées dans les pleines Lunes.

Comme cette difference n'est pas sensible, on peut supposer que la haute Mer arrivée à Dunquerque dans les nouvelles de même que dans les pleines Lunes à  $11^h 54'$  du matin; & se servant de la regle que l'on a prescrite ci-dessus pour déterminer la variation des Marées les jours des pleines Lunes, on aura l'heure de la haute Mer le 8 May

1701 à 12<sup>h</sup> 15', à 20 minutes près de celle qui a été observée, & l'heure de la haute Mer le 27 Avril 1701 à 12<sup>h</sup> 30', à 37 minutes près de l'observation; ce qui concilie en partie ces deux observations qui étoient éloignées l'une de l'autre de 1 heure & 26 minutes.

A l'égard des vents qui sont marquez dans le tems de l'observation de la haute Mer dans les nouvelles Lunes, il ne paroît pas qu'ils contribuent à faire avancer ou retarder la haute Mer aussi régulièrement qu'on l'a remarqué dans les pleines Lunes, ce qui peut venir de ce qu'il y a plusieurs causes compliquées ensemble qui contribuent au mouvement de la Marée, dont il y en a peut-être quelques-unes qui ne nous sont point assez connues; outre qu'il est difficile de s'assurer de l'heure précise des Marées; le tems que la Mer étale, c'est-à-dire, qu'elle reste dans sa plus grande hauteur sans hausser ou baisser sensiblement, étant à ce que remarque M. Baert, quelquefois de 12, 15, 20 ou 30 minutes.

Il est à remarquer que les Marées qui s'observent aux jours des nouvelles & pleines Lunes, ne sont point les plus hautes Marées, mais qu'elles arrivent un, deux ou trois jours après, comme on le remarque par 30 observations qui en ont été faites, dont il n'y en a que deux où la plus haute Marée soit arrivée un jour avant la nouvelle Lune. Ainsi en prenant un milieu on peut supposer que la plus haute Marée arrive à Dunquerque deux jours après la nouvelle ou pleine Lune, comme M. Baert l'a remarqué.

On suppose ordinairement, que les plus grandes Marées arrivent dans les nouvelles & dans les pleines Lunes qui sont près des Equinoxes. Cependant par la comparaison des observations faites à Dunquerque, on voit que les plus grandes Marées sont arrivées le 30 Novembre 1701, où la hauteur du point fixe a été observée un jour après la nouvelle Lune de 3 pieds 2 pouces; & le 27 & 28 Février 1702 où on l'a trouvée de 3 pieds 3 pouces.

Il est vrai que l'on peut attribuer la grande hauteur de

ces deux Marées à quelque cause extraordinaire ; car le 29 Novembre 1701 jour de la nouvelle Lune , la haute Mer fut observée de 6 pieds 8 pouces au dessous du point fixe qui est une des plus basses Marées qui ait été observée, & le jour suivant on la trouva de 3 pieds 2 pouces, qui est comme on l'a remarqué ci dessus la plus haute Marée qui ait été observée à Dunquerque. Il faisoit ce jour-là & le précédent un très-grand vent Sud-Ouest qui pourroit avoir refoulé le 29 Novembre jour de la nouvelle Lune les eaux de la Mer , & les empêcher de monter à leur hauteur ordinaire ; après quoi ces eaux revenant avec plus d'impetuosité, auroient surmonté le jour suivant 30 Novembre leur état naturel , & fait pour ainsi dire, une espece de vibration ou balancement ; en effet on a remarqué, que le 1 Decembre la haute Mer fut observée de 4 pieds 2 pouces au dessous du point fixe plus basse d'un pied que le jour précédent , & le 2 Decembre on l'on l'observa de 3 pieds 11 pouces plus haute que le 1 Decembre , au lieu que suivant la regle ordinaire elle auroit dû toujours diminuer de hauteur ; de sorte qu'on peut supposer que cette espece de balancement alternatif causé par un vent violent du Sud-Ouest a duré quatre jours.

On a remarqué à peu près le même balancement dans l'observation du 27 & 28 Février 1702 où la hauteur du point fixe au dessus de la Mer fut observée de 3 pieds 3 pouces peu différente de celle du 29 Novembre 1701. Le 26 Février jour de la nouvelle Lune la haute Mer fut observée 5 pieds 6 pouces au dessous du point fixe par un grand vent Nord-Ouest. Le 27 au matin le vent étoit Sud-Ouest, & à 10<sup>h</sup> il se mit au Nord-Ouest, la haute Mer fut observée ce jour-là 3 pieds 3 pouces au dessous du point fixe, plus haute de 2 pieds 3 pouces que le jour précédent. Elle fut observée le 28 à la même hauteur. Le 1 Mars la haute Mer fut trouvée plus basse de 2 pieds 7 pouces que le 28 Février, & le 2 Mars elle fut observée plus haute que le 1 Mars d'environ un pied quoiqu'elle dût diminuer de hauteur ; ainsi il y a eu encore une espece de balan-

cement , à la réserve qu'il n'y a point eu de variation entre la hauteur observée le 27 & le 28 Février , ce qui peut venir de ce que le vent changea le 27 au matin de situation , ayant passé assez subitement du Sud-Est au Nord-Ouest.

On peut donc supposer avec assez de fondement , que les vents contribuent à augmenter ou diminuer la hauteur des Marées , de même qu'on a fait voir qu'ils peuvent y causer quelque accélération ou retardement ; & il y a apparence que la disposition du lit de la Mer & la situation des Côtes concourent aussi à produire les variations qu'on y remarque dont il est très difficile de donner des règles exactes.

Les plus grandes Marées qui suivent les nouvelles & pleines Lunes n'arrivant pas toujours à Dunquerque vers les Equinoxes , on a considéré s'il n'y auroit pas quelque autre cause qui pût contribuer à les faire augmenter ou baisser , comme par exemple les diverses distances de la Lune à la Terre. Car si l'on suppose , comme il y a beaucoup d'apparence que la cause du flux & du reflux de la Mer vient de la pression de la Lune sur la matière qui est entre la Lune & la Terre , il suit de-là que plus la Lune est éloignée de la Terre , moins cette pression est grande & la Marée par conséquent doit être plus basse. Au contraire plus la Lune est près de la Terre plus la pression est grande & plus la Marée doit être élevée.

Suivant notre Théorie de la Lune qui représente assez exactement le mouvement de cette Planète & ses diverses distances à la Terre , telles qu'on les observe par la variation apparente de son diamètre , on suppose que lorsque le lieu du Soleil concourt avec le lieu de l'Apogée de la Lune , alors la Lune étant en conjonction est dans sa plus grande distance de la Terre , & au contraire dans sa plus petite distance lorsqu'elle est en opposition. Six mois après ou environ lorsque le Soleil est dans le Périgée de la Lune , alors la Lune est dans sa plus petite distance à la Terre dans les conjonctions , & dans sa plus

grande dans les oppositions ; & lorsque le Soleil est de côté & d'autre éloigné de 3 Signes de l'Apogée ou du Perigée de la Lune , alors la Lune est à égale distance de la Terre , soit qu'elle soit en conjonction ou en opposition.

Si l'on compare presentement les observations de M. Baert qui ont été faites lorsque le Soleil étoit près de l'Apogée & du Perigée de la Lune ou vers les moyennes distances , on trouve que les grandes & petites Marées tant dans les nouvelles & pleines Lunes s'accordent aux diverses distances de la Lune à la Terre , & que lorsque le Soleil est dans les moyennes distances , alors la hauteur des Marées est à peu près égale dans les conjonctions ou oppositions qui se suivent immédiatement.

Par exemple dans la pleine Lune qui est arrivée le 21 Mars 1701 , le Soleil étoit près de l'Apogée de la Lune ; sa distance à l'Apogée étant de  $0^s 17^d 16'$ . La Lune qui étoit alors en opposition étoit donc suivant nôtre Théorie près de la Terre , & par conséquent la Marée devoit être haute. En effet on observa le 26 Mars deux jours après la pleine Lune la hauteur du point fixe sur le niveau de la Mer de 4 pieds 3 pouces qui est une des plus grandes marées qui aient été observées.

Dans la nouvelle Lune suivante qui arriva le 8 Avril , la distance du Soleil à l'Apogée de la Lune étant de  $1^s 0^d 21'$  , la Lune étoit alors plus éloignée de la Terre que dans l'opposition précédente ; d'où il suit que la Marée devoit être plus basse comme on l'observa en effet , la hauteur du point fixe sur le niveau de la Mer ayant été trouvée le 10 Avril de 5 pieds 8 pouces. Il est vrai que suivant l'opinion commune , par laquelle on suppose que les plus grandes Marées arrivent près des Equinoxes , la hauteur de la Marée devoit être plus grande le 26 Mars que le 10 Avril , mais par la même raison dans la pleine Lune suivante du 22 Avril la distance de l'Equinoxe étant plus grande la Marée auroit dû être plus petite que le 10 Avril , au lieu qu'elle fut observée le 24 Avril plus haute de



de 1 pied 1 ponce que le 10 Avril, ce qui s'accorde à la situation de la Lune qui étoit plus éloignée de la Terre le 8 Avril que le 22. D'où l'on voit que les plus grandes & les plus petites Marées ont un plus grand rapport à l'éloignement de la Lune à la Terre, qu'aux distances du Soleil aux Equinoxes.

Pour faire cette comparaison avec plus de facilité, on a dressé la Table suivante, où l'on a marqué dans la première colonne les jours & heures des nouvelles & pleines Lunes; dans la 2<sup>e</sup>, le tems de la haute Mer observé à Dunquerque le jour des nouvelles & pleines Lunes; dans la 3<sup>e</sup>, le tems de la haute Mer calculé suivant la règle prescrite ci-dessus; dans la 4<sup>e</sup>, la hauteur du point fixe sur le niveau de la Mer dans le tems de la haute Mer. Dans la 5<sup>e</sup>, la distance du Soleil à l'Apogée de la Lune; dans la 6<sup>e</sup>, la distance de la Lune à la Terre dans les nouvelles & pleines Lunes par rapport à la distance moyenne que l'on suppose de 190000 parties; dans la 7<sup>e</sup>, le jour de la plus haute Marée; & dans la 8<sup>e</sup>, la hauteur du point fixe sur le niveau de la Mer.

On observera dans cette Table, que lorsque la distance du Soleil à l'Apogée de la Lune, est d'environ 3 ou 9 Signes; alors la hauteur de la Mer au jour de la plus haute Marée est à peu près égale tant dans les conjonctions que dans les oppositions.

A l'égard des plus petites Marées hors des nouvelles & pleines Lunes, elles n'arrivent pas ordinairement dans les quartiers de la Lune, mais un, deux, ou trois jours après; de sorte qu'on peut supposer qu'elles arrivent deux jours après le premier & le dernier quartier, de même que l'on a observé que les plus grandes Marées arrivent pour l'ordinaire deux jours après la nouvelle ou pleine Lune.

La plus petite Marée est arrivée le 8 Février 1702, la haute Mer étant alors 10 pieds 2 pouces au dessous du point fixe, & la plus grande Marée a été observée comme l'on a dit ci-dessus le 30 Novembre 1701, la haute Mer étant 3 pieds 2 pouces au dessous de ce point. Il y a donc

## T A B L E

DU TEMPS ET DE LA HAUTEUR DES MAREES  
dans les Nouvelles & Pleines Lunes à Dunquerque.

JOURS ET HEURES des Nouvelles & Pleines Lunes.		Temps de la haute Mer obser- vée.	Temps de la haute Mer calculé.	Hauteur du point fi- xe.	Distance du Soleil à l'A- pogée de la Lune.	Distance de la Lune à la terre dans les Co i & Opp.	Jour de la plus haute Marée	Hauteur de la Mer.
1701.		H. M.	H. M.	Pies-Pou.L.	S. D. M.			Pies-Pou.L.
☉ Le 24 Mars	à 8h 36'm.	11 45	12 1	4 11	0 17 16	93778	26 Mars.	4 3
☉ Le 8 Avril	à 10 54m.	12 21	11 56	5 11	1 0 21	105589	10 Avril.	5 8
☉ Le 22 Avril	à 5 16fo.	11 44	11 43	5 3			24 Avril.	4 7
☉ Le 8 May	à 1 42m.	12 35	12 15	6 2			11 May.	6 1
☉ Le 22 May	à 2 18m.	12 8	12 13	5 3			23 May.	5 1
☉ Le 6 Juin	à 2 28fo.	11 50	11 49	6 6			7 Juin.	6 0
☉ Le 20 Juin	à 0 26fo.	11 43	11 53	6 2	3 2 33	99713	21 Juin.	5 7 6
☉ Le 6 Juillet	à 0 58m.	12 9	12 16	5 10	3 16 2	98372	7 Juillet.	5 6
☉ Le 19 Juillet	à 11 50fo.	11 24	11 30	6 6			22 Juillet.	5 10
☉ Le 4 Aoust	à 10 15m.	11 48	11 57 $\frac{1}{2}$	5 7 6			6 Aoust.	4 9 6
☉ Le 18 Aoust	à 2 6fo.	12 2	11 50	5 10			22 Aoust.	5 1 6
☉ Le 2 Septemb.	à 6 5fo.	11 37	11 42	5 7 6			6 Sept.	3 10 6
☉ Le 17 Septemb.	à 5 56m.	12 24	12 6	6 1	5 18 10	106340	19 Sept.	5 3
☉ Le 2 Octobre	à 2 20m.	11 46	12 13	3 11	6 1 13	93460	2 Oct.	3 11
☉ Le 16 Octobre	à 11 24fo.	11 42	11 31	6 5			17 Octob.	4 0
☉ Le 31 Octobre	à 11 24m.	11 39	11 55	4 6 4			30 Octob.	3 10 6
☉ Le 15 Novemb.	à 5 4fo.	12 0	11 44	5 10			16 Nov.	5 6
☉ Le 29 Novemb.	à 10 11fo.	11 20 $\frac{1}{2}$	11 33 $\frac{1}{2}$	6 8			30 Nov.	3 2
☉ Le 15 Decemb.	à 10 16m.	11 55	11 57	6 11			17 & 18 D.	6 3
☉ Le 29 Decemb.	à 10 47m.	11 51 $\frac{1}{2}$	11 56	5 0			30 Dec.	3 7
1702.								
☉ Le 14 Janvier	à 1 12m.	12 9	12 16	5 6	9 4 37	100013	14 Janv.	5 6
☉ Le 28 Janvier	à 1 38m.	11 46	12 15	5 9	9 17 19	100477	30 Janv.	5 6
☉ Le 12 Fevrier	à 3 2fo.	11 32	11 48	6 2			13 Fev.	4 6
☉ Le 26 Fevrier	à 6 15fo.	11 57	11 41	5 6			27 & 28 F.	3 3
☉ Le 14 Mars	à 1 48m.	12 13 $\frac{1}{2}$	12 14	5 6			15 Mars.	4 6
☉ Le 28 Mars	à 11 7m.	12 10 $\frac{1}{2}$	11 56	5 10			30 Mars.	5 2
☉ Le 12 Avril	à 0 13fo.	11 45	11 53	4 3	11 22 55	83519	15 Avril.	3 10 $\frac{1}{2}$
☉ Le 27 Avril	à 3 49m.	12 47	12 10	5 11	0 5 52	106496	26 Avril.	5 4
☉ Le 11 May	à 4 59fo.	11 36	11 44	5 6			13 May.	4 4
☉ Le 26 May	à 8 27fo.	11 47	11 37	6 10			29 May.	6 4

eu à Dunquerque une difference de 7 pieds entre les plus grandes & les plus petites Marées qui ont été observées dans le tems de la haute Mer. Mais ce qu'il y a de remarquable, est que la hauteur des Marées qui arrive dans les quartiers de la Lune, paroît dépendre aussi des diverses distances de la Lune à la Terre; car l'on observe que la haute Mer est plus élevée lorsque la Lune est proche de la Terre, qu'elle est plus basse au contraire lorsqu'elle en est plus éloignée; & qu'elle est à peu près à la même hauteur dans le premier & dernier quartier lorsque la Lune se trouve à l'égale distance de la Terre.

Suivant la Théorie de la Lune, lorsque le Soleil est éloigné de 3 Signes de l'Apogée de la Lune ou environ, alors la Lune dans son premier quartier est dans le Perigée; & dans son dernier quartier dans l'Apogée; par conséquent la haute Mer doit être plus grande dans le premier quartier & plus basse dans le dernier quartier. Au contraire lorsque le Soleil est éloigné de l'Apogée de la Lune d'environ 9 Signes, alors la Lune dans son premier quartier est dans l'Apogée; & dans son dernier quartier dans le Perigée, par conséquent la haute Mer doit être plus basse dans le premier que dans le dernier quartier. Et lorsque le Soleil est dans l'Apogée ou dans le Perigée de la Lune, alors la Lune est à égale distance de la Terre, tant dans le premier que dans le dernier quartier; & par conséquent les Marées doivent être égales de part & d'autre.

On remarquera avec plus de facilité l'accord qu'il y a entre la hauteur des Marées dans les quadratures & les diverses distances de la Lune à la Terre, par le moyen de la Table suivante du tems & de la hauteur des Marées dans les Quadratures à Dunquerque.



## T A B L E

## DU TEMPS ET DES HAUTEURS DES MAREES

dans les Quadratures à Dunquerque.

JOURS ET HEURES des Quadratures.		Temps de la haute Mer obser- vé	Temps de la haute Mer calcu- lé.	Hauteur du point fi- xe.	Distance du Soleil à l'A- pogée de la Lune.	Distance de le Lune à la Terre dans les Quadrat.	Jour de la plus petite Marée.	Hauteur de la Mer.
1701.		H. M.	H. M.	Piés. Pou. L.	S. D. M.			Piés. Pou. L.
3.	Le 31 Mars à 6 <sup>h</sup> 32 <sup>m</sup> .	5 36	5 27	8 6			2 & 3 Avr.	9 2
1.	Le 16 Avril à 2 8 m.	5 40	5 36	9 3 6			17 Avril.	9 5
3.	Le 27 Avril à 10 25 fo.	4 44	4 55	8 1 6			1 May.	9 10
1.	Le 15 May à 9 6 m.	5 30	5 22	8 4 6			16 May.	8 8
3.	Le 29 May à 3 38 fo.	5 26	5 9	8 7			30 May	9 4
1.	Le 13 Juin à 2 26 fo.	5 7 $\frac{1}{2}$	5 11 $\frac{1}{2}$	7 7 4	2 26 40	97915	14 Juin.	7 11 2
3.	Le 28 Juin à 9 14 m.	5 16 m.	5 22	8 7 4	3 9 17	106250	30 Juin.	9 3
1.	Le 12 Juillet à 7 17 fo.	4 48 $\frac{1}{2}$	5 2	6 6 6			15 Juillet.	8 1 6
3.	Le 28 Juillet à 2 23 m.	5 20 $\frac{1}{2}$	5 36	8 8 2			29 Juillet.	9 0
1.	Le 11 Aoust à 1 14 m.	5 23	5 38	7 0 6			15 Aoust.	8 6
3.	Le 26 Aoust à 6 6 fo.	4 21	5 4	8 0 8			29 Aoust.	9 3
1.	Le 9 Sept. à 9 20 m.	5 39	5 22	5 7 6			11 Sept.	8 7
3.	Le 25 Sept. à 7 58 m.	5 18	5 24	9 2 6	5 25 8	102165	27 Sept.	10 1
1.	Le 8 Octob. à 8 47 fo.	4 51	4 59	7 0	6 6 30	102275	11 Octob.	9 7
3.	Le 24 Octob. à 7 50 fo.	4 43	5 1	8 5 6			26 Octob.	9 5
1.	Le 7 Novem. à 0 17 fo.	5 34	5 16	6 11			9 Nov.	9 1
3.	Le 23 Novem. à 6 0 m.	5 24 $\frac{1}{2}$	5 28	7 5			26 Nov.	8 4 6
1.	Le 7 Decem. à 7 31 m.	5 58	5 25	7 5			8 Dec.	9 6 6
3.	Le 22 Decem. à 8 48 fo.	5 15 $\frac{1}{2}$	4 59	7 6 8			23 Dec.	7 11
1702.								
1.	Le 6 Janvier à 5 47 m.	5 51	5 29	8 4 6	8 28 20	106425	5 Janv.	8 5
3.	Le 20 Janvier à 10 41 fo.	4 49	4 55	7 8	9 10 2	97717	20 Janv.	7 8
1.	Le 5 Fevrier à 2 34 m.	5 18	5 35 $\frac{1}{2}$	7 8			8 Fevr.	10 2
3.	Le 19 Fevrier à 6 33 m.	5 23	5 27	6 2			21 Fevr.	8 7
1.	Le 6 Mars à 10 24 fo.	4 33 $\frac{1}{2}$	4 55	9 2			8 Mars.	10 1
3.	Le 20 Mars à 3 47 fo.	4 35	5 9	7 10			22 Mars.	9 7
1.	Le 5 Avril à 2 9 fo.	4 57	5 12	5 2			8 Avril.	8 10
3.	Le 19 Avril à 3 39 m.	5 27 $\frac{1}{2}$	5 33	8 2	11 28 56	101725	20 Avril.	9 3
1.	Le 5 May à 1 59 m.	5 45 $\frac{1}{2}$	5 36 $\frac{1}{2}$	9 3 3	0 12 40	100856	5 May.	9 3 3
3.	Le 18 May à 4 4 fo.	5 17	5 10	8 4			19 May.	9 1 3

Si l'on considère présentement le retardement des Marées d'un jour à l'autre, on trouvera qu'il est sujet à beaucoup d'irrégularités, y ayant du 2 au 3 Avril 1701 un retardement dans la Marée du 1<sup>h</sup> 54', & du 15 au 16 Octobre une anticipation de 30' au lieu de quelque retardement qu'on y auroit dû observer. Ainsi il seroit difficile de donner des regles pour trouver à quelques minutes près le tems de la haute Mer à Dunquerque pour tous les jours donnés, de même qu'on l'a fait pour les jours de la nouvelle & pleine Lune.

On a d'abord examiné, si ces irrégularités avoient quelque analogie avec celles du mouvement vrai de la Lune, qui anticipe ou retarde à l'égard du moyen mouvement; mais ayant trouvé qu'elles étoient souvent d'un sens contraire, on a cherché ailleurs les causes de ces variations.

Pour cet effet nous avons comparé ensemble le tems de la haute Mer observé les jours des Quadratures & nous avons trouvé que le jour du premier & du dernier quartier de la Lune la haute Mer arrive à Dunquerque à peu près à la même heure du jour, de même que l'on observe que la haute Mer arrive à peu près à la même heure dans les nouvelles & pleines Lunes.

Entre 29 observations qui ont été faites dans les Quadratures, celle où la haute Mer a le plus accéléré est arrivée le 26 Aoust 1701 à 4<sup>h</sup> 31', & celle qui a le plus retardé est arrivée le 7 Decembre 1701 à 5<sup>h</sup> 58'. Ainsi il y a une variation dans le tems de la haute Mer au jour des Quadratures de 1<sup>h</sup> 27', plus grande seulement d'une minute que celle que l'on a observée dans les nouvelles & pleines Lunes que l'on a trouvée ci-dessus de 1<sup>h</sup> 26'.

Pour donner quelque regle de cette variation on suppose que le tems moyen de la haute Mer dans les Quadratures arrive à Dunquerque à 5<sup>h</sup> 6' du soir, & on ajoute ou ôte de ce tems 2 minutes pour toutes les heures que le tems de la Quadrature marqué dans quelques Ephemerides anticipe ou suit ce tems moyen de la haute Mer.

Par exemple le 31 Mars 1701 jour de la Quadrature, la haute Mer a été observée à Dunquerque à  $5^h 36'$  du soir. Le dernier quartier de la Lune est marqué ce jour-là dans la Connoissance des Temps à  $6^h 32'$  du matin. La différence entre  $6^h 32'$  du matin &  $5^h 6'$  du soir temps moyen de la haute Mer dans les Quadratures est de  $10^h 34'$ , auxquels il répond à raison de 2 minutes par heure 21 minutes, qui étant ajoutées à  $5^h 6'$  donnent  $5^h 27'$  pour le tems de la haute Mer du 31 Mars 1701 à 9 minutes près du tems qui a été observé.

Le tems moyen de la haute Mer arrivant à Dunquerque dans les nouvelles & pleines Lunes à  $11^h 54'$  du matin, & dans les Quadratures à  $5^h 6'$ , on a  $5^h 12'$  pour l'intervalle entre le tems des Marées depuis les nouvelles & pleines Lunes jusqu'aux Quadratures, qui est beaucoup plus court que depuis les Quadratures jusqu'aux nouvelles & pleines Lunes. Aussi on remarque un plus grand retardement d'un jour à l'autre dans les Marées qui suivent les Quadratures, que dans celles qui suivent les nouvelles & pleines Lunes, dont on peut attribuer la cause à ce que les Marées étant plus basses vers les Quadratures que vers les pleines Lunes, il faut que la Mer, qui augmente de hauteur d'un jour à l'autre à mesure qu'on s'approche de la nouvelle ou pleine Lune, emploie plus de tems pour surmonter la hauteur du jour précédent; au lieu que depuis les nouvelles & pleines Lunes jusqu'aux Quadratures, la Mer ne trouvant aucun obstacle & aidée par son propre poids, descend avec plus de vitesse, & rend par conséquent les intervalles entre les Marées plus courts.

Après avoir établi le tems de la haute Mer dans les nouvelles & pleines Lunes & dans les Quadratures; on a considéré toutes les observations des Marées faites à Dunquerque pendant l'espace de plus de 14 mois, & l'on a déterminé le tems moyen de la haute Mer pour tous les jours tant après les nouvelles & pleines Lunes qu'après les Quadratures.

On a aussi dressé des regles des variations auxquelles elles sont sujettes, ayant égard au tems des nouvelles & pleines Lunes & des Quadratures qui précédent le jour donné.

Suivant ces regles, entre 434 observations qui sont rapportées par M. Baert, il n'y en a que deux où le tems de la haute Mer déterminé par la regle, soit éloigné de 54 minutes d'heure de celui qui a été observé. Cette difference ne doit pas paroître trop grande si l'on considere toutes les irrégularités qui peuvent se rencontrer dans les observations; car l'on peut douter quelquefois d'une heure entiere dans la détermination du tems de la haute Mer, comme on le remarque par l'observation du 27 Février 1702 où la haute Mer fut observée d'abord à 0<sup>h</sup> 8' du soir. La Mer baissa ensuite de quelques pouces, & revint à 0<sup>h</sup> 57' à la même hauteur où elle avoit été 49 minutes auparavant; elle y resta jusqu'à 1<sup>h</sup> 10' du soir, & M. Baert détermina ce jour la haute Mer à 1<sup>h</sup> 7<sup>5</sup>/<sub>2</sub>.

Pour trouver avec facilité le tems de la haute Mer pour tous les jours donnés, on a dressé la Table suivante du retardement des Marées tant après les nouvelles & pleines Lunes qu'après les Quadratures. On a marqué dans cette Table les Marées de douze heures en douze heures, afin de pouvoir trouver les Marées du matin & du soir.

On trouvera par le moyen de cette Table & des Regles suivantes, le vrai tems de la haute Mer à Dunquerque pour tous les jours donnés, dont les Pilotes pourront se servir pour choisir les tems les plus propres pour entrer dans le Port de Dunquerque ou pour en sortir.

<i>11<sup>h</sup> 54' Temps moyen de la haute Mer à Dun- querque le jour des nou- velles &amp; pleines Lunes.</i>	<i>5<sup>h</sup> 6' Temps moyen de la haute Mer à Dunquer- que le jour des Quadra- tures.</i>
---	---

**TABLE DU RETARDEMENT  
des Marées.**

Jours & heu- res après la nouvelle ou pleine Lune.		Retardement des Marées.		Diff.	Jours & heu- res après le premier ou dern. quart.		Retardement des Marées.		Diff.
Jou.	Heu.	Heur.	Min.	Min.	Jou.	Heu.	Heur.	Min.	Min.
0	0	0	0	26	0	0	0	0	32
	12	0	26			12	0	32	
1	0	0	50	24	1	0	1	8	36
	12	1	11	21		12	1	49	41
2	0	1	30	19	2	0	2	32	43
	12	1	48	18		12	3	11	39
3	0	2	6	14	3	0	3	44	33
	12	2	24	18		12	4	14	30
4	0	2	42	19	4	0	4	40	26
	12	3	1	20		12	5	4	24
5	0	3	21	20	5	0	5	28	24
	12	3	41	21		12	5	50	22
6	0	4	2	19	6	0	6	12	22
	12	4	21	18		12	6	34	22
7	0	4	39		7	0	6	54	20

**P R E M I E R E R E G L E.**

*Trouver à Dunquerque le temps de la haute Mer pour les  
jours de la nouvelle & pleine Lune & des Quadratures.*

Cherchez dans quelques Ephemerides , comme la Con-  
noissance des Temps , l'heure de la nouvelle ou pleine  
Lune & des Quadratures , & prenez la difference entre  
cette heure & le temps moyen de la haute Mer marqué  
à Dunquerque pour le jour de la phase. Doublez cette  
difference , & vous aurez le nombre des minutes qu'il faut  
ajouter au temps moyen de la haute Mer , si l'heure de  
la phase anticipe le temps moyen de la haute Mer ; &  
qu'il



qu'il faut retrancher au contraire, si cette heure suit le tems de la haute mer : & vous aurez le vrai tems de la haute mer pour le jour de la nouvelle ou pleine Lune ou des Quadratures.

## I. E X E M P L E.

On cherche le tems de la haute mer le jour de la pleine Lune d'Avril de l'année 1701.

On trouvera dans la Connoissance des Tems, que la pleine Lune est arrivée le 22 Avril à  $5^h 16'$  du soir. La difference entre  $5^h 16'$  du soir, heure de la pleine Lune, &  $11^h 54'$  du matin, tems moyen de la haute mer dans les nouvelles & pleines Lunes à Dunquerque marqué dans la Table, est de  $5^h 22'$ , dont le double qui est  $10^h 44''$  ou  $11'$  est le nombre des minutes qu'il faut retrancher de  $11^h 54'$  à cause que l'heure de la pleine Lune suit le temps de la haute mer, & on aura le vrai temps de la haute mer du 22 Avril à  $11^h 43'$  du matin. M. Baert l'a observé ce jour-là à  $11^h 44'$ .

## I I. E X E M P L E.

On cherche le temps de la haute mer le jour du premier quartier de la Lune du mois d'Avril 1701.

On trouvera dans la Connoissance des Tems, que le premier quartier de la Lune est arrivé le 16 Avril à  $2^h 8'$  du matin. La difference entre cette heure &  $5^h 6'$  du soir, tems moyen de la haute mer à Dunquerque dans les Quadratures, est  $14^h 58'$  dont le double qui est 30 est le nombre des minutes qu'il faut ajouter à  $5^h 6'$ , à cause que l'heure de la Quadrature anticipe le tems moyen de la haute mer, & on aura le vrai Tems de la haute mer du 16 Avril à  $5^h 36'$  du soir.

M. Baert l'a observé ce jour-là à  $5^h 40'$ .

## S E C O N D E R E G L E.

*Trouver à Dunquerque le tems de la haute Mer pour tous les jours donnés.*

Cherchez d'abord par la premiere Regle le tems de la haute mer pour le jour de la nouvelle ou pleine Lune,

*Mem. 1710.*

V u

ou de l'une des Quadratures, qui précède immédiatement le jour donné. Ajoûtez-y le retardement des marées qui convient à la différence entre le jour donné & le jour de la phase précédente, & vous aurez le tems de la haute mer pour le jour cherché. Pour trouver le temps de la haute mer, qui précède ou qui suit immédiatement celle qu'on a trouvée, il faudra retrancher ou ajoûter la différence qui convient à 12 heures.

## I. E X E M P L E.

On cherche l'heure de la haute mer le 26 Mars de l'année 1701.

On trouve dans la Connoissance des Tems que la phase qui a précédé immédiatement le 26 Mars est la pleine Lune qui est arrivée le 24 Mars à  $8^h 36'$  du matin. La différence entre  $8^h 36'$  du matin, &  $11^h 54'$  tems moyen de la haute mer à Dunquerque est  $3^h 18''$ , dont le double  $6^h 36''$  étant ajoûté à  $11^h 54'$  donne le tems de la haute mer à Dunquerque le 24 Mars jour de la pleine Lune à  $12^h 1'$ . Ajoûtez-y  $1^h 30''$  qui est le retardement des marées qui convient à deux jours après la pleine Lune, & vous aurez le tems de la haute mer le 26 Mars 1701 à  $1^h 31'$  du soir précisément, de même qu'il a été observé par M. Baert.

Pour trouver le tems de la haute mer qui est arrivée le matin, prenez la différence entre  $1^h 30''$  &  $1^h 14'$  qui est  $19'$ , qui étant retranchée de  $1^h 31'$  tems de la haute mer le 26 Mars au soir, donne  $1^h 12'$  pour le vrai tems de la haute mer le matin du 26 Mars.

## II. E X E M P L E.

On cherche l'heure de la haute mer le 6 Avril de l'année 1701.

On trouve dans la Connoissance des Tems que le 3<sup>e</sup> quartier de la Lune, qui est la phase qui précède immédiatement le jour donné, est arrivé le 31 Mars 1701 à  $6^h 32'$  du matin.

La différence entre  $6^h 32'$  du matin, tems du dernier quartier, &  $5^h 6'$  du soir tems moyen de la haute mer

à Dunquerque dans les quadratures est  $10^h 34'$ , dont le double  $21' 8''$  étant ajouté à  $5^h 6'$  à cause que l'heure du 3<sup>e</sup> quartier est avant  $5^h 6'$ ; on aura le temps de la haute mer à Dunquerque le 31 Mars 1701 jour du dernier quartier à  $5^h 27'$  du soir. Prenez la différence entre le 31 Mars jour du 3<sup>e</sup> quartier & le 6 Avril, qui est de 6 jours auxquels il répond dans la Table du retardement des marées  $6^h 12'$ , qui étant ajoutées à  $5^h 27'$  donne le temps de la haute mer à Dunquerque le 6 Avril 1701 à  $11^h 39'$  du soir.

Pour trouver le temps de la haute mer qui est arrivée le matin, prenez la différence entre  $6^h 12'$  &  $5^h 50'$  qui est  $22'$ , qui étant retranché de  $11^h 39'$  tems de la haute mer le 6 Avril au soir, donne  $11^h 17'$  pour le vrai tems de la haute mer le matin du 6 Avril. M. Baert l'a observé ce jour-là à  $11^h 21'$  du matin.

### TROISIEME REGLE.

*Trouver dans un mois donné à Dunquerque le tems des plus grandes marées qui sont les plus propres pour entrer ou sortir du Port.*

Cherchez par la Regle précédente l'heure de la haute mer, qui arrive deux jours après la nouvelle & la pleine Lune de ce mois, & vous aurez l'heure cherchée.

#### E X E M P L E.

La pleine Lune du mois de Mars étant arrivée le 24 à  $8^h 36'$  du matin, on cherchera par la 2<sup>e</sup> Regle le tems de la haute mer du 26 Mars qu'on a trouvé dans le 1. Ex. devoir arriver à  $1^h 31'$  du soir. M. Baert a observé ce jour-là la haute mer à  $1^h 31'$  du soir, la marée étoit plus haute ce jour-là que les jours précédens & suivans.

## QUATRIEME REGLE.

*Trouver le jour & l'heure de la plus grande marée qui doit arriver dans un mois donné.*

Venez par le moyen des Tables Astronomiques le diamètre de la Lune pour le jour de la nouvelle & pleine Lune. Si le diamètre de la Lune est plus grand le jour de la nouvelle Lune, la marée sera la plus haute du mois donné deux jours après la nouvelle Lune. Si le diamètre de la Lune est plus grand le jour de la pleine Lune, la marée sera la plus haute du mois proposé deux jours après la pleine Lune.

## E X E M P L E.

On cherche la plus grande marée du mois d'Avril 1701. On trouve par les Tables le diamètre de la Lune le 8 Avril jour de la nouvelle Lune de  $14' 53''$ , & le 22 Avril jour de la pleine Lune de  $16' 24''$ . Donc la plus grande marée du mois d'Avril doit arriver le 24 de ce mois, comme il résulte des observations de M. Baert.

## CINQUIEME REGLE.

*Trouver le jour & l'heure de la plus petite marée qui doit arriver dans un mois donné.*

Cherchez dans des Tables Astronomiques le diamètre de la Lune pour le jour du premier & du dernier quartier. Si le diamètre de la Lune est plus petit le jour du premier quartier, la marée sera la plus petite du mois donné deux jours après le premier quartier. Si le diamètre de la Lune est plus petit le jour du dernier quartier, la marée sera la plus petite du mois donné.

## E X E M P L E.

On cherche la plus petite marée du mois de Juin 1701. On trouve par les Tables le diamètre de la Lune le 13 Juin jour du premier quartier de  $16' 6''$ , & le 28 Juin jour du dernier quartier de  $14' 47''$ . Donc la plus petite ma-

rée du mois de Juin 1701 a dû arriver le 30 de ce mois , conformément aux observations de M. Baert.

## O B S E R V A T I O N S

*Sur une espece de Talc qu'on trouve communément proche de Paris au-dessus des bancs de pierre de plâtre.*

PAR M. DE LA HIRE.

**L'**Une des pierres transparentes des plus curieuses que nous ayons & qui peut donner plus d'exercice aux Physiciens pour rendre raison de ses effets, est celle qu'on appelle communément le *Cryстал d'Islande*. C'est une pierre fort transparente & bien plus claire que le plus beau verre ; mais on pourroit l'appeller bien plus justement un Talc qu'un Cryстал, pour les raisons que nous dirons ensuite. C'est à M. Erasme Bartholin célèbre Mathématicien Danois qu'on est redevable de la découverte de cette pierre, puisqu'il a été le premier qui en ait donné une connoissance au public, dans un Livre qu'il a composé à ce sujet, lequel est imprimé à Copenhague & à la Haye en 1670. M. Hugen s'est aussi fort étendu sur les propriétés de cette pierre dans son Traité de la Lumière imprimé à Leide en 1690.

1710.  
19. Juillet.

Comme je me suis trouvé entre les mains deux morceaux fort gros de cette pierre, j'ai voulu l'examiner par un très-grand nombre d'expériences & en différentes manières, tant pour ma propre satisfaction, que pour vérifier ce qui en a été rapporté par ces Messieurs qui l'ont considérée avant moi.

Ce n'est pas sans raison qu'on peut appeller cette pierre plutôt un *Talc* qu'un *Cryстал*, puisqu'une de ses principales propriétés est de se fendre assez facilement en tous sens, mais toujours parallèlement à l'une des six faces

qui en forment la figure, laquelle est toujours un parallelepiped obliqu'angle, & par conséquent tous les fragmens seront des parallelepipeds dont les huit angles solides qui sont de deux especes, seront semblablement posés dans les plus petits morceaux comme dans les plus gros.

Les six faces qui forment ce corps sont des parallelogrammes obliqu'angles, & dont les deux angles obtus opposés sont chacun de 101 degré & 30 minutes, & par conséquent les deux autres qui en doivent être les supplémens, sont chacun de 78 degrés 30 minutes. C'est ce que m'ont donné mes observations.

Il y a dans ce parallelepiped deux angles solides seulement, qui sont opposés & qui sont formés par trois des angles obtus des faces; les six autres sont chacun compris par un des angles obtus & par deux des aigus; car il y a en tout 12 angles obtus égaux entr'eux, & 12 angles aigus aussi égaux entr'eux.

Les inclinaisons des faces sont deux especes d'angles dont il y a six obtus & chacun de 105 degrés, & six d'aigus de 75 degrés chacun qui sont les supplémens des autres. Ces mesures sont un peu différentes de celles de M. Bartholin & de M. Hugen, ce qui peut venir de la difficulté qu'on a pour en faire les observations avec exactitude, à cause que les angles aigus n'y sont pas aussi bien terminés que les obtus.

Voilà ce qui regarde la figure de cette pierre; mais ce qu'elle a de plus considerable, c'est de doubler tous les objets qu'on regarde au travers de deux de ses faces paralleles quelles qu'elles puissent être, & la distance entre les deux images apparentes d'un même objet, est d'autant plus grande que les faces sont plus éloignées l'une de l'autre, ou que le Crystal est plus épais. Cette apparence est plus sensible, si l'objet est un point ou une ligne noire marquée sur la face de la pierre.

Ce n'est pas seulement la duplicité de l'objet qu'on doit considerer dans cette pierre, mais c'est encore la

manière dont elle se fait , qui est partout dans la ligne qui passe par l'objet , laquelle est parallele à celle qui divise en deux également l'angle obtus de la face où cet objet est marqué.

Cette image double d'un même objet fait connoître qu'il se fait nécessairement une double refraction dans ces corps ; aussi on y en observe deux distinctes & différentes l'une de l'autre. La première qui lui est commune avec celle qu'on remarque dans tous les corps transparents , qui dépend de l'inclinaison que fait le rayon incident avec la ligne qui est perpendiculaire à la face du corps où se fait la refraction : la seconde qui est propre à ce Crystal , & qui vient d'une autre inclinaison que fait le rayon incident avec une autre ligne assez inclinée à la même face. D'où il suit que si le rayon incident est joint avec une de ces lignes , il ne souffrira point la refraction qui dépend de cette ligne , mais il souffrira celle qui dépend de l'autre , & par conséquent il y aura toujours une double image de l'objet comme dans toutes les autres inclinaisons.

J'ai fait aussi plusieurs expériences que j'ai repetées en bien des manieres, lesquelles m'ont fait connoître que dans la première des deux refractions de ce Crystal , le sinus de l'angle d'incidence dans l'air étoit au sinus de l'angle rompu dans ce corps , comme 5 à 3 , ce qui marque que ce corps , quoique fort tendre , fait cette refraction plus grande que celle du verre , qui est comme  $4\frac{1}{2}$  à 3 , & qui est beaucoup plus dur.

Pour ce qui est de la seconde refraction qui est propre à ce corps & qui double l'objet , M. Bartholin croyoit qu'elle dépendoit d'une ligne ou rayon qui étoit toujours parallele aux arêtes des faces qui sont aux côtés de celles où se fait la refraction ; mais M. Hugens dit que cette ligne n'est pas parallele à ces arêtes ; pour moi l'ayant examiné avec grande attention & en plusieurs manieres , j'ai trouvé que cette ligne étoit plus perpendiculaire à la surface du Crystal d'un degré , ce qui est peu de

chose dans des recherches aussi délicates que sont celles-là ; & enfin j'ai remarqué que les sinus des angles d'incidence dans l'air par rapport à cette ligne & dans cette seconde refraction, étoient au sinus des angles rompus, à très-peu près comme  $4\frac{1}{2}$  à 3 , ce qui est comme celle du verre de 3 à 2.

On remarquera que l'image de la seconde refraction paroît toujours plus basse que celle qui vient de la première, dont il est facile de rendre raison par les regles de Dioptrique & suivant ces différentes refractions ; & pourquoy chacune des images doublées ne paroît à peu près que de la moitié de la force de ce qu'elle devroit paroître si on la regardoit sans aucun corps entré deux ; c'est-pourquoy quand les parties des deux images se couvrent l'une l'autre, comme il arrive en un certain sens à un trait noir tracé ou appliqué contre le Crystal, cet endroit paroît deux fois plus fort que partout ailleurs.

L'examen que j'ai fait de ce Talc d'Islande m'a engagé à considérer avec attention celui que nous avons en ces quartiers-ci ; & qui se trouve communément au-dessus des bancs de pierre de plâtre ; car il ne faut pas négliger ce qui nous est familier & qui paroîtroit fort curieux dans un pays étranger, pour donner seulement toute nôtre attention à ce qui nous vient de loin.

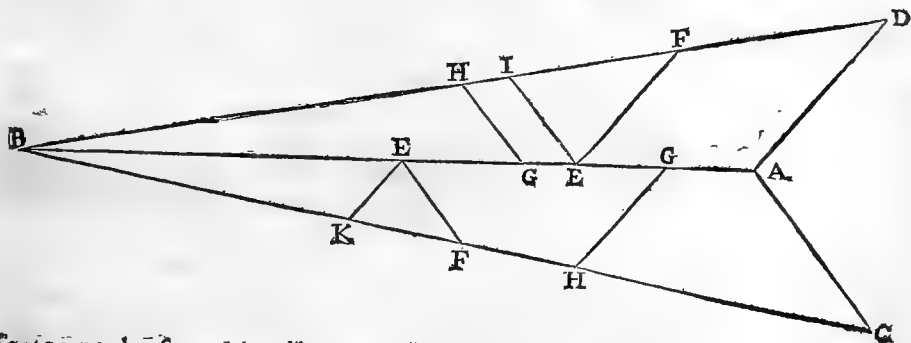
Ce Talc de plâtre est une pierre transparente qui a beaucoup de rapport au Talc qui nous vient du Levant ; mais sa figure naturelle est tout à fait singuliere , & elle est toujours la même dans tous les morceaux que nous envoyons. Le plus grand rapport qu'il ait avec le véritable Talc, c'est qu'il se peut fendre en lames ou feüilles très-déliées ; mais les feüilles du nôtre sont plus petites & bien plus cassantes que celles du Talc ordinaire , mais les lames n'en sont pas moins transparentes.

On trouve ordinairement une infinité de morceaux de cette pierre, qui sont de mediocre grosseur, dans un banc d'une terre grasse & blanche qui est au-dessus des masses de la pierre dont on fait le plâtre, & ces morceaux



ceaux ne conservent aucun ordre dans cette terre où l'on connoît qu'ils se sont formez, ni même aucune disposition uniforme, mais ils y sont semés comme au hasard, & plusieurs tiennent presque les uns aux autres, n'en étant séparés que par quelque peu de la terre grasse où ils sont.

La figure de ce Tale est à peu près semblable à un fer de fleche, comme on la voit ici en *ABCD* qui en repre-



sente une des faces; car il y en a toujours deux qui sont paralleles entr'elles, & selon lesquelles la pierre se peut fendre en lames; il y a aussi une de ces faces qui est plus grande que l'autre. On en trouve des morceaux de 12 & 15 pouces de long qui sont tous fourchus par l'un des bouts qui est le plus large, comme on le voit en *CAD*, & l'autre extrémité vers *B* se termine en pointe; l'épaisseur est d'un pouce environ dans les morceaux de mediocre grosseur. C'est au travers des deux faces paralleles qu'on voit les objets assez clairement, au moins dans les morceaux qui sont nets & blancs, car il s'en trouve plusieurs qui tirent sur un jaune roussâtre.

Chaque morceau est divisé naturellement en deux suivant sa longueur, comme on le remarque sur la face par la ligne droite *AB* qui va de la fourche *A* à la pointe *B*, & le plan qui les separe est perpendiculaire aux faces. Ces deux pieces se touchent pour l'ordinaire immé-

diatement, n'étant distinguées l'une de l'autre que par l'inégalité de la matiere qui se rencontre en cet endroit-là, où il se trouve aussi quelquefois un peu de la terre où se forme ce Talc, mais ce n'est que par quelques intervalles. On trouve aussi sur les côtés & en quelques endroits une espèce de croute d'une pierre fort dure.

Les côtés extérieurs qui terminent cette pierre ne sont pas pour l'ordinaire des angles droits avec les faces, mais un angle aigu du côté de la face la plus large de 75 degrés & son supplément de l'autre côté, & c'est ce qui fait que les deux faces ne sont pas de même grandeur dans chaque morceau. Les côtés de cette pierre ne sont point polis naturellement, n'étant formés que par les extrémités de chaque lame qui sont toujours couvertes d'une petite croute jaunâtre, aussi l'on ne peut appercevoir les objets que fort confusément au travers de ces côtés, à moins que d'ôter cette croute & y mettre quelque vernis, ce qui est fort difficile à executer, à cause du peu de liaison qu'il y a entre chaque lame, ce qui se voit fort bien par de petites fêlures qui regnent dans la longueur de ces côtés.

Il arrive quelquefois qu'une des pointes de la fourche est un peu séparée de son morceau, auquel elle n'est jointe qu'assez irrégulièrement par un peu de la terre grasse qui est autour, & quand on la sépare entièrement, on trouve que ces pointes sont seulement adherentes au reste par des portions de lames épaisses d'une ligne environ qui avancent plus ou moins dans le corps de la pierre, & qui y sont liaison, comme parlent les Maçons

Quand on a enlevé quelques lames brutes qui sont sur la surface de ces morceaux de Talc, on y apperçoit distinctement des traits comme *EF* qui vont de la ligne du milieu *AB* vers l'extérieur ou les bords, tant d'un côté que d'autre, lesquelles font avec la ligne du milieu *AB* un angle aigu *AEF* vers la fourche *A* de 60 degrés à très-peu près. On y remarque encore d'autres lignes comme *GH*, qui vont aussi du milieu vers les bords, &

qui font un angle aigu  $BGH$  vers la pointe  $B$  de 50 degrés, enforte que l'angle aigu que font ces deux lignes quand elles se rencontrent est de 70 degrés.

Aussi arrive-t'il toujours que lorsqu'on fend ce Talc en des lames très-minces, ce qui ne se peut faire qu'avec un couteau fort tranchant en commençant par l'exterieur dont on doit ôter auparavant la petite croute qui y est, la plupart de ces lames se rompent en figures triangulaires dont les angles sont toujours de 50, de 60 & de 70 degrés, ce qui est très-singulier dans cette pierre. On voit aussi quelques fragmens de ces lames minces qui ont la figure d'un parallelogramme qui est composé de deux de ces triangles joints ensemble.

On peut conjecturer delà assez vrai-semblablement que la masse de ces deux morceaux de Talc n'est composée que de lames très-déliées & qui ne sont pas fort attachées les unes aux autres, & que chacune de ces lames est formée par de petites lames triangulaires qui en sont les élémens, lesquelles sont fortement collées ensemble par leurs côtés, ce qui fait qu'elles ont beaucoup de fermeté, quoiqu'elles soient terminées. Chacun de ces petits triangles élémentaires ayant trois angles aigus & inégaux de 50, 60 & 70 degrés, comme on le voit dans les morceaux de ces lames qui se rompent, lesquelles ne sont que des assemblages de ces mêmes triangles élémentaires qui forment des triangles semblables à leurs élémens; car ces lames qui sont assez cassantes, donnent toujours ces mêmes angles quand on les rompt.

Si les côtés de ces triangles élémentaires ne sont pas un angle droit avec leurs faces, mais de 75 degrés d'un côté & son supplément de l'autre, ce qu'on ne sçauroit observer, il arrivera aussi qu'en se joignant ensemble dans un même ordre, tout le côté du morceau qu'ils formeront aura cette inclinaison avec la face, ce qu'on observe très-bien.

La difference des angles des triangles élémentaires fera aussi que suivant leurs differens arrangemens en for-

mant les lames, les côtés de ces lames seront paralleles à la ligne du milieu, ou bien inclinés de 10 degrés à cette ligne, ce qui forme aussi la pointe des morceaux dont les faces sont toujours inclinées à la ligne du milieu de 10 degrés de chaque côté quand ils leur sont inclinés, ce qui arrive presque partout. Car l'angle  $AEF$  étant toujours de 60 degrés, & l'angle  $BGH$  ou  $BEI$  ou  $BEK$  de 50, l'angle  $FEI$  ou  $FEK$  fera necessairement de 70; & si le triangle  $FEI$ , qui doit avoir son angle  $FEI$  de 70 degrés, a son angle  $EFI$  de 60 degrés, & par conséquent l'autre  $EIF$  de 50, il s'ensuivra que le côté  $FI$  sera parallele à  $AB$ . Mais si l'angle  $EFI$  ou  $EFK$  est de 50 degrés & l'autre  $EKF$  de 60, la ligne  $FK$  fera avec la ligne du milieu  $AB$  vers  $B$  un angle de 10 degrés, & c'est ce qu'on voit ordinairement. Ces deux cas peuvent arriver dans la premiere formation des lames, les triangles comme  $FEK$  prenant une situation renversée, l'angle en  $E$  demeurant toujours le même. Et comme on peut croire qu'avant que les lames fussent formées, leurs élémens triangulaires nageoient dans une matiere, qui ayant un mouvement les rangeoit les uns à côté des autres dans un certain ordre où ils se plaçoient par rapport à leur figure, il est arrivé que les côtés de ces lames ont pû être inclinés l'un à l'autre d'un angle de 10 degrés; car je ne considere ici que la moitié d'une lame entiere qui est toujours divisée en deux par une ligne comme  $AB$ : mais enfin si dans cette formation des lames il est arrivé par quelque cas particulier qu'un seul de ces élémens ait pris une position differente, les autres qui se sont accommodés à celui-là par le mouvement du liquide où ils étoient, ont disposé les côtés de la lame à être paralleles entr'eux.

C'est dans la premiere formation de ces lames qui s'est faite d'abord qu'elles ont pris une fermeté considerable, leurs élémens s'étant joints les uns aux autres par leurs côtés: mais alors toutes ces lames ayant encore entr'elles une matiere liquide qui n'a pû se dissiper ou s'échaper.

qu'avec le tems, les lames n'on pû se joindre très-forre-  
ment les unes aux autres par leur superficie, enforte que  
pour peu de matiere étrangere qui soit restée entre-deux,  
on aura toujours beaucoup plus de facilité à separer les  
lames des morceaux de ce Talc, lesquelles paroissent aussi  
separées les unes des autres, qu'à rompre ces mêmes mor-  
ceaux de travers, car ils ont une très-grande fermeté en  
ce sens-là, ce qui peut venir encore de ce que chaque trian-  
gle élémentaire d'une lame supérieure ne répond pas exa-  
ctement à ceux de la lame inferieure.

Pour ce qui est de la fourche  $CAD$ , voici ce que j'y  
ai observé & comme je pense qu'elle auroit pû se for-  
mer. L'angle de ces cornes, comme  $ACH$  ou  $ADH$  est  
ordinairement de 50 deg. qui est le plus petit des trois  
angles des élémens; & si le côté extérieur du morceau  
fait avec la ligne du milieu un angle de 10 degrés vers  
la pointe, il s'ensuit que l'angle de la fourche  $CAD$  doit  
être de 120 degrés, & c'est aussi à peu près ce qu'on y  
observe, car pour l'ordinaire elle n'est pas distincte. On  
remarque aussi en quelques morceaux de ce Talc que les  
cornes sont séparées du corps du morceau par un peu  
de la terre grasse qui est autour, ce qui a pû arriver dans  
le tems de la formation, & cette séparation n'est pas re-  
guliere, car il y a plusieurs couches épaisses d'une ligne  
environ qui s'avancent plus ou moins, & qui tendent à se  
joindre au morceau, en conservant la figure naturelle des  
angles des superficies.

Pour ce qui est de la formation des cornes, je dis que  
s'il s'est rencontré quelque corps étranger vers  $A$  qui ait  
empêché les deux triangles élémentaires qui devoient  
s'y placer de se joindre à ceux des côtés, alors la liaison  
entre les deux parties des lames étant interrompue dans  
cet endroit, le reste a dû achever de se former & se ter-  
miner dans la pointe de la corne par des lignes paralle-  
les à  $EF$  d'un côté & d'autre en  $AC$  & en  $AD$ ; car la  
figure naturelle des triangles élémentaires en se joignant  
formera toujours des triangles semblables aux élémens.

Tout ce que j'ai dit jusqu'ici des mesures des angles qui se remarquent dans ce Talc, c'est seulement ce que j'y ai trouvé de plus général ; car il s'y rencontre plusieurs irregularités qui peuvent avoir été causées dans le tems de la formation, par des parties & par des corps étrangers qui ont détourné les triangles élémentaires, & qui leur ont fait prendre à l'exterieur seulement des figures différentes de celles qui doivent naître de l'assemblage des élémens, sans qu'on puisse l'appercevoir dans ce corps, à cause de la petitesse de ces élémens, comme on le voit par des côtés un peu en ligne courbe, par quelques angles un peu plus petits ou plus grands que ceux des élémens, & alors ces côtés doivent avoir de petits redents dont on en apperçoit quelques uns dans les fractures irregulieres des lames ; & enfin on voit des morceaux de ce Talc qui en ont d'autres attachés par leurs côtés, quelques-uns ont leur pointe qui s'allonge en parallelepipede seulement d'un côté, d'autres où vers la pointe il s'est formé un autre morceau semblable à l'ordinaire & qui lui est opposé, & enfin mille varietés de cette nature qui ne sont, pour ainsi dire, que des jeux de cette formation.

Après avoir examiné la figure de ce Talc, j'ai fait toutes les observations nécessaires pour en reconnoître les refractions. Je les ai considérées d'abord entre les deux faces paralleles qui est le seul endroit par où cette pierre est naturellement transparente, & dans des plans perpendiculaires à ces faces, comme on fait ordinairement pour mesurer la refraction ; & de plus dans tous les sens differens, comme suivant sa longueur par le milieu de la pointe vers la fourche, dans sa longueur suivant le côté, & dans sa largeur, perpendiculairement à la ligne du milieu & aux côtés, & j'ai trouvé partout & dans tous les differens angles d'inclinaison que le sinus de l'angle d'incidence dans l'air étoit au sinus de l'angle rompu dans le corps, comme 5 à  $3\frac{1}{2}$ , qui est la même que celle de l'air dans le verre de 3 à 2 ; & cette refra-

ation est aussi la même que celle qui est particulière au Crystal d'Islande, ce qui mérite d'être considéré avec attention.

Enfin ayant séparé un des morceaux de ce Talc en deux par le plan qui en divise la longueur & qui est perpendiculaire aux faces, j'ai examiné aussi quelle étoit la refraction par le côté au travers de son épaisseur, & cette refraction se faisant dans un plan parallèle aux faces, ce qu'on ne peut pas faire quand les deux moitiés sont jointes ensemble à cause de la trop grande épaisseur, & que le milieu où est la séparation n'est pas assez net. Mais ayant dressé ce milieu, & l'ayant frotté ou enduit d'un peu d'eau de gomme, comme aussi le bord extérieur qui n'est pas poli, pour pouvoir appercevoir au travers un corps noir, j'ai remarqué que la refraction en ce sens-là étoit aussi la même que la précédente de 5 à  $3\frac{1}{2}$ .

Mais n'étant pas encore content de toutes ces observations, j'ai voulu voir si les fentes ou selures qu'on aperçoit par le côté de cette pierre, ne produiroient point quelque effet particulier, & pour le faire plus sensiblement j'ai appliqué un fil de fer suivant la longueur de ces fentes, & en regardant au travers du Talc, son image me paroissoit en deux endroits différens ou beaucoup plus large qu'elle n'étoit en effet, avec un espace plus clair entre-deux, ce qui est une espèce de duplication de refraction; & faisant mouvoir doucement ce fil de fer & toujours suivant la longueur des fentes, je voyois son image comme sautant d'une place à une autre & toujours doublée. Pour rendre ces observations plus sensibles à cause que ce Talc est fort trouble par le côté, il faut l'exposer fort proche de la lumière d'une chandelle, & appliquer le fil de fer tout contre le corps.

Il faudroit maintenant apporter des raisons physiques de tous ces effets, non seulement pour cette espèce de Talc, mais aussi pour celui d'Islande auquel il a beaucoup de rapport, ce qui serviroit pour expliquer ceux de

la plupart des autres corps transparens, comme du Diamant, du Crystal de roche, de l'Alun & d'autres, lesquels se forment naturellement & suivant toutes les apparences, d'un assemblage d'elemens tous semblables entr'eux qui en determinent leur figure; mais cette recherche me meneroit trop loin, c'est pourquoi je la reserverai pour un autre Memoire.

On trouve encore à Passy proche de Paris aux environs de la Fontaine des Eaux minerales, de petits morceaux d'un Talc qui est de la même espece que celui des Carrieres de plâtre, car il se peut fendre de même par lames très minces; il est fort clair & fort transparent, & l'on voit qu'il est formé des mêmes elemens triangulaires que celui de plâtre; mais la figure de ses deux faces qui sont paralleles & suivant laquelle il se peut fendre, est un parallelogramme qui a deux angles aigus de 50 degrés chacun.

Les côtés de ce Talc sont avec les faces d'un côté & d'autre de chaque face des angles de 125 degrés environ; car il est difficile de les mesurer exactement à cause que les faces des côtés ne sont pas unies, n'étant formées que par les extremités des lames qui y font des inégalités suivant la longueur de ces côtés.

Ce qu'il y a de particulier à ce Talc, c'est qu'il fait un angle saillant de 110 degrés à peu près vers le milieu de son épaisseur des deux côtés, en sorte que sa figure seroit un parallelepipedé à six faces, si les deux extremités ou bases étoient planes, mais elles font aussi un angle saillant vers le milieu de 140 degrés environ.

Pour ce qui est de la mesure des refractions de ce Talc; je n'ai pas pu en faire des observations exactes à cause que les morceaux en sont trop petits, & je n'ai point remarqué que les objets parussent doubles en les regardant au travers des faces paralleles.

M. Newton rapporte dans son Optique ses observations sur le Crystal d'Irlande, avec des raisons fort recherchées de ses effets.



## OBSERVATIONS

*Sur la variation de l'Aiguille par rapport à la Carte de M. Halley : Avec quelques Remarques Geographiques faites sur quelques Journaux de Marine.*

PAR M. DE LISLE.

**L** E R. P. Gouye m'ayant communiqué huit Journaux faits par des Pilotes qui ont conduit des Vaisseaux de France en Terre-neuve & aux Isles de l'Amerique, j'en ai tiré ce qui m'a paru de plus utile à la Navigation & à la Geographie; & ayant eu d'ailleurs communication de deux autres Journaux, l'un de M. Hebert Envoyé du Roy aux Indes, & l'autre de M. Bigot de la Canté Lieutenant en second sur le Vaisseau du Roy la Sphere aux Côtes de Guinée & à la Riviere de la Plate; j'ai crû devoir joindre ensemble toutes les observations qui ont été faites dans ces differens vœyages, parcequ'elles ont été faites à peu près dans le même tems, c'est-à-dire en 1706, 1707, 1708 & 1709.

1710.  
16. Juillet.

Les observations de la variation de l'Aiguille ont paru dans ces derniers tems si essentielles à la Navigation, que les Pilotes ne negligent plus aucune occasion de les faire. En effet, ils ne peuvent reconnoître quel est le rumb de vent qu'ils parcourent sans l'avoir observée, & quand le tems ne leur permet pas de l'observer, ils sont obligez de la supposer sur les observations que d'autres Navigateurs ont faites à peu près dans les mêmes endroits.

Ils commencent même à s'en servir pour rectifier leur estime, & pour s'assurer en quelque maniere de la longitude, lorsque par eux mêmes ou par d'autres ils savent la variation qu'ils doivent trouver en tels & en tels en-

*Mem. 1710.*

Y y

droits. Le Sieur Daumas premier Pilote du S. Louis crut connoître par là qu'il passoit la Ligne plus à l'Ouest que son estime ne marquoit , & à la hauteur des Isles du Cap Verd il prétendit par la variation qu'il venoit d'observer qu'il en passoit à 30 lieuës vers l'Ouest.

Il marque aussi qu'aux approches de l'Isle de Bourbon dans la Mer des Indes , ayant observé 21 degrés de variation Nord Ouest , il connut par là qu'il étoit à l'Est de cette Isle , l'estime ne déterminant pas assez pour s'en assurer.

Il seroit inutile de rapporter ici des variations estimées. Il s'en faut bien que l'on ait assez de connoissance de cette matiere pour faire une estime juste des variations. Je ne rapporterai dans ce Memoire que celles qui ont été observées , entre lesquelles j'ai préféré encore celles qui ont été observées par les amplitudes à celles qui l'ont été par l'azimuth , parceque ces premieres me paroissent plus sûres & moins sujettes à erreur.

Les longitudes que je rapporte dans ce Memoire sont prises du Pic de Teneriffe , selon la Carte de Pieter Goos , qui est celle dont la plupart de nos Navigateurs se servent aujourd'hui pour pointer leur route.

Un de ces Pilotes observa en 1709 à 120 lieuës des Côtes de France & à 44 degrés  $\frac{1}{4}$  de latitude , la variation de 8 degrés Nord Ouest par l'amplitude occase du Soleil. Le Sieur Daumas avoit observé un peu auparavant & dans le même endroit la même variation de 8 degrés. M. Halley n'y marque que 6 deg. & demi.

A 45<sup>d</sup> 7' de latitude & 11<sup>d</sup> 31' de longitude , il observa 6<sup>d</sup> 40' de variation , où M. Halley marque 6 degrés & demi.

A 45<sup>d</sup> 20' de latitude & 35<sup>d</sup> 15' de longitude , il observa 11<sup>d</sup> de variation , où M. Halley en met 9 seulement.

Un autre Pilote parti de la Rochelle en 1708 pour les Isles du Vent , étant à 35<sup>d</sup> 35' de latitude & sous le meridien de Teneriffe , trouva par le coucher du Soleil 4<sup>d</sup> 35' de variation , où M. Halley met 4 degrés.

A  $27^{\text{d}} 58'$  de latitude &  $353^{\text{d}} 40'$  de longitude, il observa  $4^{\text{d}} 32'$  de variation, où M. Halley met seulement 2 degrés 10 minutes.

A  $36^{\text{d}}$  de latitude &  $325^{\text{d}} 46'$  de longitude, il observa au lever du Soleil  $5^{\text{d}} 8'$  de variation, où M. Halley met seulement 3 degrés & demi.

Un autre de ces Pilotes étant à  $46^{\text{d}} 50'$  de latitude & à 230 lieuës de la Rochelle, observa le 22 Mars 1709 par le coucher du Soleil  $7^{\text{d}} 50'$  de variation, où M. Halley marque 7 degrés & demi.

Peu de tems après étant à 260 lieuës de la Rochelle & à  $47^{\text{d}}$  de latitude, il observa  $8^{\text{d}}$  de déclinaison, où M. Halley met aussi 8 degrés.

La même année étant à  $33^{\text{d}} 45'$  de latitude &  $5^{\text{d}}$  de longitude, il observa  $6^{\text{d}}$  de variation, où M. Halley marque seulement 3 deg.  $\frac{1}{4}$ .

Le premier Pilote de la Marianne étant le 15 Mars 1709 par les  $43^{\text{d}} 45'$  de latitude, & se faisant par les  $340^{\text{d}} 46'$  de longitude, observa  $13^{\text{d}}$  de variation, où M. Halley met seulement 8 degrés.

Toutes les observations que je viens de rapporter ont été faites en deçà de la Ligne, que M. Halley dit être exemte de variation, & que l'on peut appeller Ligne de Direction, parceque c'est le long de cette Ligne que l'Aiguille se dirige droit au Nord. Si ces observations sont exactes, les variations auront augmenté en deçà de cette Ligne depuis le tems de M. Halley, mais moins en un endroit qu'en un autre.

M. Bigot de la Canté dans son voyage à la Riviere de la Plate, observa le 30 Aoust 1707 à  $44^{\text{d}} 45'$  de latitude & 52 lieuës du Cap Finistere  $7^{\text{d}} 20'$  de variation N. O. où M. Halley met seulement 6 deg.  $\frac{1}{4}$ . Il trouva la même variation les 4 jours suivans pendant lesquels il fit 60 lieuës au Sud-Ouest. M. Halley met environ 6 deg. tout le long de cette Ligne.

A  $7^{\text{d}} 15'$  de latitude &  $1^{\text{d}} 50'$  de longitude, il observa  $2^{\text{d}}$  & demi de variation, où M. Halley n'y met que 50 min.

A la Rade de Juda aux Côtes de Guinée , il observa le 12 Janvier 1708 , 8<sup>d</sup> 20' de variation. M. des Marchais y avoit observé 8<sup>d</sup> en 1705. M. Halley y met seulement 5 degrés.

A la partie Orientale de l'Isle de San-Thomé sous la Ligne, il observa 11<sup>d</sup> & demi, où M. Halley n'y marque que 5 deg. & demi.

M. Bigot ayant fait le tour de cette Isle , fit le Sud-Est jusqu'à 4 deg. de latitude meridionale pas loin des Côtes de Congo , d'où il tira toujours au Sud Ouest & à l'Ouest Sud Ouest jusqu'à l'embouchure de la Riviere de la Plate où il arriva le 27 Avril 1708. Cette traversée qui est de 1400 lieuës est une des plus propres que l'on puisse trouver pour examiner les variations que M. Halley marque dans cette mer , d'autant plus qu'elle coupe presque perpendiculairement toutes les Lignes que M. Halley y a tracées.

Le long de cette route il trouva toujours la variation Nord-Ouest plus petite de jour en jour , jusqu'à ce qu'ayant fait 560 lieuës il la trouva nulle. Dans la suite les variations se trouverent au Nord-Est , au lieu qu'elles avoient été jusqu'alors au Nord-Ouest. M. Halley marque cette Ligne où il n'y a point de variation 120 lieuës plus à l'Est que M. Bigot ne l'a trouvée , & marque 1<sup>d</sup> & demi de variation Nord-Est , où M. Bigot a trouvé la variation nulle. Il ne faut pas s'étonner par conséquent si la variation que M. Bigot a observée avant que de parvenir à cette Ligne s'est trouvée plus grande que M. Halley ne la marque d'un degré , de deux degrés & quelquefois davantage.

M. Bigot étant parti le 16 Avril 1709 de la Riviere de la Plate , suivit à peu près la même route qu'il avoit tenuë en allant l'espace d'environ 800 lieuës : mais les observations qu'il fit dans ce retour ne se rapportent pas à celles qu'il fit en allant , quoiqu'il se crût par son estime aux mêmes endroits où il avoit observé auparavant. Le lieu où il trouva en allant 20 minutes de variation Nord-

Est, se trouve par cette estime de 9 degrés plus oriental que celui où il en trouva 26 en revenant, & les autres endroits à proportion de la distance de ces endroits à l'embouchure de la Riviere de la Plate, ce qui vient vrai-semblablement des eaux de cette Riviere qui est une des plus grandes qui soient au monde, & qui communiquant son courant à cette Mer par une embouchure large de 30 lieues & tournée du côté de l'Est, aura pû retarder le mouvement du Vaisseau en allant, & l'aura acceleré au retour.

M. Bigot passa delà à la Martinique, & dans sa traversée depuis cette Isle jusqu'en France, il observa le 13 Aoust 1709 à 28 deg. & demi de latitude & 316 & demi de longitude la variation Nord-Ouest d'un degré & demi. M. Halley y marque un degré Nord-Est. Ainsi la variation a passé dans cet endroit du Nord-Est au Nord-Ouest, & la Ligne de Direction qui étoit à l'Est de cet endroit, a passé à l'Ouest depuis M. Halley, si l'on en croit ces observations.

A 32<sup>d</sup> 15' de latitude & 321<sup>d</sup> 45' de longitude, il observa 4<sup>d</sup> 10', où M. Halley met 2 deg. de moins.

A 36<sup>d</sup> 50' de latitude & 329<sup>d</sup> de longitude, il trouva 7<sup>d</sup> 10' de variation, où M. Halley met 4 deg. & demi.

A 45<sup>d</sup> 8' de latitude & 305<sup>d</sup> & demi de longitude, il trouva 10<sup>d</sup> 10' de variation; c'est 2 deg. de plus que la Carte de M. Halley.

Il paroît par toutes ces observations, si elles sont justes, 1°. Qu'au parallele de 22<sup>d</sup> de latitude Sud, la Ligne de Direction s'est avancé en Occident de 120 lieues depuis l'an 1700 qui est le tems de la Carte de M. Halley, jusqu'en 1708 qui est celui de M. Bigot. 2°. Que la variation a augmenté en deçà de cette Ligne pendant qu'elle a diminué au delà, quoiqu'en trois ou quatre endroits M. Bigot l'ait trouvée égale à celle qui est marquée dans la Carte de M. Halley, & qu'en quelques autres endroits il l'ait même trouvée plus grande. Quoiqu'il soit incertain si cette irregularité vient de la chose

en elle-même ou des observations du Pilote ; cependant comme la nature a des regles plus certaines que nos connoissances , j'aime mieux croire qu'il y a du défaut dans quelques observations , que dans la conduite de la nature.

Le Vaisseau le S. Louis est un des trois qui partirent pour la Mer du Sud le 14 Juillet 1706. La Toison & le Maurepas étoient les deux autres Vaisseaux. M. Cassini le fils a rapporté dans l'Histoire de l'Académie de 1708 les observations faites sur le Maurepas ; mais le S. Louis après avoir accompagné les deux autres Vaisseaux dans la Mer du Sud, s'en sépara à la Conception ville maritime du Royaume de Chili, étant destiné à porter aux Indes M. Herbert Envoyé du Roi pour l'exécution des ordres de Sa Majesté.

Outre le Journal de M. Daumas premier Pilote de ce Vaisseau, j'ai encore eu communication de celui de M. Brunet un des Officiers du Vaisseau, qui fait plusieurs remarques curieuses que je n'ai pas trouvées dans le Journal du Pilote.

Ce Pilote étant parti du Port-Louis le 14 Juillet 1706, observa à 25 lieues au Nord Nord-Est de l'Isle de Porto-Santo près de Madere la variation de 5 degrés Nord-Ouest, où la Carte de M. Halley en met 4 seulement.

Tout proche de Madere au Sud-Ouest il en trouva  $4\frac{1}{2}$  ; où M. Halley n'en met que  $3\frac{1}{2}$ .

Entre l'Isle de Madere & l'Isle de Fer 4, où M. Halley en met 3.

A 50 lieues au Sud Sud-Ouest de l'Isle de Fer, 3, où M. Halley en met 2.

A  $18^d 15'$  de latitude &  $357$  de longitude  $2^d$  & demi. Entre cet endroit & le banc des Bisagos sur les Côtes de Guinée, il observa quatre fois la variation & la trouva toujours de 2 deg. & demi ; M. Halley la marque en ces endroits d'environ un degré.

A  $358^d$  de longitude &  $6^d$  de latitude, il trouva  $2^d$  de variation aussi-bien qu'à  $3^d 15'$  de latitude & 10 minutes

de longitude. M. Halley marque dans ces endroits un demi degré de variation.

Depuis cet endroit tirant au Sud-Est jusqu'à la Ligne Equinoxiale qu'il coupa par les 7 deg. de longitude le 6 Septembre 1706, la variation changea au bout de 50 lieuës de 2 à 3 degrés, 50 lieuës plus loin de 3 à 4, & 50 autres lieuës au-delà de 4 à 5. M. Halley ne met dans ces endroits qu'un degré ou un degré & demi de variation, & au lieu de 50 lieuës marque 80 lieuës entre chaque degré de variation.

Ayant passé la Ligne il tira au Sud-Ouest jusqu'à 9<sup>d</sup> de latitude meridionale & 356<sup>d</sup> 15' de longitude, & trouva aussi que la variation changeoit d'un degré au bout de 50 lieuës, diminuant ainsi de 5 à 4, de 4 à 3, de 2 à 1, en sorte qu'elle se trouva nulle au bout de 250 lieuës, & 50 lieuës plus loin d'un degré Nord-Est, au lieu qu'elle avoit été Nord-Ouest jusqu'alors. Ainsi le lieu où le Vaisseau coupa la Ligne que l'on peut appeller de Direction, se trouve par leur estime plus occidentale de 100 lieuës que celle que M. Halley dit être exempte de variation.

M. Daumas continuant sa route jusques vers l'Isle de l'Ascension, observa le 24 Septembre 1706 à 20 lieuës au Nord Est de cette Isle 6 degrés de variation, où M. Halley marque pareillement 6 deg. Nord-Est.

Il fit route delà à l'Isle Grande sur les Côtes du Bresil. M. Brunet rapporte qu'on y trouva 11 deg.  $\frac{2}{3}$  de variation, à peu près comme M. Halley le marque.

Delà il passa au Détroit de Magellan. Il observa 12<sup>d</sup> Nord-Est de variation où M. Halley en met 12 $\frac{1}{2}$ , 13 où il en met 13 $\frac{1}{2}$ , 16 où il en met 16 $\frac{1}{2}$ , 17 où il met 18 $\frac{1}{2}$ , 18 où il met 19, 19 où il met 19 $\frac{1}{2}$  & 19 $\frac{1}{2}$  où il met 20 degrés. Je rapporte toutes ces observations parcequ'elles se confirment les unes les autres, surquoi l'on peut encore remarquer que cette dernière observation qui est rapportée par M. Brunet a été faite à la hauteur de 40 deg. 30 minutes de latitude Sud, & que le Vaisseau ayant fait ici 60 lieuës sous le même parallèle, trouva toujours la mê-

me variation par trois observations qu'il fit à cette hauteur ; ce qui s'accorde parfaitement à l'inclinaison que M. Halley donne aux Lignes de variation vers cet endroit , car elles y sont inclinées de l'Est à l'Ouest l'espace de 50 ou 60 lieuës , d'où elles tournent insensiblement vers le Sud-Ouest en forme d'Ellipse jusqu'au Détroit de Magellan.

Etant parvenus le 5 Decembre 1706 à la hauteur de  $57^{\text{d}} 10'$  & 60 lieuës au Sud-Ouest du Détroit de le Maire, M. Brunet rapporte que la variation fut observée de  $26^{\text{d}}$  Nord-Est , & que l'on trouva la même variation l'espace de 40 lieuës jusqués par les  $57^{\text{d}} 40'$  de latitude. Je ne fais point ici de rapport avec la Carte de M. Halley , parcequ'il ne marque pas les variations dans cette Mer.

Ayant doublé le Cap de Horne au midy de la Terre de Feu , ils vinrent à la ville de la Conception sur les Côtes de Chili , où M. Brunet observa  $9^{\text{d}} 30'$  de variation. Delà ils passèrent à Valparaïse , où ils trouverent 8 degrés à Pisque , & à Casiete  $6\frac{1}{2}$  , & au Callao qui est le Port de Lima 6 deg. Ces observations se rapportent toutes à un demi degré près à celles qui furent faites sur le Maurepas , & qui sont rapportées par M. Cassini le fils , qui remarque dans l'examen qu'il a fait de la route de ce Vaïsseau , qu'à mesure qu'il s'élevoit en latitude la variation augmentoit ; à quoi l'on peut ajoûter sur les observations de Mr<sup>s</sup> Brunet & Daumas , qu'en même parallele à mesure qu'ils s'éloignoient des Côtes vers l'Occident , la variation diminuoit.

Car à  $44^{\text{d}} 45'$  de latitude & environ 30 lieuës des Côtes du Chili , ils observerent  $12^{\text{d}}$  de variation , & au même parallele à 120 lieuës des Côtes ils n'en trouverent que 7.

Entre les 40 & 41 deg. de latitude à 10 lieuës des Côtes , ils trouverent  $9^{\text{d}}$  de variation , & 6 seulement à 130 lieuës des mêmes Côtes.

Entre le 30 & le 31<sup>e</sup> degré de latitude à 60 lieuës des Côtes ils trouverent 7 deg. de variation , & 5 seulement à 220 lieuës.

Ce



Ce Vaifseau étant parti de la Conception le 27 Decembre 1707, doubla le Cap de Horne une feconde fois, & vint mouïller à la Riviere de Gallegue peu éloignée du Détroit de Magellan.

Ils en partirent pour faire voile au Cap de Bonne-Efperance. C'est le premier Vaifseau, que je fçache, qui ait fait cette route; ainfi les obfervations en font d'autant plus précieufes.

A leur départ de la Riviere de Gallegue ils observerent 23<sup>d</sup> de variation Nord-est.

A 60 lieuës de cet endroit ils trouverent 22<sup>d</sup> Nord-Est,

30 lieuës plus loin 20<sup>d</sup>.

150 lieuës plus loin 18.

à 110 lieuës delà 16.

150 lieuës plus loin 14.

à 60 lieuës 13.

à 50 lieuës delà 12.

20 lieuës plus loin 11.

à 30 lieuës delà 10.

à 8 lieuës delà 20.

100 lieuës plus loin 4<sup>d</sup> feulement.

Enfin 120 lieuës plus loin la variation fe trouva nulle.

Toutes ces variations font du côté du Nord-Est jufqu'à l'endroit où elle fe trouva nulle. Les fuivantes font Nord-Oueft.

Ainfi 60 lieuës plus à l'Est ils trouverent 2<sup>d</sup> de variation Nord-Oueft.

80 lieuës plus loin 4<sup>d</sup>.

60 lieuës au-delà 7<sup>d</sup>.

140 lieuës au de-là 9<sup>d</sup> & demi.

Enfin 60 lieuës plus loin proche le Cap de Bonne-Efperance où il arriva le 18 Mars 1708, il obferva 8<sup>d</sup> de variation.

Suivant la Carte de M. Halley la variation auroit dû augmenter depuis le lieu de leur départ dans l'efpace de 240 lieuës de 20 à 23 degrés, & dans le refte de la tra-verfe elle auroit dû diminuer environ d'un degré pour 2

362 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
degrés de longitude jusqu'à la Ligne de Direction , & de-  
là jusqu'au Cap augmenter au Nord-Ouest dans la même  
proportion qu'elle avoit diminué au Nord-Est.

Mais il paroît au contraire par ces observations que la  
plus grande variation qu'ils ont observée dans toute cette  
traversée , a été au lieu même de leur départ où elle a été  
trouvée de 23 degrés. Il paroît aussi que lorsqu'elle a di-  
minué , ce n'a pas toujours été dans la même propor-  
tion qu'elle est marquée dans la Carte de M. Halley ,  
ensorte que pendant les 500 premières lieuës la variation  
a diminué d'un degré pour 4 degrés en longitude , après  
quoi dans l'espace d'un degré & demi de longitude , ils  
trouverent la variation diminuée d'un degré qu'ils n'a-  
voient trouvée qu'en 4 auparavant , & cela dans l'espa-  
ce de 250 lieuës , après quoi les variations ont changé com-  
me dans la Carte de M. Halley d'un degré pour 2 en lon-  
gitude.

Il paroît aussi par ces observations que depuis 1700  
qui est l'Epoque de la Carte de M. Halley jusqu'en 1709 ,  
la Ligne de Direction a changé de 50 lieuës à l'Ouest  
à la latitude de 35 degrés Sud. Nous avons dit ci-dessus  
qu'à la latitude de 22 degrés elle avoit changé de 120  
lieuës , si l'on en croit les observations de M. Bigot ; que  
par les 7 degrés Sud il l'avoit trouvée plus occidentale  
de 100 lieuës ; enfin qu'à la hauteur de 28 degrés Nord ,  
elle s'étoit trouvée aussi plus occidentale par ses observa-  
tions que M. Halley ne la marque à cette hauteur ; ainsi le  
mouvement de cette Ligne vers l'Ouest est confirmé par  
plusieurs observations.

Du Cap de Bonne-Espérance en allant en Orient , ils  
trouverent que la variation augmentoit toujours jusqu'à  
530 lieuës à l'Est du Cap & à  $33^{\text{d}}\frac{1}{2}$  de latitude Sud , où ils  
trouverent  $24^{\text{d}}\frac{1}{2}$  de variation Nord-Ouest. C'est la plus  
grande variation qu'ils ayent trouvé dans la Mer des In-  
des. Delà à l'Isle Bourbon , & jusqu'à Pontichery & Mer-  
guy ils la trouverent toujours moindre de jour en jour ,  
& à leur retour ils la trouverent tous les jours plus gran-

de jusqu'au même terme environ à la même distance du Cap. M. Halley n'est différent que d'un demi degré de ces observations.

Les autres observations de ces M<sup>rs</sup> dans la Mer des Indes se trouvent peu éloignées de celles que M. Cassini a rapportées dans l'Histoire de l'Académie de 1708, c'est pourquoi je renvoie à ce qu'il en a dit.

Voilà les observations que j'ay pû faire par les Journaux qui m'ont été communiquez sur les variations de l'Aiguille. Voici quelques remarques que j'ai trouvées dans ces mêmes Journaux qui peuvent servir à la correction des Cartes Marines, & en particulier de celles de Pieter Goos, que l'on pourra rendre un jour plus utiles aux Navigateurs, si l'on a un assez grand nombre de pareils Journaux pour aider à les rectifier.

Le premier Pilote du Royal Dauphin reconnut les Salvages qui sont des Isles dangereuses au Nord des Canaries, dont les Pilotes ne sçauroient par conséquent connoître la situation avec trop d'exactitude. Il remarque qu'elles sont très-mal marquées sur les Cartes Marines, & qu'elles y sont placées trop à l'Est par rapport à l'Isle de Porto-Santo. Pour la latitude il l'observa de 30 degrés, étant au Sud-Ouest à une lieuë & demie de ces Isles. Il dit que ce sont deux Isles dont la plus septentrionale est la plus grande, & qu'il y a un recif ou une chaîne de rochers qui s'étend depuis cette Isle environ 3 lieuës vers le Sud-Ouest, au bout desquels il y a un petit Iflot rond, & un peu de terre basse où la mer brise beaucoup.

Le premier Pilote du S. Louis remarqua en passant à l'Isle de l'Ascension qu'elle étoit marquée par Pieter Goos un demi degré trop au Nord, & assure qu'il y a observé 20<sup>d</sup> 22' de latitude, au lieu de 19<sup>d</sup> 52' où cet Auteur la marque.

J'ai rapporté ci-dessus que le S. Louis étoit le premier Vaisseau qui avoit passé du Détroit de Magellan au Cap de Bonne-Espérance en droiture. Etant parti de

la Riviere de Gallegue, il fit toujours l'Est Nord-Est jusqu'à ce Cap l'espace de 1350 lieuës; mais étant parvenu à la hauteur de 36<sup>d</sup> 54' de latitude & 353<sup>d</sup> 10' de longitude par estime, il découvrit le 27 Février 1708 une Isle à une lieuë de distance; peu après on en vit 2 autres au Sud-Ouest à 3 ou 4 lieuës, & ensuite une 4<sup>e</sup> au Nord Ouest, ce qui surprit beaucoup l'équipage qui se faisoit à 300 lieuës de terre.

M. Bruner trouva ces Isles ressemblantes à celles de Tristan de Cugne qu'il avoit vûës allant à la Chine sur l'Amphitrite.

Mais M. Hebert & le premier Pilote se persuaderent le contraire, parceque suivant leur estime ils n'avoient encore fait que 750 lieuës depuis la Riviere de Gallegue, au lieu de 1050 qu'il falloit faire pour attraper la longitude de 12 deg. que Pieter Goos donne à ces Isles. Ils furent confirmez dans cette opinion par leur atterrage au Cap de Bonne-Esperance, ayant trouvé par leur estime 35 deg. de longitude entre ces Isles & le Cap, au lieu de 26 deg. que Pieter Goos y marque, ce qui fait une difference de 150 lieuës en ce parallele. Ensorte qu'ils n'hésiterent pas à regarder ces Isles comme une nouvelle découverte, & à leur donner le nom d'Isles Hebert ou de Nouvelles Isles de Tristan de Cugne.

L'opinion de M. Bruner qui a prétendu que c'étoient les Isles mêmes de Tristan de Cugne, me paroît bien plus vraisemblable.

Et ce ne seroit pas la premiere fois que des Pilotes auroient traité d'Isles nouvelles, & imposé de nouveaux noms à ces Isles qui avoient été découvertes long-tems avant eux. Je donnerai pour exemple l'Isle Sainte Helene, qui ayant été placée par les premiers Navigateurs plus à l'Ouest qu'elle n'est effectivement, fut reconnuë par d'autres Navigateurs plus à l'Est qu'elle n'étoit marquée sur les Cartes, ce qui leur fit croire que c'étoit une nouvelle Isle située à la même latitude, mais à une longitude differente de la premiere. Ils lui donnerent le nom

de nouvelle Isle Sainte Helene, & ne feignirent pas de l'ajouter sur les Cartes Marines, dans la plupart desquelles on la voit encore marquée, entr'autres sur celles de Pieter Goos. L'Isle de Sainte Apollonie dans la mer des Indes est la même que l'Isle de Bourbon, l'Isle des Chiens dans la mer du Sud trouvée en 1616 par Jacques le Maire n'est autre que l'Isle des Tiburons que Magellan avoit découverte en 1520, & il en est peut-être de même des Isles que nos Navigateurs ont reconnues, qui pourront bien être les mêmes que celles de Tristan de Cugne. Car M. Halley qui fut en 1700 aux Isles de Tristan de Cugne, les marque dans sa Carte à la même distance ou environ que l'estime de ces M<sup>rs</sup> l'exige, quoiqu'ils soient differens de Pieter Goos de 150 lieuës. Et pour ce qui est de la distance de ces Isles à la Riviere de Gallegue qui est de 750 lieuës par leur estime, il est vrai que M. Halley la fait encore de 170 lieuës plus grande, mais la longitude que M. Halley donne à l'embouchure de cette Riviere doit être encore diminuée de dix degrés ou environ, comme j'ai fait dans ma Carte de l'Amerique meridionale sur plusieurs observations, entr'autres sur celle de l'Eclipse du 13 Mars 1653 faite à la Vallée de Bucalene au Chili par le P. Mascardi. Par cette observation comparée avec celles qui furent faites à Paris, Bucalene est de 72<sup>d</sup> & demi plus occidental que Paris. La Riviere de Gallegue dont la distance à Bucalene est connue, ne doit être par conséquent qu'à 68 degrés de Paris. Nous sçavons d'ailleurs par les observations du P. de Fontaney que le Cap de Bonne-Esperance est plus oriental que Paris de 17<sup>d</sup> 45'. Ainsi la distance du Cap à la Riviere de Gallegue sera de 84<sup>d</sup> 25' à un degré & demi près de l'estime de nos Navigateurs.

## R E F L E X I O N S

*Sur les Observations du Flux & du Reflux de la Mer ,  
faites au Havre de Grace par M. Boissaye du Bocage  
Professeur d'Hydrographie , pendant les années 1701  
& 1702.*

PAR M. CASSINI le fils.

1710.  
13. Aoust.

**M**onsieur Boissaye du Bocage Professeur d'Hydrographie au Havre de Grace ayant reçu ordre de M. le Comte de Pontchartrain d'observer dans ce Port le Flux & le Reflux de la mer , choisit pour faire ses observations le lieu du Port qui est le plus à l'abri. Il plaça à cet endroit une planche divisée en pouces de dix piés & demi de longueur qu'il attacha contre la muraille de ce Port , & il observa seulement les Marées qui arrivoient de jour , n'ayant pas eu la commodité d'y prendre celles de la nuit.

Il remarque que la mer en montant porte au Sud-Est ; & au Nord-Ouest en baissant ; que le vent traversier de la Rade est Ouest Nord-Ouest , & que le vent d'Ouest Sud-Ouest enfile l'entrée du Port.

Le Journal des observations de M. du Bocage commence au 9 Avril de l'année 1701 , & finit au 26 May 1702.

Il s'est contenté d'abord de marquer jour par jour l'endroit de la planche où la haute mer a monté , avec les vents qu'il faisoit tant dans le flux que dans le reflux ; mais deux mois après , à commencer du 10 Juin , il a marqué les heures & minutes de la haute mer , ce qu'il a continué de faire jusqu'à la fin de ses observations , à la réserve de l'intervalle qui est entre le 11 & le 28 Novembre 1701 , pendant lequel il fut obligé de faire raccom-

moder la montre dont il se servoit.

Si l'on examine d'abord les tems de la haute mer observés au Havre de Grace , on trouve que le jour des pleines Lunes la haute mer y arrive pour l'ordinaire un peu après 9 heures du matin. La haute mer qui a le plus accéléré est arrivée le 19 Juillet jour de la pleine Lune à  $8^h 39'$  du matin , & celle qui a le plus retardé est arrivée le 12 Avril à  $9^h 39'$  , ce qui donne une variation d'une heure dans le tems des marées pour le jour de la pleine Lune.

Si l'on suppose que le jour de la pleine Lune l'heure de la haute mer arrive au Havre de Grace à  $9^h 26'$  du matin , lorsque l'heure de la pleine Lune concourt avec celle de la haute mer , & qu'on ait égard à l'accélération ou retardement de deux minutes pour chaque heure que le tems de la pleine Lune retarde ou anticipe à l'égard du tems de la haute mer, comme on l'a établi à Dunquerque, on trouvera moins de variations dans les tems de la haute mer observés au Havre de Grace.

Par exemple , le 19 Juillet de l'année 1701 la haute mer est arrivée à  $8^h 39'$  du matin , qui est la plus grande accélération que M. du Bocage ait observée. La pleine Lune est marquée pour ce jour-là dans la Connoissance des Tems à  $11^h 50'$  du soir. La difference entre  $9^h 26'$  du matin &  $11^h 50'$  du soir est  $14^h 24'$  , auxquels à raison de 2 minutes par heure il répond  $29'$  , qui étant retranchées de  $9^h 26'$  , donnent  $8^h 57'$  pour le tems de la haute mer , à 18 minutes de celle qui a été observée au Havre de Grace.

Il est à remarquer que le 19 Juillet 1701 est le même jour que celui auquel on a observé à Dunquerque la plus grande accélération de la haute mer dans les pleines Lunes , dont on a attribué la plus grande partie à l'accélération causée par la pleine Lune qui est arrivée le soir à  $11^h 50'$ .

A l'égard de la haute mer qui a le plus retardé aux jours de pleines Lunes , on l'a observé le 12 Avril à  $9^h 39'$

la haute mer étant arrivée à  $0^h 13'$  du soir, il a donc dû y avoir une anticipation de 6 minutes, qui étant retranchée de  $9^h 26'$  donnent le tems de la haute mer le 12 Avril 1701 à  $9^h 20'$ , à 19 minutes près de celui qui a été observé.

Si l'on examine pareillement les observations de la haute mer faites au Havre pendant les nouvelles Lunes, il paroît d'abord que les hautes mers dans les nouvelles Lunes arrivent plus tard que dans les pleines Lunes d'environ 12 à 13 minutes l'une portant l'autre. Cependant ayant égard à l'accélération ou retardement de deux minutes par heure que l'on a prescrit ci dessus, si l'on suppose que l'heure de la haute mer arrive au Havre dans les nouvelles Lunes à  $9^h 26'$  du matin, de même que dans les pleines Lunes, on accordera ensemble les observations des pleines Lunes avec celles des nouvelles Lunes, à la réserve de deux dans lesquelles on a trouvé une irrégularité extraordinaire, y ayant eu dans le tems de la haute mer une anticipation de plusieurs minutes d'un jour à l'autre, au lieu du retardement que l'on y observe ordinairement. La nouvelle Lune dans laquelle la haute mer a été observée le plutôt, est celle du 29 Novembre 1701; la haute mer arriva à  $8^h 56'$  du matin, & la nouvelle Lune est marquée ce jour-là dans la Connoissance des Tems à  $10^h 11'$  du soir. La différence entre  $9^h 26'$  du matin &  $10^h 11'$  du soir est  $12^h 45'$  ausquelles il répond  $25\frac{1}{2}$ , qui étant retranchées de  $9^h 26'$  à cause que la nouvelle Lune est arrivée le soir, donne le tems de la haute mer à  $9^h 0\frac{1}{2}'$ , à 4 minutes près de celui qui a été observé.

Il est à remarquer que cette nouvelle Lune est la même que celle dans laquelle on a observé à Dunquerque la plus grande accélération de la haute mer, ce qu'on a aussi attribué à l'heure de la nouvelle Lune qui est arrivée le soir à  $10^h 11'$ .

La nouvelle Lune dans laquelle la haute mer a été observée le plus tard est celle du 4 Aoust 1701. La haute mer arriva à  $9^h 48'$  du matin, & la nouvelle Lune est marquée



marquée ce jour-là à 10<sup>h</sup> 15' du matin. Suivant la regle prescrite ci-dessus la haute mer devoit arriver à 9<sup>h</sup> 24' du matin à 24 minutes près de celle qui a été observée; mais il faut remarquer que du 4 au 5 Aoust il y a eu une anticipation de 11 minutes dans le tems de la haute mer au lieu d'y avoir eu quelque retardement, & qu'ainsi on ne peut rien établir sur cette observation, non-plus que sur celle du 2 Septembre 1701 jour de la nouvelle Lune, où la haute mer fut observée à 9<sup>h</sup> 46' du matin, y ayant eu aussi du 2 au 3 Septembre une anticipation de 20 minutes.

Pour ce qui est des plus hautes marées, elles n'arrivent point ordinairement au Havre de Grace le jour des nouvelles & pleines Lunes, mais un, deux ou trois jours après, comme on l'a remarqué à Dunquerque, & comme il a été observé par M<sup>rs</sup> de l'Academie, non-seulement dans les Ports de la Manche, mais même sur les Côtes de l'Afrique & de l'Amerique.

La plus haute marée qui a été observée au Havre par M. du Bocage est celle du 15 Février 1702, où la marée monta à la hauteur de 18P 3P, trois jours après la pleine Lune qui étoit arrivée le 12 du même mois à 3<sup>h</sup> 2' du soir. Il faisoit alors un vent très-fort du Sud Sud-Ouest, qui concourant avec la marée pour la faire avancer vers le Port, a pû contribuer à la grande hauteur qu'on y a observée ce jour-là.

A l'égard des marées qui sont près des Equinoxes tant dans les nouvelles que dans les pleines Lunes, il s'en trouve quelques-unes qui sont hautes & d'autres qui sont basses; de sorte qu'on ne peut pas prendre pour regle generale que les grandes marées arrivent au Havre de Grace dans les marées qui sont près des Equinoxes.

Ce qu'il y a de remarquable, c'est que les hauteurs des marées suivent assez exactement le rapport des diverses distances de la Lune à la Terre, soit qu'elles soient près des Equinoxes, soit qu'elles en soient éloignées, de même qu'on la fait voir à Dunquerque.

Par exemple le 10 Avril 1701 deux jours après la nou-

velle Lune qui suit l'Equinoxe du Printems, la hauteur de la mer fut observée de  $15^p 6^p 6^l$ , plus basse d'un pied & trois pouces  $\frac{1}{2}$  que le 10 May deux iours après la pleine Lune suivante, qui en cependant plus éloignée de l'Equinoxe; ce qui s'accorde à la distance de la Lune qui étoit plus éloignée de la Terre le 8 Avril jour de la nouvelle Lune, que le 24 Avril jour de la pleine Lune.

De même le 19 Septembre 1701 deux jours après la pleine Lune qui étoit la plus proche de l'Equinoxe d'Automne, la hauteur de la mer fut observée de  $15^p 11^p$  plus basse d'un pied 10 pouces que le 4 Octobre deux jours après la nouvelle Lune suivante, où la haute mer fut observée de  $17^p 9^p$  qui est une des plus hautes qu'on ait remarquées. Le 16 Octobre suivant jour de la pleine Lune, la haute mer fut observée de  $16^p 3^p$  plus basse que le 4. Octobre, & le 1 Novembre elle fut observée de  $16^p 11^p$  plus haute que le 4 Octobre.

Ces diverses hauteurs des marées ne peuvent convenir aux diverses distances du Soleil aux Equinoxes, puisque la mer a été plus basse près de l'Equinoxe, que dans les autres observations qui en étoient plus éloignées; mais elles s'accordent parfaitement aux diverses distances de la Lune à la Terre dans le temps des nouvelles & pleines Lunes. Car le 17 Septembre la Lune étoit plus éloignée de la Terre que dans les autres observations. Le 2 Octobre elle en étoit plus près. Le 16 Octobre elle étoit plus éloignée que le 4, mais à une moindre distance que le 17 Septembre; & le 31 Octobre elle étoit plus proche que le 17, mais à une plus grande distance que le 4 Octobre.

Il seroit trop long de montrer le rapport des observations qui s'accordent aux diverses distances de la Lune à la Terre, & il suffira de remarquer que le 15 Mars 1702 la haute mer fut observée de  $17^p 1^p \frac{1}{2}$ ; que le 30 Mars, à égale distance à peu près de l'Equinoxe, elle fut observée de  $15^p 8^p$ ; que le 15 Avril on l'observa de  $17^p 6^p \frac{3}{4}$  & le 28 Avril de  $15^p 2^p$ , ce qui s'accorde aux diverses

distances de la Lune qui étoit plus proche de la Terre le quinze Avril, & plus éloignée le vingt-huit Avril que dans les observations précédentes, comme on le peut voir dans la Table ci-jointe, où l'on a marqué dans la première colonne les jours & heures des nouvelles & pleines Lunes; dans la seconde le tems de la haute mer observé; dans la troisième le tems de la haute mer calculé; dans la quatrième la hauteur de la mer le jour de la nouvelle & pleine Lune; dans la cinquième la distance du Soleil à l'Apogée de la Lune lorsqu'il étoit près de l'Apogée ou du Perigée de la Lune ou des moyennes distances; dans la sixième la vraie distance de la Lune à la Terre dans les nouvelles & pleines Lunes par rapport à la distance moyenne que l'on suppose de 100000 parties; dans la septième colonne le jour de la plus haute marée; & dans la huitième la hauteur de la mer pour ce jour.

Si l'on examine presentement le tems de la haute mer observé dans les Quadratures, on trouve qu'il arrive au Havre sur les 2 heures & demi du soir.

Entre 23 observations qui en ont été faites, la haute mer qui a le plus accéléré est arrivée le 6 Mars 1702 à 1<sup>h</sup> 55' du soir, & celle qui a le plus retardé est arrivée le 5 May à 3<sup>h</sup> 30'.

Pour donner quelque regle de cette variation on suppose que le tems moyen de la haute mer dans les Quadratures arrive au Havre à 2<sup>h</sup> 40' du soir, & on ajoute ou ôte de ce tems deux minutes pour toutes les heures que le tems de la Quadrature marqué dans quelques Ephemerides anticipe ou suit le tems moyen de la haute mer déterminé à 2<sup>h</sup> 40' du soir.

Par exemple, le 6 Mars 1702 la haute mer a été observée à 1<sup>h</sup> 55' du soir, le premier quartier est marqué ce jour-là dans la Connoissance des Tems à 10<sup>h</sup> 24' du soir. La difference entre 2<sup>h</sup> 40' & 10<sup>h</sup> 24' du soir est de 7<sup>h</sup> 44', auxquels il répond à raison de 2 minutes par heure 15 minutes  $\frac{1}{2}$ , qui étant retranchées de 2<sup>h</sup> 40', don-

## T A B L E

DU TEMPS ET DE LA HAUTEUR DES MAREES  
dans les Nouvelles & Pleines Lunes au Havre de Grace.

JOURS ET HEURES des Nouvelles & Pleines Lunes.	Temps de la haute Mer obser- vée.	Temps de la haute Mer calcu- lé.	Hauteur de la Mer.	Distance du Soleil à l'A- pogée de la Lune.	Distance de la Lune à la terre dans les Conj & Opp.	Jour de la plus haute Marée	Hauteur de la Mer.
1701.	H. M.	H. M.	Près. Pou. L.	S. D. M.			Près. Pou. L.
Le 8 Avril à 10h 54 m.				1 0 21	105589	10 Avril.	15 6 6
Le 22 Avril à 5 16 fo.			16 2			24 Avril.	16 10
Le 8 May à 1 42 m.			15 3			9 & 10 M.	15 6 3
Le 22 May à 2 18 m.			15 11			23 May.	16 0 6
Le 6 Juin à 2 28 fo.		9 16	14 11 6			8 & 9 Juin.	15 7
Le 20 Juin à 0 26 fo.	9 1	9 20	15 4	3 2 33	99713	21 Juin.	15 5 9
Le 6 Juillet à 0 58 m.	9 25	9 43	15 0 3	3 16 2	98372	7 Juillet.	15 3 3
Le 19 Juillet à 11 50 fo.	8 39	8 57	14 6 9			22 Juillet.	15 0 3
Le 4 Aoust à 10 15 m.	9 48	9 24	15 8 6			7 Aoust.	16 10
Le 18 Aoust à 2 6 fo.	9 6	9 16 $\frac{1}{2}$	15 4			19 Aoust.	15 11 6
Le 2 Septemb. à 6 5 fo.	9 46	9 8 $\frac{1}{2}$	15 11 6			4 Sept.	17 6
Le 17 Septemb. à 5 56 m.	9 30	9 34	15 4	5 18 10	106340	19 Sept.	15 11
Le 2 Octobre à 2 20 m.	9 33	9 40	17 2	6 1 13	93469	4 Oct.	17 9
Le 16 Octobre à 11 24 fo.	9 12	8 58	16 3			16 & 17 O.	16 3
Le 31 Octobre à 11 24 m.	9 34	9 22	16 7 6			1 Nov.	16 11
Le 15 Novemb. à 5 4 fo.		9 11	15 10			16 Nov.	15 11
Le 29 Novemb. à 10 11 fo.	8 56	9 0	17 0			30 Nov.	17 10
Le 15 Decemb. à 10 16 m.	9 30	9 24	15 4 8			18 Dec.	15 6
Le 29 Decemb. à 10 47 m.	8 59	9 23	15 11 9			30 Dec.	16 5 6
1702.						1702.	
Le 14 Janvier à 1 12 m.	9 25	9 43	16 5 8	9 4 37	100013	14 Janv.	16 5 8
Le 28 Janvier à 0 57 m.	9 45	9 43	16 1 6	9 17 19	100477	29 Janv.	16 4 9
Le 12 Fevrier à 3 2 fo.	9 6	9 15	15 9			15 Fev.	18 3
Le 26 Fevrier à 6 15 fo.	9 25	9 8	15 6 4			28 Fev.	17 2
Le 14 Mars à 1 48 m.	9 34	9 41 $\frac{1}{2}$	16 7			15 Mars.	17 1 6
Le 28 Mars à 11 7 m.	9 33 $\frac{1}{2}$	9 23	15 3			30 Mars.	15 8
Le 12 Avril à 0 13 fo.	9 39	6 20	16 9	11 22 55	93519	15 Avril.	17 6 9
Le 27 Avril à 5 49 m.	9 40	9 33	15 0 9	0 5 52	106496	28 Avril.	15 2 3
Le 11 May à 4 59 fo.	9 23	9 11	16 3 3			12 May.	17 0
Le 26 May à 8 27 fo.	9 25	9 4	14 1 6				

nent  $2^h 24^{\frac{1}{2}}$  pour le tems de la haute mer à  $29^{\frac{1}{2}}$  près de celui qui a été observé.

De même le 5 May 1702 jour auquel la marée a le plus retardé dans les quadratures, la haute mer a été observée à  $3^h 30'$ ; le premier quartier est marqué ce jour-là dans la Connoissance des Tems à  $1^h 59'$  du matin. La différence entre  $1^h 59'$  du matin &  $2^h 40'$  du soir est de  $12^h 41'$ , auquel il répond à raison de 2 minutes par heure 25', qui étant ajoutées à  $2^h 40'$ , donnent  $3^h 5'$  pour le tems de la haute mer à 25 minutes près de celui qui a été observé.

On auroit trouvé dans ces deux observations le tems de la haute mer plus exactement, si au lieu de 2 minutes d'anticipation ou de retardement par heure on avoit supposé trois minutes, ce qui s'accorde mieux au retardement de la marée d'un jour à l'autre vers les Quadratures, qui excède pour l'ordinaire une heure.

La haute mer arrivant au Havre dans les nouvelles & pleines Lunes à  $9^h 26'$  du matin & dans les Quadratures à  $2^h 40'$ , on a  $5^h 14'$  pour l'intervalle entre le tems de la haute mer depuis les nouvelles & pleines Lunes jusqu'aux Quadratures. On avoit trouvé à Dunquerque cet intervalle de  $5^h 12'$ , ce qui fait voir qu'il y a une grande conformité dans le tems des marées observé dans ces deux Ports.

A l'égard des plus petites marées que l'on a observé au Havre de Grace, elles n'arrivent pas pour l'ordinaire dans les Quadratures, mais un ou deux jours après le premier ou le dernier quartier.

La plus petite marée est arrivée le 8 Mars 1702 deux jours après le premier quartier de la Lune, la mer étant montée ce jour-là à la hauteur de  $9^p 8^p 4^l$ , & la plus haute marée a été observée, comme on l'a dit ci-dessus, le 15 Février à la hauteur de  $18^p 3^p$ . Il y a donc eu au Havre une différence de  $8^p 7^p$  entre les plus hautes & les plus petites marées qui y ont été observées, au lieu qu'on n'a trouvé à Dunquerque qu'une différence de 7 pieds dans la hauteur des marées.

## T A B L E

## DU TEMPS ET DES HAUTEURS DES MAREES

dans les Quadratures au Havre de Grace.

JOURS ET HEURES des Quadratures.			Temps de la haute Mer obser- vé.		Temps de la haute Mer calculé.		Hauteur de la Mer.		Distance du Soleil à l'A- pogée de la Lune.		Distance de la Lune à la Terre dans les Quadrat.		Jour de la plus petite Marée.		Hauteur de la Mer.	
			H.	M.	H.	M.	Piè.s.	Pou.L.	S.	D.	M.			Piè.s.	Pou.L.	
1701.																
1.	<input type="checkbox"/>	Le 16 Avril à 2h 8'm.			3	6	11	2 6						17 Avril.	10	10
3.	<input type="checkbox"/>	Le 29 Avril à 10 25 fo.			2	24	12	2 6						1 May.	10	10 6
1.	<input type="checkbox"/>	Le 15 May à 9 6 m.			2	51	13	0 6						16 May.	12	7 6
3.	<input type="checkbox"/>	Le 29 May à 3 38 fo.			2	38	12	3 0						30 May	11	4
1.	<input type="checkbox"/>	Le 13 Juin à 2 26 fo.	3	1 f.	2	40 $\frac{1}{2}$	13	6	2 26 40		976 15			14 Juin.	13	0
3.	<input type="checkbox"/>	Le 28 Juin à 9 14 m.	3	10	2	51	11	9	3 9 17		1062 50			29 Juin.	11	3
1.	<input type="checkbox"/>	Le 12 Juillet à 7 17 fo.	2	5	2	31	13	11						15 juillet.	12	11
3.	<input type="checkbox"/>	Le 28 Juillet à 2 23 m.	3	0	3	5	11	10						29 juillet.	11	6
1.	<input type="checkbox"/>	Le 11 Aoust à 1 14 m.	2	50	3	7	13	11 6						13 Aoust.	12	7
3.	<input type="checkbox"/>	Le 26 Aoust à 6 6 fo.	2	0 $\frac{1}{2}$	2	33	12	4 3						18 Aoust.	11	8 6
1.	<input type="checkbox"/>	Le 9 Sept. à 9 20 m.	2	42	2	51	13	7 8						10 Sept.	11	8 9
3.	<input type="checkbox"/>	Le 25 Sept. à 7 58 m.	2	24	2	53 $\frac{1}{2}$	11	3 6	5 25 8		1021 65			26 Sept.	10	7
1.	<input type="checkbox"/>	Le 8 Octob. à 8 47 fo.	2	29	2	28	13	6 4	6 6 30		1022 75			10 Octob.	11	2 3
3.	<input type="checkbox"/>	Le 24 Octob. à 7 50 fo.	2	30	2	30	11	7 9						25 Octob.	10	4 8
1.	<input type="checkbox"/>	Le 7 Novem. à 0 17 fo.	2	51	2	45	12	5						8 Nov.	11	5
3.	<input type="checkbox"/>	Le 23 Novem. à 6 0 m.			2	58	12	6						23 Nov.	12	6
1.	<input type="checkbox"/>	Le 7 Decem. à 7 31 m.	2	51	2	54 $\frac{1}{2}$	12	4								
3.	<input type="checkbox"/>	Le 22 Decem. à 8 48 fo.	2	39	2	28	13	6								
1702.																
1.	<input type="checkbox"/>	Le 6 Janvier à 5 47 m.	3	4	2	58	14	3 $\frac{1}{2}$	8 28 20		1064 25			22 Janv.	13	2 8
3.	<input type="checkbox"/>	Le 20 Janvier à 10 41 fo.	2	13	2	24	15	0 9	9 10 2		977 17			6 Fevr.	10	10
1.	<input type="checkbox"/>	Le 5 Fevrier à 2 34 m.	2	36	3	4	12	5 3						21 Fevr.	12	7 9
3.	<input type="checkbox"/>	Le 19 Fevrier à 6 33 m.	2	24	2	56 $\frac{1}{2}$	13	4						8 Mars.	9	8 4
1.	<input type="checkbox"/>	Le 6 Mars à 10 24 fo.	1	55	2	24 $\frac{1}{2}$	11	3 6						22 Mars.	10	10 4
3.	<input type="checkbox"/>	Le 20 Mars à 3 47 fo.	2	46	2	38	13	4 9						6 Avril.	10	6 3
1.	<input type="checkbox"/>	Le 5 Avril à 2 9 fo.	2	12	2	41	11	8						20 Avril.	11	6 3
3.	<input type="checkbox"/>	Le 19 Avril à 3 39 m.	3	14	3	2	12	2 9	11 28 56		1017 25			7 May.	11	6
1.	<input type="checkbox"/>	Le 5 May à 1 59 m.	3	30	3	6	11	5	0 12 40		1008 56			20 & 21 M.	11	4
3.	<input type="checkbox"/>	Le 18 May à 4 4 fo.	3	10 $\frac{1}{2}$	3	37	12	2 8								

En comparant les diverses hauteurs des marées observées au Havre vers les Quadratures, on trouve qu'elles sont au Havre, comme on le peut voir par les distances de la Lune à la Terre, comme on le peut voir par la ci-jointe du tems & de la hauteur des marées dans les Quadratures, où l'on remarquera que le 22 Janvier 1702 la Lune étant dans son Perigée vers les Quadratures, la hauteur de la mer fut observée de 13<sup>p</sup> 2<sup>p</sup> 8<sup>l</sup> plus petite seulement de deux pieds que le 28 Avril 1702, deux jours après la nouvelle Lune qui étoit alors dans son Apogée.

Après avoir établi le retardement des marées dans les nouvelles & pleines Lunes & dans les Quadratures, l'on a examiné toutes les observations qui ont été faites au Havre de Grace, & on a trouvé que le retardement moyen de la marée d'un jour à l'autre étoit presque entièrement semblable à celui qu'on avoit observé à Dunquerque; en sorte qu'on peut se servir de la même règle pour trouver dans ces deux Ports le tems de la haute mer pour tous les jours de l'année, & l'on a dressé une Table de ces retardemens semblable à celle que l'on a construit pour Dunquerque, par le moyen de laquelle on pourra examiner si dans les autres Ports le flux & le reflux de la mer suit la même règle. Il faudra pour cela établir d'abord le tems moyen des marées dans chaque Port pour les jours des nouvelles & pleines Lunes & des Quadratures, & se servir des règles prescrites ci-après.

On a marqué dans cette Table les marées de douze heures en douze heures après la pleine Lune, afin de pouvoir trouver facilement les marées du matin & du soir.

5 <sup>h</sup> 26' marin. Temps au Havre le jour des nou- velles & pleines Lunes.	... 3 <sup>h</sup> 48' de la haute Mer au Havre le jour des Quadratures.
---	--

TABLE DU RETARDEMENT  
des Marées.

Jours & heu- res après la nouvelle ou pleine Lune.		Retardement des Marées.		Diff. Min.	Jours & heu- res après le premier ou dern quart.		Retardement des Marées.		Diff. Min.
Jour.	Heu.	Heur.	Min.		Jour.	Heur.	Heur.	Min.	
0	0	0	0	26	0	0	0	0	32
	12	0	26	24		12	0	32	36
1	0	0	50	21	1	0	1	8	41
	12	1	11	19		12	1	49	43
2	0	1	30	18	2	0	2	32	39
	12	1	48	18		12	3	11	33
3	0	2	6	18	3	0	3	44	30
	12	2	24	18		12	4	14	26
4	0	2	42	20	4	0	4	40	24
	12	3	1	20		12	5	4	22
5	0	3	21	21	5	0	5	28	22
	12	3	41	19		12	5	50	22
6	0	4	2	19	6	0	6	12	22
	12	4	21	18		12	6	34	20
7	0	4	39		7	0	6	54	

### P R E M I E R E R E G L E.

*Trouver au Havre le temps de la haute Mer pour les jours  
de la nouvelle & pleine Lune & des Quadratures.*

Cherchez dans quelques Ephemerides , l'heure de la nouvelle ou pleine Lune & des Quadratures , & prenez la difference entre cette heure & le temps moyen de la haute Mer marqué pour le jour de la phase. Doublez cette difference , & vous aurez le nombre des minutes qu'il faut ajoûter au temps moyen de la haute Mer , si l'heure de la phase anticipe le temps moyen de la haute Mer ; & qu'il faut retrancher au contraire si l'heure  
de



de la phase suit le tems moyen de la haute mer , & on aura le vrai tems de la haute mer pour le jour de la phase donnée ; soit nouvelle ou pleine Lune , ou l'une des Quadratures.

## E X E M P L E.

On cherche le tems de la haute mer le jour de la nouvelle Lune de Janvier 1702.

On trouve dans la Connoissance des Tems que la nouvelle Lune est arrivée le 28 Janvier à  $0^h 57'$  du matin. La difference entre  $0^h 57'$  du matin &  $9^h 26'$  du matin, tems moyen de la haute mer dans les nouvelles & pleines Lunes au Havre de Grace, est  $8^h 29'$ , dont le double  $16^h 58''$  est le nombre des minutes qu'il faut ajoûter à  $9^h 26'$ , tems moyen de la haute mer au Havre, à cause que l'heure de la pleine Lune anticipe le tems de la haute mer, & on aura le vrai tems de la haute mer le 28 Janvier 1702 à  $9^h 43'$  M. du Bocage l'a observé à  $9^h 45'$ .

## S E C O N D E R E G L E.

*Trouver au Havre le tems de la haute Mer pour tous les jours donnés.*

Cherchez d'abord par la premiere Regle le tems de la haute mer pour le jour de la nouvelle ou pleine Lune, ou des Quadratures qui précède immédiatement le jour donné. Ajoûtez-y le retardement de la marée qui convient à la difference entre le jour donné & le jour de la phase précédente, & vous aurez le tems de la haute mer pour le jour cherché.

## E X E M P L E.

On cherche le tems de la haute mer pour le premier Février 1702.

On trouve dans la Connoissance des Tems que la phase qui a précédé immédiatement le premier Février, est la nouvelle Lune qui est arrivée le 28 Janvier 1702 à  $0^h 57'$  du matin quatre jours avant le jour donné. On a trouvé par l'Exemple précédent que le tems de la haute mer est arrivé ce jour-là à  $9^h 43'$  du matin. Ajoûtez y  $2^h 42'$  qui est le retardement qui convient à quatre jours,

*Mem. 1710.*

B b b

& vous aurez le tems de la haute mer le 1 Février 1702 à 0<sup>h</sup> 25' du soir. M. du Bocage l'a observé ce jour-là à 0<sup>h</sup> 15' du soir.

Pour trouver le tems de la haute mer qui précède ou qui suit immédiatement celle qu'on a trouvée, il faudra retrancher ou ajouter la différence marquée dans la Table qui convient à 12 heures. On pourra aussi appliquer au Havre de Grace les trois dernières Regles qui sont prescrites pour trouver à Dunquerque les grandes & petites marées, que l'on omet ici de crainte de repetition.

Comme l'intervalle entre les nouvelles ou pleines Lunes & les Quadratures varie depuis 6 jours jusqu'à 8 jours, il suit que lorsque cet intervalle est de 6 jours, alors le retardement de la marée d'un jour à l'autre doit être plus grand que lorsque l'intervalle est de 8 jours; c'est pourquoi on a construit pour une grande précision une Table où le retardement de la marée est marqué suivant ces diverses intervalles.

Pour l'usage de cette Table on prendra dans les Ephemerides l'intervalle des jours qui est entre la phase qui précède & celle qui suit immédiatement le jour donné, & on se servira du retardement de la marée qui est marqué dans la colonne sous ce nombre de jours.

Par exemple, on veut sçavoir le tems de la haute mer pour le 1 Février 1702, qui est l'Exemple proposé dans la seconde Regle.

La phase qui a précédé immédiatement le 1 Février est la nouvelle Lune du 28 Janvier 1702, & la phase suivante est le premier quartier qui est arrivé le 5 Février 1702. L'intervalle entre ces deux phases est 8 jours. Cherchez sous la colonne au haut de laquelle est marqué VIII. jours, le retardement qui convient à quatre jours qui est 2<sup>h</sup> 31'; ajoutez-les à 9<sup>h</sup> 43' du matin (tems de la haute mer pour le jour de la nouvelle Lune précédente trouvé par la premiere Regle) & vous aurez le tems de la haute mer le 1 Février 1702 à 0<sup>h</sup> 14' du soir, à une minute près de celui qui a été observé.

## Table du Retardement des Marées.

Intervalle entre le jour des Nouvelles ou Pleines Lunes  
& le jour des Quadratures.

Jours & heu-  
res après la  
nouvelle ou  
pleine Lune.

VI. jours. || VII. jours. || VIII. jours.

Retardement des Marées.

Jou.	Heu.	Heu.	Min.	Dif.	Heu.	Min.	Dif.	Heu.	Min.	Dif.
0	0	0	0	29	0	0	27	0	0	25
	12	0	29	25	0	27	24	0	25	22
1	0	0	54	22	0	51	22	0	47	20
	12	1	16	21	1	13	20	1	7	18
2	0	1	37	21	1	33	20	1	25	17
	12	1	58	20	1	53	19	1	42	16
3	0	2	18	20	2	12	19	1	58	16
	12	2	38	20	2	31	19	2	14	17
4	0	2	58	22	2	50	19	2	31	19
	12	3	20	23	3	10	20	2	50	20
5	0	3	43		3	32	22	3	10	21
	12				3	56	24	3	31	22
6	0				4	23	27	3	53	22
	12							4	16	23
7	0							4	39	23

Jours & heu-  
res après les  
Quadratures.

Jou.	Heu.	Heu.	Min.	Dif.	Heu.	Min.	Dif.	Heu.	Min.	Dif.
0	0	0	0	37	0	0	31	0	0	29
	12	0	37	39	0	31	35	0	29	33
1	0	1	16	42	1	6	41	1	2	40
	12	1	58	44	1	47	45	1	42	44
2	0	2	42	44	2	32	44	2	26	45
	12	3	26	37	3	16	34	3	11	34
3	0	4	3	29	3	50	27	3	45	27
	12	4	32	26	4	17	25	4	12	25
4	0	4	58	24	4	42	23	4	37	22
	12	5	22	24	5	5	23	4	59	23
5	0	5	46		5	28	25	5	22	25
	12				5	53	25	5	47	27
6	0				6	18	25	6	14	27
	12							6	41	27
7	0							7	8	27
	12									

## R E F L E X I O N S

*Sur les observations des Marées faites à  
Brest & à Bayonne.*

PAR M. CASSINI le fils.

1710  
16. Août.

**A**YANT trouvé que les observations du flux & du reflux de la mer faites à Dunquerque & au Havre de Grace s'accordoient entr'elles, de sorte que l'on peut se servir des mêmes Regles pour trouver dans ces deux Ports le tems de la haute mer pour tous les jours de l'année avec assez de précision. On a crû devoir examiner si ces Regles s'accordoient aux observations faites à Brèst & à Bayonne sur les marées par M<sup>rs</sup> de la Hire & Picard.

Ces observations sont rapportées dans le Recueil des voyages de l'Academie. Elles furent faites à Brest au mois de Septembre 1679 dans le Jardin du Roy qui a vûë sur le Port, où la mer est ordinairement fort en repos.

M<sup>rs</sup> de la Hire & Picard y observerent depuis le 18 jusqu'au 28 Septembre le tems de la haute mer & de la basse mer. Ils n'attendoient pas pour faire leurs observations que la mer fût tout à fait haute ou tout à fait basse, parce qu'alors elle demeure trop long-tems en état : mais ils marquoient deux tems éloignez devant & après auxquels elle se trouvoit à certaine hauteur précise, qui duroit si peu qu'ils n'ont pas fait difficulté de marquer jusqu'aux secondes. Ils prenoient ensuite le milieu du tems qui s'étoit écoulé entre les observations correspondantes.

En comparant d'abord le retardement de la marée du 18 au 19 Septembre, on le trouve de 48' semblable au moyen mouvement de la Lune. Ce retardement est ensuite un peu plus petit jusqu'au 26 du même mois ;

mais depuis le 26 jusqu'au 28 il est excessif, y ayant eu du 26 au 27 un retardement dans le tems de la haute mer de  $1^h 9' 45''$ , & du 27 au 28 de  $1^h 30' 30''$ .

Comme les regles que nous avons prescrites pour trouver à Dunquerque & au Hayre le tems de la haute mer demandent la connoissance des jours & heures des nouvelles & pleines Lunes & des Quadratures, nous avons examiné les jours de la Lune auxquelles ces observations ont été faites, & nous avons trouvé dans la Connoissance des Tems de 1679 que la pleine Lune est arrivée le 20 Septembre à  $7^h 48'$  du matin, & le dernier quartier le 26 à  $7^h 4'$  du soir. Le 20 Septembre jour de la pleine Lune la hauteur des marées n'y fut pas observée; mais par la comparaison des observations qui ont été faites les jours précédens & suivans, on voit qu'il a dû arriver environ sur les quatre heures du soir. On trouve ensuite que le retardement des marées a été en diminuant, & s'accorde à peu près à ce qui résulte de la regle: mais depuis le 26 jusqu'au 28 le retardement journalier a été plus grand, comme il devoit arriver suivant la regle. Car le dernier quartier de la Lune étant arrivé le 26, il doit y avoir du 26 au 27 un retardement de  $1^h 8'$ , & du 27 au 28 de  $1^h 24'$ , à quelques minutes près de celui qui a été observé du 26 au 27 de  $1^h 10'$ , & du 27 au 28 de  $1^h 30' 30''$ .

Pour pouvoir comparer avec plus de facilité la regle avec les observations, on a dressé la Table suivante; où l'on a marqué dans la premiere colonne le jour de l'observation; dans la seconde le tems de la haute ou basse mer déterminé par l'observation; dans la troisieme & quatrieme le tems calculé suivant la premiere & seconde Table, & dans la cinquieme & sixieme la difference entre le tems observé & le tems calculé suivant la premiere & seconde Table du retardement des marées.

## Table des Marées observées à Brest.

1679.	Temps de la haute ou basse Mer observé.			Temps calculé.				Diff. par	
				par la premiere Table.		par la seconde Table.		la premiere Table.	
	H.	M.	S.	H.	M.	H.	M.	M.	M.
Septembre.									
jours.									
18	2	25	30 soir. Haute mer.						
19	3	13	30 soir. Haute mer.						
Pleine Lune à 7 h. 48 20 min. mat.				4	2 soir.	4	2		
21	10	29	30 mat. Basse mer.	10	40	10	43	10 $\frac{1}{2}$	13 $\frac{1}{2}$
22	11	41	45 soir. Basse mer.	11	41	11	49	0 $\frac{3}{4}$	7 $\frac{1}{4}$
24	0	25	30 mat. Basse mer.	0	17	0	30	8 $\frac{1}{2}$	4 $\frac{1}{2}$
	0	46	30 soir. Basse mer.	0	35	0	50	11 $\frac{1}{2}$	3 $\frac{1}{2}$
25	1	12	30 mat. Basse mer.	0	53	1	11	19 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$
	1	34	30 soir. Basse mer.	1	13	1	34	21 $\frac{1}{4}$	0 $\frac{1}{4}$
1. quartier à 7 heures. 4 0 r.	3	56	40 mat. Basse mer.	1	53	1	53	3 $\frac{3}{5}$	3 $\frac{2}{5}$
26	8	6	45 mat. Haute mer.	8	6 45	8	6 45	0	0
27	3	38	30 mat. Basse mer.	2	57	2	54	41 $\frac{1}{2}$	44 $\frac{1}{2}$
	9	16	30 mat. Haute mer.	9	15	9	9	1 $\frac{1}{2}$	7 $\frac{1}{2}$
	10	9	30 soir. Haute mer.	9	56	9	49	13 $\frac{1}{2}$	20 $\frac{1}{2}$
28	10	47	0 mat. Haute mer.	10	39	10	33	8	14

*Reflexions sur les observations des Marées faites  
à Bayonne.*

Les observations sur le flux & le reflux de la mer furent faites à Bayonne par M<sup>rs</sup>. de la Hire & Picard dans la Dour où la marée monte considérablement.

Ils observerent de la même manière qu'ils avoient fait à Brest l'année précédente le temps de la haute mer & de la basse mer depuis le 12 Septembre 1680. jusqu'au 4. Octobre suivant.

Pour pouvoir comparer la Regle du retardement des

marées avec les observations, on a d'abord cherché dans la Connoissance des Temps de 1680. les jours & heures des phases de la Lune, & l'on a trouvé que le dernier quartier de la Lune est arrivé le 15 Septembre 1680 à 1<sup>h</sup> 4' du matin; que la nouvelle Lune suivante est arrivée le 22 à 7<sup>h</sup> 30' du soir, & que le premier quartier est arrivé le 30 Septembre à 11<sup>h</sup> 4' du soir.

Il suit donc de la Regle qu'à commencer du 15 Septembre jour du dernier quartier, il doit y avoir eu un grand retardement dans la marée d'un jour à l'autre pendant trois ou quatre jours; que depuis le 22 Septembre jour de la nouvelle Lune jusqu'au 30 Septembre jour du dernier quartier, il y a eu de l'acceleration dans les marées, & que depuis le 30 Septembre jusqu'au 4 Octobre il doit y avoir eu un retardement dans la marée, ce qui s'accorde entièrement aux observations.

Cette conformité de la regle du retardement des marées avec les observations nous a donné lieu d'examiner si elle s'y accorderoit dans toutes les circonstances. On a supposé pour cela que la haute mer arriyée à Bayonne le jour de la nouvelle & pleine Lune à 3<sup>h</sup> 30' telle qu'elle est marquée dans la Connoissance des Temps. L'intervalle entre le tems des marées depuis la nouvelle ou pleine Lune jusqu'aux quadratures étant de 5<sup>h</sup> 14' comme on l'a trouvée au Havre, on aura le tems de la haute mer dans les quadratures à Bayonne à 8<sup>h</sup> 44'. Sur ces hypotheses on a calculé par les regles prescrites dans le Memoire précédent le tems de la haute ou basse mer dans les observations faites à Bayonne depuis le 15 Septembre, on les a marqué dans la Table ci-jointe avec les differences, qui sont pour la plupart si petites, qu'on n'auroit jamais esperé de pouvoir arriver à une si grande précision.

## Table des Marées observées à Bayonne.

1680.	Temps de la haute & basse Mer observé.			Temps calculé.				1. Diff.	2. Diff.
				par la première Table.		par la seconde Table.		par la 1 <sup>re</sup> . Table.	par la 2 <sup>de</sup> . Table.
Septembre.									
jours.	H.	M.	S.	H.	M.	H.	M.	M.	M. II
12	0	1	0 mat. Basse mer.						
	0	24	30 soir. Basse mer.						
13	0	43	0 mat. Basse mer.						
	1	8	45 soir. Basse mer.						
14	1	34	30 mat. Basse mer.						
	2	0	30 soir. Basse mer.						
1. quartier à 1. heure. 4 15 min. mat.	2	35	30 mat. Basse mer.	2	38	2	39	2	3
	3	8	15 soir. Basse mer.	3	8	3	8	0	0
	9	20	45 soir. Haute mer.	9	23	9	23	2	2
16	3	44	0 mat. Basse mer.	3	39	3	38	5	6
	9	57	0 mat. Haute mer.	9	55	9	54	2	3
	10	40	30 soir. Haute mer.	10	31	10	29	9	11
18	0	13	30 soir. Haute mer.	0	34	0	37	20	23
19	1	14	0 mat. Haute mer.	1	7	1	13	7	1
	1	43	0 soir. Haute mer.	1	37	1	40	6	3
20	2	7	30 mat. Haute mer.	2	3	2	5	4	2
	2	33	0 soir. Haute mer.	2	27	2	28	6	5
	8	42	0 soir. Basse mer.	8	39	8	40	3	2
21	2	54	0 mat. Haute mer.	2	51	2	53	3	1
	9	4	30 mat. Basse mer.	9	2	9	5	2	0
	3	14	50 soir. Haute mer.	3	13	3	18	2	3
	9	23	0 soir. Basse mer.	9	23	9	24	0	1

Table



Table des Marées observées à Bayonne.

JOURS. 1680.	Temps de la haute & basse Mer observé.			Temps calculé.				1. Diff. par la 1 <sup>re</sup> . Table.	2. Diff. par la 2 <sup>de</sup> . Table.
				par la première Table.		par la seconde Table.			
Septembre.	H.	M.	S.	H.	M.	H.	M.	M.	M.
Pleine Lune à 7. h. 30 22 min. soir.	9	39	0 mat. Basse mer.	9	10	9	10	29	29
	9	56	30 soir. Basse mer.	9	35	9	35	21	21
23	10	11	30 mat. Basse mer.	10	1	9	58	11	14
	10	25	0 soir. Basse mer.	10	22	10	19	3	6
24	10	47	0 mat. Basse mer.	10	43	10	38	4	9
	11	2	30 soir. Basse mer.	11	1	10	56	1	6
25	11	19	30 mat. Basse mer.	11	19	11	12	0	7
	11	32	0 soir. Basse mer.	11	37	11	28	5	4
26	11	50	0 mat. Basse mer.	11	55	11	45	5	5
27	0	7	0 mat. Basse mer.	0	13	0	2	6	5
	0	23	30 soir. Basse mer.	0	33	0	22	9	1
28	0	35	30 mat. Basse mer.	0	53	0	42	18	6
	0	59	30 soir. Basse mer.	1	13	1	3	13	3
1. quartier le 30 Sept. à 11. heur. 4 29 min. soir.	1	14	30 mat. Basse mer.	1	31	1	26	17	11
Octobre.	3	19	0 mat. Basse mer.	2	55	2	55	24	24
1	9	30	0 mat. Haute mer.	9	11	9	8	19	22
	10	3	30 soir. Haute mer.	9	47	9	41	16	22
2	10	52	30 mat. Haute mer.	0	28	10	21	24	31
	11	22	0 soir. Haute mer.	11	11	11	5	11	17
3	0	5	0 soir. Haute mer.	11	50	11	50	15	15
4	0	27	0 mat. Haute mer.	0	22	0	24	5	3
	1	35	30 soir. Haute mer.	0	54	0	51	41	44

# EXAMEN DE LA SOYE

## DES ARAIGNÉES.

PAR M. DE REAUMUR.

1710.  
12. Novem.

**L**A haine du Public étoit depuis long-tems funeste aux Araignées : toutes les choses curieuses que divers Sçavans en avoient publiées , n'avoient pû les raccommoder dans son esprit ; elles y passioient toujours pour un Insecte dangereux , ou du moins inutile , lorsque M. Bon Premier President de la Chambre des Comptes de Montpellier , & Académicien honoraire de la Société Royale de la même Ville , attira l'an passé une attention assez generale à un animal si universellement haï : aussi eut-on lieu d'esperer des choses singulieres qu'il fit voir , qu'on en pourroit un jour tirer quelque utilité , puisque les Araignées filoient , comme les Vers , une soye , dont on pouvoit faire de fort beaux ouvrages. Les Bas & les Mitaines qu'il presenta alors à l'Assemblée , en étoient une preuve incontestable ; par ses soins elles avoient été faites de cette nouvelle soye. L'Académie , à qui il envoya quelque tems après les Mitaines , les vit avec le plaisir que lui donnent les choses curieuses ; mais l'attention particuliere qu'a cette Compagnie à ce qui regarde le bien public , ne lui permit pas d'en rester là. Elle crut qu'il falloit examiner de plus près une découverte qui avoit quelque air d'utilité , afin qu'on en tirât tout le fruit qu'on en pouvoit tirer , ou qu'on sçût du moins qu'on ne negligeoit pas une chose avantageuse. Elle étoit trop instruite du sort de la soye des Vers , qui quoique connuë , est restée presque inutile pendant plusieurs Siecles ; pour ne pas craindre que la soye des Araignées n'eût une pareille fortune.

L'Académie jugea donc à propos de charger deux

Académiciens , de suivre de près l'ingenieuse découverte de M. Bon. Je fus un de ceux qu'elle honora de son choix , persuadée apparemment qu'il ne s'agissoit ici que de quelques soins & de quelque application , & que je ne negligerois rien pour me rendre digne de l'honneur qu'elle m'avoit fait. Il en falloit moins pour m'engager à une recherche , qui avoit quelque rapport au bien public. J'y fus cependant encore excité par un motif très-pressant : ce fut l'intérêt que me parut prendre au sort des Araignées, un illustre Abbé , que je n'ose nommer ici , parcequ'on ne peut le nommer sans éloges , & qu'il ne les entend point sans peine \*, mais qu'on reconnoîtra assez , lorsque je dirai que c'est lui qui soutient par sa protection , ses conseils, ses exemples la Republique des Lettres dans les tems les plus difficiles.

\* M. l'Abbé Bignon présidoit à l'Assemblée publique de l'Académie dans laquelle ce discours fut lu.

Pour travailler avec quelque ordre à l'examen de la soye des Araignées , je crus la devoir sur-tout considérer par rapport à celle des Vers , pour tâcher de découvrir par cette comparaison , si on pourroit tirer de la nouvelle soye quelque avantage semblable à celui que nous tirons de l'ancienne. Car il ne s'agissoit plus de sçavoir si les Araignées filoient dans certains tems une soye propre aux ouvrages ; M. Bon l'avoit démontré d'une maniere aussi curieuse que certaine : mais si elles filoient une soye dont le Public pût profiter. Pour le déterminer , tout me sembla se réduire non-seulement à trouver le secret de nourrir & d'élever les Araignées, comme quelques Sçavans l'ont supposé ; mais de sçavoir encore si le secret de nourrir les Araignées étant trouvé , cette soye pourroit être à aussi bon marché que l'autre ; ou en cas qu'elle fût plus chere ; si cet inconvenient seroit compensé par quelque autre avantage. Ce sont les deux points essentiels que je me proposai dans ma recherche , & auxquels on peut ramener tout ce que je vais dire dans cet Examen de la soye des Araignées.

L'adresse dont se servent les Araignées pour attraper les Mouches , a appris à tout le monde qu'elles se nour-

rissent de ces Insectes : mais il n'est presque pas besoin de reflexion , pour appercevoir qu'il n'est pas possible de nourrir avec des Mouches autant d'Araignées qu'il en faudroit , pour fournir de soye des Manufactures. De quelle adresse se servir pour prendre chaque jour une quantité de Mouches aussi grande que celle qui seroit nécessaire ? Mais quand même on auroit la facilité de prendre les Mouches aussi aisément qu'on le voudroit , il ne me seroit pas difficile de faire voir qu'on n'en seroit gueres plus avancé , & que toutes les Mouches du Royaume suffiroient à peine à nourrir assez d'Araignées , pour faire une quantité de soye peu considerable , comme il sera aisé de le déduire de ce que je dirai dans le second Article.

Il falloit donc avoir recours à une nouvelle nourriture ; de laquelle on pût avoir commodément une quantité suffisante : le naturel vorace des Araignées monroit assez qu'elle ne devoit pas être tirée des plantes ; qu'ainsi ni leurs fleurs , ni leurs fétuilles , ni leurs fruits ne devoient pas être propres à les nourrir. Je ne laissai pas de tenter ces sortes d'alimens , pour n'avoir pas à me reprocher d'avoir négligé quelque chose ; & parceque je sçavois qu'en matiere d'expérience , il arrive souvent ce qu'on ne croyoit pas devoir arriver ; mais tout ce que je leur donnay en ce genre , ne fut point pour elles une nourriture.

Il m'avoit cependant été facile de me convaincre que les Mouches n'étoient pas la seule qu'on pût leur donner ; car quoique celles qui font leurs toiles dans les angles des murs & dans les jardins en vivent , j'avois observé plus d'une fois qu'elles mangent également les autres Insectes , lorsqu'ils s'embarraissent dans ces toiles ; les Araignées qui habitent des trous dans de vieux murs , m'avoient encore mieux appris que tous les Insectes leur étoient propres : car ayant souvent visité de pareils trous , j'y avois ordinairement trouvé des corps de diverses sortes d'Insectes , comme de Cloportes , Millepieds , Chenilles , Papillons.

Il ne sembloit donc plus s'agir que de trouver une espece d'Insecte , dont on pût avoir commodément autant qu'on voudroit ; les seuls Vers de terre me parurent avoir cet avantage. Il y en a des quantitez prodigieuses , les jardins , les champs en sont remplis ; il n'est personne qui n'ait remarqué qu'après des nuits pluvieuses , les allées des jardins sont couvertes de divers petits morceaux de terre ronds & tournez en spirale , ils cachent autant de trous par lesquels sont sortis les Vers de terre. Il n'est aussi rien de plus facile que d'avoir de ces Insectes , pourvu qu'on aille les chercher pendant la nuit avec une chandelle , observant seulement d'y aller dans des tems qui n'ont pas été précédés d'une longue secheresse.

A la vérité je n'avois jamais trouvé de Ver de terre dans les toiles ou dans les trous des Araignées ; mais ces Insectes rampans sur la terre , & ayant assez de force & de pesanteur ; il étoit également impossible qu'ils se fussent jettés dans ces filets & dans ces trous , & que les Araignées les y eussent transportez. Il me parut qu'il n'y avoit point de nourriture dont je dussè me promettre davantage. Le succès ne trompa pas mon attente. Ayant renfermé dans des boîtes plusieurs grosses Araignées de diverses especes qui avoient passé l'hyver , car il y en a qui vivent plusieurs années , je leur donnai des morceaux de Ver , & les conservai en vie par ce moyen.

Il ne m'auroit pas suffi pour me persuader que cette nourriture étoit convenable aux Araignées , de les avoir vu vivre pendant plusieurs mois , après la leur avoir donnée. Une expérience que j'avois faite autrefois , m'auroit laissé un doute très-fondé : j'avois gardé une Araignée de maison en vie pendant plus de trois mois , sans lui donner aucune nourriture ; on sçait d'ailleurs que les petites Araignées qui éclosent dans le mois de Septembre , vivent environ huit ou neuf mois sans manger.

Mais comme j'avois renfermé ces Araignées dans des boîtes que j'avois couvertes de verre , j'observois aisément si elles s'attachoient à la nourriture que je leur avois

donnée, & je les voyois attaquer les morceaux de Vers, qu'on sçait se remuer malgré leur séparation du reste du corps, comme on les voit attaquer les Insectes à qui il reste encore quelque force après s'être laissez prendre dans leurs filets. Les divers mouvemens de ces morceaux de Vers, excitoient ces Insectes de proie; d'ailleurs elles conservoient leur grosseur & leur vivacité, ce qui n'arrivoit point à celles que je laissois sans nourriture. Enfin, ce qui est plus décisif, plusieurs firent des coques dans lesquelles leurs œufs étoient renfermez.

Je tentai ensuite diverses sortes de viandes, pour voir si elles ne seroient pas également propres à les nourrir; car quelques commodés que soient les Vers, la viande l'auroit été davantage; mais je vis qu'elles ne la cherchoient point, & que lorsqu'elles la rencontroient, elles s'appliquoient rarement dessus, peut-être parceque le naturel feroce des Araignées veut être excité par des animaux vivans.

J'imaginai cependant une autre nourriture, qui supplée apparemment à cet avantage, par le goût exquis que les Araignées y trouvent: les jeunes Araignées qui ne font que d'abandonner leurs coques, la préférèrent à toute autre. Je ne l'employai qu'à cause du rapport qu'elle me parut avoir avec la chair tendre & molle des Insectes que les Araignées succent. Elle consiste dans cette substance qui remplit les plumes des jeunes oiseaux, avant qu'elles soient parvenues à leur parfait accroissement. On a remarqué sans doute que lorsqu'on arrache de ces jeunes plumes, elles sont sanglantes par le bout; que le tuyau est mou alors: ceux qui se seront de plus donné la peine de presser ce tuyau, ou de le dissequer, l'auront trouvé rempli d'une substance tendre & garnie d'un grand nombre de vaisseaux, qui laissent échaper du sang lorsqu'on les coupe. Après avoir arraché de ces plumes à de jeunes Pigeons ou à des vieux, auxquels j'avois ôté quelque tems auparavant les grosses plumes de la queue & des aîles; je les divisois en divers petits morceaux d'u-

ne ligne , ou d'une demie ligne de longueur ; je donnois ces petits morceaux aux Araignées qui s'en accommodoient fort. Les jeunes Araignées sur-tout , j'entends celles que j'avois gardées dans leurs coques , & qui les avoient abandonnées depuis peu , sembloient les préférer à toute autre nourriture : j'en voyois quelquefois cinq à six assemblées sur un même morceau de plume , que chacune suçoit du côté où il avoit été coupé.

Jusques ici tout paroît aller à merveille pour les Araignées ; voici des nourritures simples dont il semble qu'il étoit seulement question ; peut-être en trouveroit-on d'autres aussi commodes , même parmi les Insectes , pendant qu'on se serviroit de celles-là , qui ne sont pas plus difficiles à trouver , que les feuilles de Meurier qu'on donne aux Vers , & qui ont quelque chose de plus commode : on peut les avoir sans aucun soin dans tous les pays , sans craindre pour elles les plus rudes hyvers ; les Rotisseurs fourniroient une grande quantité de ces jeunes plumes , ou on en auroit de reste , en nourrissant des Poules ou des Pigeons , auxquels on les arracheroit de tems en tems , & qui n'en feroient pas moins leurs œufs & leurs petits , comme je l'ai éprouvé. Mais nous allons voir qu'il y aura beaucoup à décompter , lorsqu'il s'agira d'élever assez d'Araignées pour fournir de soye des Manufactures.

D'abord que les jeunes Araignées abandonnent la soye qui les enveloppoit , elles paroissent parfaitement d'accord , elles travaillent de concert à une même toile ; les unes étendent de nouveaux fils sur ceux que les autres avoient déjà fournis. Mais une pareille union ne dure pas long-tems. Je distribuai en différentes boîtes quatre à cinq mille Araignées , auxquelles j'avois vû abandonner leurs coques. J'en mis deux ou trois cens dans certaines boîtes , dans d'autres cent , ou cinquante , ou même moins ; ces boîtes avoient à peu près la longueur & la largeur d'une carte à jouer , & étoient aussi hautes que larges ; c'étoit un assez grand espace pour de si petits ani-

maux. Comme j'avois observé qu'elles s'attachoient au verre qui couvroit ces boîtes, je leur avois fait à chacune une ouverture à une ligne de distance de ce verre, par laquelle je faisois entrer une carte qui étoit appuyée sur la largeur de la boîte. Cette carte bouchoit assez exactement l'ouverture, pour empêcher les Araignées de s'échaper. C'est sur cette carte que je mettois la nourriture que j'avois trouvée leur être propre : je la posois ainsi près de la surface supérieure de la boîte ou du verre, afin que les Araignées fussent plus proches de cette nourriture, & afin que celles qui étoient au fond de la boîte ou sur les côtes pussent venir la chercher, j'avois eu la précaution de faire un grand nombre de trous à cette carte ; on pouvoit par ce moyen donner à manger à beaucoup d'Araignées en très-peu de tems. On les voyoit les premiers jours chercher cette nourriture avec empressement ; plusieurs s'attachoient au même morceau de plume.

Mais leur naturel feroce se déclara bien-tôt : les plus grosses & les plus fortes prirent goût à manger les plus petites & les plus foibles : chaque fois que je les regardois, j'en voyois une plus petite qui étoit devenue la proie d'une un peu plus grosse, & au bout de quelque tems à peine m'en resta-t'il une ou deux dans chaque boîte.

Je sçavois bien que les grosses Araignées se battent quelquefois lorsqu'elles se rencontrent ; mais il y avoit quelque apparence qu'étant élevées ensemble, elles pourroient devenir plus sociables : comme nous voyons que les Poulets & les Dindons élevez dans une même basse-cour vivent fort bien ensemble, quoiqu'ils fassent quelquefois la guerre aux nouveaux venus, jusqu'à les tuer. Les grosses Araignées même se mangent beaucoup moins les unes les autres que ces petites, soit qu'elles aient moins besoin de nourriture, ou qu'étant plus pesantes, elles aiment moins à se remuer.

Apparemment que cette inclination qu'elles ont à se  
manger



manger mutuellement , est partie cause de ce qu'il y a si peu d'Araignées à proportion de ce qu'il devoit y en avoir , faisant une quantité d'œufs aussi prodigieuse qu'elles le font. Je sçai bien qu'il y a diverses sortes d'Insectes qui les mangent ; Pline parle de quelques especes de Frelons & de Lezards qui s'en nourrissent. J'ai vû des petits Lezards bruns des murs en attrapper avec beaucoup d'adresse : mais malgré cela je crois que nous en verrions incomparablement davantage , si elles ne se mangeoient point.

Il ne sembleroit donc rester d'autre parti à prendre ; si l'on vouloit élever des Araignées , qu'à les loger séparément. On pourroit , par exemple , avoir des boîtes divisées en plusieurs petits compartimens , qui formeroient plusieurs cellules ; & je l'ay fait comme cela. Mais de donner à manger à chacune de ces Araignées séparément , engageroit en des dépenses peu proportionnées au profit qu'on en retireroit. On pourroit en venir-là ; si nous n'avions la soye des Vers d'une maniere infiniment plus commode.

Je sçai qu'on pourroit trouver des moyens d'abreger cette maniere de leur donner à manger ; & j'en ay même imaginé quelques-uns , que je ne crois pas nécessaire d'écrire icy : mais quelque chose qu'on fît , il est toujours à craindre qu'on n'y employât considérablement plus de temps , qu'on n'en met à donner la nourriture aux Vers.

La nécessité où l'on est de distribuer les Araignées dans des cellules séparées , jette encore dans un nouvel embarras , qui ne diminuë pas peu l'avantage qu'elles ont sur les Vers du côté de leur fécondité. Car pour profiter de cet avantage , il faut pouvoir garder un grand nombre d'œufs , qui ayent été fécondés par l'accouplement ; & pour cela , il faut mettre nécessairement des Araignées ensemble. Je sçay bien qu'il est un temps où il se doit faire chez ces Insectes une douce fermentation qui leur ôte leur férocité naturelle , & qu'on pourroit alors les

mettre ensemble sans aucun risque. Mais comment connoître précisément ce temps, qui doit précéder de peu celui où elles ont envie de faire leurs œufs ? Il seroit aisé à trouver, si elles faisoient toutes ces œufs à peu près dans les mêmes jours de l'année : mais il y a plusieurs mois de différence entre le temps que les unes pondent, & celui où les autres pondent à leur tour.

La fécondité des Araignées est prodigieuse, comme M. Bon l'a parfaitement observé ; mais après tout les Vers sont féconds de reste. Quand on supposeroit qu'ils ne font qu'environ cent œufs, desquels à peine quarante donnent des Vers qui fassent leurs coques ; au lieu que les Araignées font six à sept cens œufs ; quoique j'aie remarqué dans tous les Vers que j'ay élevez, pour faire une exacte comparaison de leur soye avec celle des Araignées, qu'ils ont toujours donné au moins trois à quatre cens œufs. Il est aisé de voir qu'on peut multiplier le nombre des Vers autant qu'on le voudra, si cela dépendoit seulement de la quantité de leurs œufs. Il n'en faut d'autre preuve que la quantité de soye qu'ils fournissent aujourd'huy à l'Europe, où il n'y avoit autrefois aucuns Vers. Il seroit donc aisé avec le temps d'avoir des quantitez de Vers, qui surpassent autant ce que nous en avons à présent, que ce que nous en avons surpasse le petit nombre qu'on apporta d'Orient en Europe. Mais c'est qu'il est nécessaire de les loger, nourrir, soigner, ce qui fait qu'on n'en élève pas d'avantage ; parce qu'en augmentant la quantité de la soye, on en diminueroit le prix, & les soins qu'on est obligé de prendre pour élever les Vers, ne seroient plus payez assez cher.

Il semble donc jusques icy que les Vers l'emportent beaucoup sur les Araignées, par la facilité qu'on a à les élever, & par conséquent qu'on doit peu se promettre de la nouvelle soye, si elle n'a quelque avantage sur l'ancienne, soit par sa beauté ou sa force, ou par la quantité qu'on en peut tirer. C'est ce que nous allons examiner dans le second Article.

Comme toutes les especes d'Araignées ne donnent pas une soye qu'on puisse mettre en œuvre, & que celles qui fournissent cette soye la filent seulement pour former les coques qui envelopent leurs œufs; car on sçait que les filets qu'elles tendent aux Insectes sont faits communément d'une soye si fine, qu'on ne sçauroit en faire aucun usage; il m'a paru nécessaire de donner une idée generale des diverses especes d'Araignées auxquelles on peut ramener toutes les autres; & de la differente maniere dont les coques de ces differentes especes sont faites, afin de faire connoître icy celles dont on peut tirer de la soye dans le Royaume.

M. Bon qui consideroit sur-tout les Araignées par rapport à leur soye, les a aussi distribuées en especes differentes, par le rapport qu'elles ont avec cette soye. Il les réduit pour cela à deux especes principales, qui sont les Araignées à jambes longues, & les Araignées à jambes courtes: ce sont les dernieres, dit M. Bon, qui fournissent la nouvelle soye. Mais cette division qui auroit de grands avantages par sa simplicité, ne me paroît pas donner une maniere assez sûre pour distinguer ces Araignées des autres. On pourroit être embarrassé pour sçavoir quelles sont celles qu'on doit précisément nommer à jambes longues, & celles qu'on doit nommer à jambes courtes. Il est des Araignées qui ont les jambes d'une grandeur moyenne, entre celle des plus grandes & celle des plus petites; sous laquelle des deux especes les ranger? Filent-elles de bonne soye? Il seroit difficile de le déterminer par le moyen de la division précédente. Ce n'est pas-là néanmoins son plus grand inconvenient, elle en a un plus considerable qui exposerait à bien des peines inutiles ceux qui voudroient amasser des Araignées pour leur faire filer de la soye; car la plupart de celles dont ils auroient eu lieu de s'en promettre davantage, ne leur en donneroient point du tout. Telles sont diverses especes d'Araignées vagabondes, & les grosses Araignées brunes qui habitent des trous de vieux murs, qui

ont les jambes plus courtes que la plûpart de celles qui fournissent la soye, quoiqu'elles n'en donnent point du tout.

Pour distinguer les Araignées du Royaume qui donnent de la soye de celles qui n'en donnent pas, je les range d'abord toutes sous deux genres. Le premier de ces genres est composé de toutes les especes que M. Homberg a comprises sous le nom d'Araignées vagabondes dans les Memoires de 1707, nom qui convient parfaitement à ces especes d'Araignées, qui ne tendent pas comme les autres, des filets aux Insectes, mais qui les chassent avec beaucoup de ruse & d'adresse. Toutes ces Araignées filent peu, & elles ne le font gueres que quand elles ourdissent la toile qui sert de coque à leurs œufs : quelques-unes forment cette petite coque en demie sphere, elles la laissent collée à des pierres, ou cachée sous la terre ; quelquefois elles la mettent dans des arbres ou dans des herbes. Quelques-autres lui donnent à cette coque la figure d'une boule, que leur tendresse ne leur permet pas d'abandonner ; elles la portent toujours colée aux mamellons qui sont auprès de leur anus, de maniere qu'il semble que cette boule ne fait qu'un même corps avec l'Araignée, qui paroît alors seulement plus grosse qu'elle ne devroit être naturellement. Si après avoir pris une de ces Araignées on lui ôte cette petite boule, on la voit la reprendre avec beaucoup d'empressement sitôt qu'on lui en donne la liberté. Elle se sert de ses jambes pour la porter d'abord sous son ventre, & c'est alors qu'on peut démêler de quelle adresse elle se sert pour la soutenir ordinairement ; car on aperçoit qu'elle recourbe son derriere jusques auprès de cette petite boule, après quoy elle frote cette même boule extrêmement vite avec les mamellons qui sont auprès de son anus, & cela parceque ces mamellons sont les reservoirs dans lesquels est contenuë la liqueur visqueuse dont les Araignées forment leurs fils ; de sorte que par ce frottement elle couvre une partie de la boule de beaucoup de li-

queur visqueuse, qui la colle ensuite aisément aux mêmes mamellons qui l'ont fournie. On distingue sans peine ces endroits ainsi frotez, tant parcequ'ils sont plus épais, que parcequ'ils sont plus blancs que le reste. La tendresse des Araignées de cette espece ne se borne pas-là, elles portent leur petits sur leur dos après qu'ils sont éclos : elles ont ces jeunes Araignées une adresse merveilleuse à s'arranger sur le corps de leur mere, on ne s'apperçoit point qu'elles y soient lorsqu'on la voit marcher. Le corps de la mere paroît seulement plus raboteux qu'il ne l'est naturellement; mais lorsque l'on la prend, on voit chacun de ces petits Insectes se disperser de son côté.

Le tissu des coques de tout ce genre d'Araignées est très-ferré, & communément de couleur blanche ou grise : mais outre qu'on n'en pourroit tirer que très-peu de soye, celle qu'on en tireroit ne sçauroit être employée à des ouvrages.

Je forme le second genre de toutes les Araignées qui tendent des toiles pour attraper les Insectes. Je divise ce genre en quatre especes principales, dont chacune pourroit être subdivisée en diverses autres especes, si on vouloit faire une histoire exacte des Araignées. Je mets dans la premiere espece toutes les Araignées qui font des toiles, dont le tissu est assez ferré, & qui les étendent autant parallelement à l'horizon que le poids de leur toile le peut permettre. Les Araignées domestiques qui font leur toile dans les angles des murs, & quelques especes d'Araignées des champs qui font des toiles semblables & posées semblablement à celles des Araignées domestiques, sont comprises sous cette premiere espece.

Elles renferment toutes leurs œufs, peu adherans les uns aux autres, dans une toile, qui par sa force & sa couleur ne differe guere de celles qu'elles tendent aux Mouches. Ainsi il est aisé de voir qu'on ne doit rien esperer de ces coques pour les ouvrages.

La deuxième espece contient les Araignées qui habi-

tent des trous dans de vieux murs ; elles tapissent de toile le mur tout autour de ce trou , & dans l'interieur de ce trou elles font aussi une toile à laquelle elles donnent la figure de tuyau ; c'est par ce tuyau qu'elles entrent & qu'elles sortent de leur trous. Mais ces Araignées n'envelopent pas aussi leurs œufs de filets plus forts , que ceux dont elles ourdissent leur toile.

Je mets dans la troisième espece toutes les Araignées dont les filets ne forment point un tissu qui ait l'air de toile , mais qui sont composés de differens fils tirez en tout sens. Cette espece pourroit être subdivisée en un grand nombre d'autres especes , qui font leurs coques de bien des manieres différentes. Quelque unes leur donnent la figure d'une portion de sphere , dont le plat est collé sur une feuille : elles le couvent avec un attachement merveilleux : car quelques farouches qu'elles soient naturellement , si on emporte la feuille où cette coque est collée : l'Araignée se laisse emporter avec elle sans l'abandonner , jusqu'à ce que les petites Araignées qu'elle contient soient écloses. Ces coques sont d'un tissu serré ; & très blanches. D'autres font deux ou trois petites boules de couleur rougeâtre , dans lesquelles leurs œufs sont renfermés : elles les laissent suspendues à des fils ; mais elles ont la précaution de cacher ces boules , qu'elles laissent dans des endroits fort découverts , d'un petit paquet de feuilles seches , autrement les passans pourroient les appercevoir aisément. Ce petit paquet de feuilles est attachée à des fils à quelque distance de la boule. D'autres donnent la figure d'une poire à leur coque , & elle est suspendue par un fil , comme une poire le seroit par sa queue.

Toute ces différentes coques sont d'un tissu serré , mais d'une soye trop foible pour être mise en œuvre. Peut-être que celle des petites poires dont je viens de parler pourroit être employée ; mais elles sont si petites , & contiennent par conséquent si peu de soye , qu'elles ne méritent aucune attention de ce côté là.

Enfin la quatrième espece comprend les Araignées qui composent leurs filets de differens fils, qui étant tous posez dans un même plan, partent tous d'un même point, comme autant de rayons d'un cercle qui iroit aboutir à la circonference. Tous ces fils sont croisez par un autre fil, qui tournant en spirale s'attache en differens endroits sur chacun d'eux. Ces sortes de toiles sont ordinairement posées perpendiculairement à l'horizon. M. Homberg a nommé cette espece, l'Araignée des Jardins; aussi y est-elle fort commune, & dans les bois & les buissons. Elle renferme un grand nombre d'especes d'Araignées differentes par leur grosseur, leur figure & leur couleur.

Ces Araignées arrangent leurs œufs les uns sur les autres, de maniere que la masse qu'ils composent a la figure d'une sphere applatie, ou plutôt d'un spherôïde Elliptique. Quelques-unes de ces Araignées collent ces œufs les uns aux autres par une gluë dont ils sont humectez lorsqu'ils sortent de leur corps, mais d'autres ne les collent point; les premiers fils qui envelopent ces œufs sont dévidez dessus d'une maniere un peu plus serrée que les autres, qui sont entortiliez tres-lâchement, à peu près de la même façon que les fils extérieurs qui envelopent les coques des Vers à soye.

Presque toutes ces especes d'Araignées filent une soye propre aux ouvrages; il y en a pourtant quelques-unes dont la soye seroit trop foible pour soutenir des métiers un peu rudes.

On pourroit avoir des soyes d'Araignées plus differentes par leurs couleurs naturelles, que ne l'est celle des Vers, qui est toujours aurore ou blanche; au lieu que les coques d'Araignées en donneroient de jaune, blanche, grise, bleuë celeste, & d'un beau brun caffè.

Les Araignées qui donnent la soye de couleur de caffè sont rares, au moins n'en ay-je rencontré que dans quelques champs de Genests, où j'ay aussi trouvé de leurs coques, dont la soye est tres-forte & tres-belle. Elles sont

faites fort differemment de toutes les autres coques d'Araignées dont j'ay parlé : les œufs sont renfermez dans la foye brune , qui est devidée assez lâchement autour , comme dans toutes les autres coques : mais cette foye brune est envelopée elle-même d'une autre coque de foye grise , dont le tissu est très-serré , assez épais , & semblable à ce qui reste sur la coque d'un Vers à foye lorsqu'on l'a devidée en partie.

Les Araignées font leurs œufs ou la foye qui les enveloppe dans plusieurs mois de l'année ; non-seulement elles y travaillent dans les mois d'Aoust & de Septembre , comme M. Bon l'a fort bien remarqué , mais il y en a qui font ces coques dès le mois de May , & d'autres dans les mois suivans. Ce sont celles qui ont passé l'hyver qui pondent de si bonne-heure , & M. Bon n'a sans doute voulu parler que de celles qui sont écloses au Printemps , qui font leurs œufs beaucoup plus tard que les précédentes.

Nous avons assez fait entendre jusques icy que les Araignées filent deux sortes de fils ; que les uns leur servent à ourdir les toiles qu'elles tendent aux Insectes , & que les autres servent seulement à enveloper leurs œufs : mais il n'est peut-être pas hors de propos d'ajouter icy , que ces fils ne different entr'eux que par le plus ou le moins de force , & d'expliquer comment les Araignées peuvent faire des fils plus ou moins forts quand il leur plaît. Je suppose qu'on sçait que les Araignées ont auprès de leur anus divers mamellons , qui sont autant de filieres dans lesquelles se moule la liqueur qui doit devenir de la foye lorsqu'elle se sera sechée , après être sortie par ces filieres. Les Araignées dont il s'agit icy , c'est-à-dire , celles dont la foye est propre aux ouvrages , ont six de ces mamellons , dont quatre sont tres sensibles , mais les deux autres le sont moins , & on ne les distingue pas aisément sans le secours de la Loupe. Ces deux petits mamellons sont posez chacun proche de la base des deux gros , qui sont les plus près de l'anus. Chacun de ces six mamellons

sensibles



sensibles sont composez eux-mêmes de petits mamellons , ou plutôt de petites filieres insensibles ; c'est de-quoi on est aisément persuadé , si pendant qu'on presse avec deux des doigts d'une même main le ventre d'une Araignée , pour obliger la liqueur de couler dans ces mamellons , on applique un autre doigt sur un d'eux , & qu'on le retire ensuite doucement ; car on tire plusieurs fils distinctement séparez les uns des autres dès leur sortie , qui par conséquent ont passé par differens trous. Ces fils sont trop fins pour qu'on puisse les compter tous d'une maniere sûre ; mais ce que je sçai de certain , c'est que j'en ai vû souvent sortir plus de sept à huit d'un même mamellon. On tire plus ou moins de ces fils d'un mamellon , selon qu'on applique le doigt plus fortement , ou sur une plus grande partie de son bout ; d'où il est aisé de comprendre comment les Araignées font des fils plus ou moins gros quand il leur plaît. Car non-seulement lorsqu'avant de commencer à filer , elles appliquent contre quelque corps plus ou moins de ces six mamellons sensibles de leur anus ; mais selon qu'elles appliquent plus fortement , ou une plus grande partie de chaque de ces mamellons , elles font des fils composez d'un plus grand nombre d'autres fils , & par conséquent plus forts & plus gros.

Il doit y avoir environ dix-huit fois plus de fils , tels qu'ils sortent des filieres , qui composent un des fils des coques , il n'y en a dans ceux des toiles , si la quantité des fils qui composent les uns & les autres , est proportionnée à leur force : car ayant collé un poids de deux grains à un fil de toile , il l'a ordinairement soutenu sans rompre , & s'est rompu lorsque je lui en ai attaché un de trois grains ; au lieu que les fils des coques soutiennent environ trente-six grains , & ils ne se cassent que lorsqu'on les charge d'un plus grand poids.

Mais si les fils des coques d'Araignées sont plus forts que les fils des toiles , ils sont aussi plus foibles que ceux des coques de Vers , quoique dans une moindre propor-

tion. La force des fils que je dévidois de dessus ces dernières coques, a été ordinairement jusqu'à soutenir un poids de deux gros & demi. Ainsi la force d'un fil de coque d'Araignée, est à celle d'un fil de coque de Ver environ comme 1 est à 5. Et c'est peut-être encore là un des endroits par lequel l'ancienne soye pourroit paroître avoir quelque avantage sur la nouvelle.

A la vérité chaque fil de coque d'Araignée est à peu près moins gros qu'un fil de soye dans la même proportion qu'il est plus foible que lui. Mais cela ne compense pas entièrement ce désavantage, car il est plus difficile de joindre ensemble plusieurs brins; & sans compter que c'est une peine de plus, il est toujours à craindre que les fils ne tirent pas tous également, & par conséquent que leur assemblage n'ait pas la somme des forces que chaque fil auroit séparément. Cette multiplicité de brins qui composent chaque fil de soye d'Araignée, pour le faire aussi gros qu'un fil de soye de Ver, contribuent peut-être en partie à rendre les ouvrages faits de cette soye moins lustrez, que ceux qui sont de soye de Ver; car leur lustre est effectivement moins beau, comme M. de la Hire le remarqua lorsque les Mitaines furent apportées à l'Académie. Ce qu'on appelle lustre dans une étoffe, n'ayant d'autre cause que de ce qu'elle réfléchit plus de lumière colorée d'une certaine façon, qu'une autre étoffe qui paroît de même couleur; plus un brin de soye aura de petits vides qu'un autre brin de soye, moins il paroîtra lustré, car il réfléchira moins de lumière. Or ces petits vides seront évidemment en plus grand nombre dans un fil composé lui-même de plusieurs fils différens & réellement séparés, que dans celui qui étant de même grosseur, n'est point composé de différens brins: les parties de la liqueur visqueuse qui le compose s'étant sans doute appliquées plus aisément les unes proche des autres, doivent se toucher en plus d'endroits, que ne peuvent divers fils réellement séparés. Ainsi en supposant que chaque fil de soye d'Araignées n'est pas plus lustré

naturellement qu'un fil de soye de Ver, il est clair que lorsqu'on aura joint cinq de ces fils pour en composer un autre de même grosseur, que l'est le fil de Ver naturellement; que ce fil composé & l'ouvrage qu'on en formera paroîtront moins lustrez, que le fil de soye de Ver & l'ouvrage qui en sera formé.

Ceci seroit vrai en supposant, comme je viens de le dire, que chaque fil simple d'Araignée est naturellement aussi lustré qu'un fil simple de soye. Mais cette supposition même seroit trop favorable à la soye d'Araignée. Car on peut remarquer que les fils les plus crêpez ont moins de lustre, que ceux qui le sont moins. Ainsi voyons nous que la laine, dont chaque brin est naturellement plus crêpé qu'un brin de soye, est aussi moins lustrée. Si chaque brin de soye d'Araignée est naturellement plus crêpé qu'un brin de soye de Ver, il doit donc aussi avoir moins de lustre; or ce fil est réellement plus crêpé. Il n'est guere plus difficile de trouver la raison pour laquelle ces fils sont plus crêpez que les autres; la maniere dont sont dévidés les uns & les autres en est apparemment la cause. Car on conçoit d'abord qu'en devidant des fils d'une maniere lâche, on laisse la liberté aux ressorts de toutes les petites parties qui les composent, d'agir de toutes leurs forces pour les plier, ou les friser en plusieurs sens differens: au lieu qu'en devidant ces fils d'une maniere plus serrée, comme sont les Vers, on empêche l'action du ressort de ces petites parties. Le ressort lui-même s'use dans cette situation violente, ou s'affoiblit du moins. On demeurera plus volontiers d'accord de ceci, lorsque l'on fera attention que les premiers fils des coques des Vers à soye, qui sont eux-mêmes entortillez autour de la coque d'une maniere lâche, sont bien moins beaux & moins lustrez, que ceux qui forment le corps de la coque, lesquels sont dévidés d'une maniere très-serrée.

Cette maniere lâche dont les fils d'Araignées sont entortillez, contribué encore d'une autre façon à diminuer

le lustre de la soye qu'ils fournissent ; c'est qu'elle empêche qu'on ne puisse les divider comme on divise les fils qu'on tire des coques des Vers à soye , de sorte qu'on est obligé de carder ces coques avant de les filer. Ainsi on apperçoit aisément que les gros fils de soye que l'Ouvrier a filés , doivent être composez d'une infinité de brins très-courts, & par conséquent qu'il n'est pas possible que ce fil paroisse aussi beau ou aussi lustré, que celui qui étant de même grosseur seroit composé de differens brins qui auroient chacun une longueur égale à la sienne, & cela parce que tous les bouts de ces brins courts produisent nécessairement de petites inégalitez dans l'étendue de ce fil qui lui ôtent son lustre. Ce qui est si clair, qu'il est peu nécessaire d'y ajouter une preuve , en faisant observer que la soye qu'on tire des coques des Vers après les avoir cardées, est beaucoup moins belle que celle qu'on tire en la devidant de dessus ces coques.

Quand on supposeroit qu'il n'y a eu que deux des mamellons qui aient fourni des fils pour en faire un de toile d'Araignée, & que chacun de ces mamellons qui fournissent eux-mêmes souvent un fil composé de plusieurs autres en auroient fourni un simple, les fils de toile étant dix-huit fois plus foibles qu'un fil de coque, ce dernier fil que nous avons dit être environ cinq fois plus petit qu'un de soye de Ver, devroit être composé de trente-six brins pour le moins. Peut-être que cette reflexion pourra servir à soutenir l'imagination, lorsqu'elle tâche à comprendre la prodigieuse divisibilité de la matiere. Car qu'elle doit être la petitesse d'un fil que les yeux pourtant apperçoivent, & qui n'est pas plus gros que la cent quatre-vingtième partie d'un fil de soye simple, lequel fil de soye simple n'est lui-même que la deux-centième partie d'un fil de soye des plus fins de ceux dont on se sert pour coudre ? Car j'ai souvent divisé ces brins de soye en deux cens fils, ou à peu près ; de sorte qu'un brin de soye d'Araignée de la grosseur d'un brin de soye dont on se sert pour coudre, seroit réellement composé

d'environ trente-six mille fils, & on pourroit les diviser actuellement en mille.

Le brin de soye d'Araignée composé de ces trente-six mille fils de soye simple, seroit peut-être un peu plus gros qu'un fil de soye de Ver composé de deux cens fils simples de Ver, quoique la somme de la grosseur des 36000 fils & des 200 soit la même, parcequ'il seroit difficile d'arranger ensemble un si grand nombre de brins, sans qu'il restât plusieurs intervalles vuides entr'eux, qui paroîtroient augmenter le volume. C'est pour cela que la soye des Araignées a paru rendre davantage à l'ouvrage que celle des Vers. Mais si on avoit fait attention qu'en récompense elle doit être alors plus foible, loin de regarder cela comme un avantage de cette soye, on auroit été disposé à croire que c'étoit un de ses défauts, puisqu'un plus gros volume de cette soye ne peut avoir que la même force d'un moindre volume de soye de Ver.

Mais enfin venons au dernier point essentiel, c'est-à-dire, voyons quel rapport a la quantité de soye que chaque Araignée donne par an, avec celle qu'on tire des Vers à soye. J'ai pesé avec grand soin diverses coques de Ver, & j'ai trouvé que les plus fortes, c'est-à-dire, l'ouvrage d'une année de Ver, pesoient quatre grains, & que les plus foibles en pesoient plus de trois; de sorte qu'en prenant la livre de seize onces, il faut du moins 2304 Vers pour avoir une livre de soye. Lorsqu'on porte des habits de soye, on ne s'avise gueres de penser que plusieurs mille Vers ont travaillé toute leur vie pour en fournir à la matiere.

J'ai pesé avec le même soin un grand nombre de coques d'Araignées, & j'ai toujours trouvé qu'il en falloit environ quatre des plus grosses pour égaler le poids d'une coque de Ver, & qu'elles pesoient chacune d'environ un grain; de sorte qu'il faudroit quatre des plus grosses Araignées pour donner autant de soye qu'un Ver, s'il n'y avoit pas plus de déchet sur la soye des unes que sur celle

des autres , & si elles donnoient toutes de la soye ; mais les coques des Araignées sont sujettes à un grand déchet dont les coques de Vers sont exemptes. Ce qui cause ce déchet dans les coques d'Araignées , est qu'on les pèse remplies de toutes les coques des œufs qui enveloppoient les petites Araignées avant qu'elles fussent écloses , & de diverses ordures qui se trouvent mêlées parmi la soye. Si on calcule donc le déchet de ces coques , il nous faudra rabattre plus de deux tiers de leur poids , puisque de treize onces de soye d'Araignée sale , M. Bon n'en a retiré que quatre onces de soye nette ; au lieu que les coques des Vers n'ont point de déchet , où il est si petit , qu'on peut le compenser en prenant seulement celui de la soye d'Araignées aux deux tiers.

Or nous venons de voir que le poids d'une coque d'Araignée avant d'être nettoyée , est au poids d'une coque de Ver à soye , comme 1 est à 4 ; ainsi étant nettoyée , son poids sera au poids de celle-ci , comme 1 est à 12. Il faudra donc déjà douze des plus grosses Araignées pour donner autant de soye qu'un Ver. Mais chaque Ver fait une coque , parcequ'ils font les leurs pour se métamorphoser , au lieu que les Araignées ne faisant les leurs que pour envelopper leurs œufs , si on regarde avec tous les Naturalistes qui ont précédé M. Bon , leurs especes comme formées de mâles & de femelles , je veux dire si on ne les prend pas pour hermaphrodites , il n'y a que les Araignées femelles qui fassent des coques. D'où il suit que on suppose que l'on a autant d'Araignées femelles que si de mâles , ce qui doit arriver à peu près , vingt-quatre des plus grosses Araignées ne donneront pas plus de soye qu'un seul Ver.

Il faudroit donc environ 55296 Araignées des plus grosses pour avoir une livre de soye , lesquelles Araignées il auroit été nécessaire de nourrir séparément pendant plusieurs mois. D'où on voit combien il est à craindre que la soye qu'on en retireroit n'engageât en des dépenses peu proportionnées à sa valeur , puisqu'elle coû-

teroît vingt-quatre fois autant que celle des Vers ; si l'on supposoit même qu'on n'est pas obligé de mettre les Araignées séparément , & que chaque Araignée n'occupoit pas plus de place qu'un Ver , ce qui seroit aussi une supposition fautive ; car il faut leur en donner assez à chacune , afin qu'elles puissent faire leur toile. Mais si on vouloit entrer dans le détail du calcul des frais qu'elles coûteroient , étant obligé de les nourrir séparément , & de leur donner des espaces assez grands pour les loger chacune commodément ; on verroit d'une manière très-claire que la soye des Araignées coûteroit incomparablement plus que celle des Vers.

Qu'on ne croie pas au reste que tout ce que j'ai dit ne regarde que les Araignées d'une grosseur commune. Car si on vouloit sçavoir ce que donnent de soye celles que l'on trouve communément dans les Jardins de ce pays , & qui paroissent très-grosses ; on verroit qu'il en faut douze de celles-ci pour avoir autant de soye qu'on en retire d'une des coques de celles dont j'ai parlé , & que 180 ne donneront que le même poids de soye que fournit une seule coque de Ver ; par conséquent qu'à peine 663552 Araignées pourroient faire une livre de soye.

On aura sans doute regret de ce qu'il nous reste si peu d'espérance de profiter d'une découverte si ingénieuse. Après tout , il y a encore apparence de quelque espèce de ressource ; peut-être trouvera-t-on des Araignées qui donneront plus de soye que celles que nous voyons communément dans le Royaume. Il est déjà certain par le rapport de tous les Voyageurs , que celles de l'Amerique sont beaucoup plus grosses que les nôtres ; d'où il semble aussi qu'elles doivent faire de plus grosses coques. Les Vers , qui , quoiqu'originaires de pays éloignés , ont si fort peuplé en Europe , nous aideroient même à espérer que les Araignées de l'Amerique pourroient vivre dans ceux-ci. Quoiqu'il en soit , il faut expérimenter ; c'est la seule voye de découvrir des choses

408 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
curieuses & utiles. Aussi ne negligerais-je rien de ce qui  
peut avoir rapport à la recherche dont il s'agit ici, dans  
laquelle si on découvre jamais quelque chose d'utile, la  
premiere gloire en sera dûe à M. Bon.

---

R E M A R Q U E S  
FAITES SUR LA MOULE  
DES ESTANGS.  
PAR M. MERY.

1710.  
12. Novem.

**L**A grandeur de Dieu éclate dans tous ses Ouvrages. Les Anatomistes qui s'appliquent à l'étude de la nature, découvrent tous les jours dans les plus vils animaux des parties dont la structure ne leur donne pas moins d'admiration, que celle qui fait dans l'homme le sujet de leur étonnement.

Leur conformation, quoique differente, leur montre également la puissance & la sagesse du Createur. Les observations que j'ai faites sur la Moule des Estangs, nous fournissent des preuves évidentes de cette verité. Je vais les rapporter à la Compagnie. Heureux si je puis satisfaire sa curiosité par mes remarques, & trop content de mon travail si mes reflexions lui sont agreables.

La Moule est un poisson hermaphrodite, c'est à-dire, mâle & femelle tout ensemble, mais d'une espece singuliere, en ce qu'elle multiplie sans aucun accouplement. Paradoxe inouï, que j'espere démontrer dans la suite de ce discours, que je dois commencer par la formation & la nutrition de ses coquilles; parceque de toutes les parties de ce poisson qui tombent sous les yeux, ce sont les premieres qui se presentent.

Chaque coquille ressemble assez bien à un petit bassin  
de



de figure ovale , mais plus large & plus arrondi en devant que par le derriere , qui se termine en une pointe mouffe. Il est revêtu en dedans d'une membrane qui luy est si adherente & si mince , qu'on ne peut l'appercevoir qu'en rompant les coquilles , ou lorsque venant à se desfecher , ellé se déchire & abandonne d'elle même la surface interne du bassin.

Les deux coquilles de la Moule paroissent formées de plusieurs couches appliquées les unes sur les autres , & qui en débordant l'une au-delà de l'autre , font sur leur surface extérieure des bandes assez distinctes ; ce qui d'abord pourroit donner lieu de croire que ces couches ne sont pas produites en même tems , je veux dire toutes ensemble , mais successivement & l'une après l'autre.

Cependant si l'on fait attention qu'il ne paroît pas moins de bandes sur les plus petites coquilles que sur les plus grandes , on aura sujet de douter de cette opinion ; d'autant plus que s'il étoit vray que les différentes couches des coquilles de la Moule se formassent l'une après l'autre , il faudroit nécessairement que huit muscles qui sont attachés à leur surface interne , s'en détachassent en s'éloignant toujours par degrés du lieu de leur premiere attache , toutes les fois qu'il se formeroit une nouvelle couche. Phenomene qui ne m'a point paru dans aucunes des Moules que j'ay jusques-icy dissequées en toutes saisons.

Or comme d'ailleurs un tel déplacement n'a point d'exemple dans les animaux de qui les muscles sont attachés aux os , ni même dans ceux qui n'en ont point , comme les Cancres marins , les Homars , les Crabes , les Ecrevisses , &c. dont le corps n'est revêtu que de croutes ou coques qui leur tiennent lieu d'os , où tous leurs muscles ont leur origine & leur insertion. N'y a-t-il pas beaucoup plus d'apparence que toutes les couches des coquilles de la Moule ne se forment en même tems , comme les coques de ces poissons , que l'une après l'autre ? Aussi voit-on que les bandes qui paroissent sur leur surface extérieure , s'élargissent à mesure que le corps de la Moule

augmente ; ce qui ne pourroit se faire , si les couches de ses coquilles se formoient successivement.

Cela étant ainsi , il est évident que les coquilles de ce poisson doivent se nourrir de la même maniere que font les autres parties de son corps , je veux dire que l'aliment qui sert à leur accroissement penetre leur substance ; car s'il ne faisoit que s'appliquer à leur surface interieure , il est certain que les bandes qui paroissent en dehors ne pourroient s'aggrandir. Elles s'augmentent en tout sens sans se fendre ; donc elles se nourrissent *per intus susceptionem alimenti* , non vero *per juxta appositionem materiæ*.

#### *De leur Mouvement.*

Les coquilles de la Moule s'entr'ouvrent par le moyen d'un puissant ressort. Elles se ferment par la contraction de deux forts muscles. Leur ressort est situé sur le dos de ce poisson. Il a environ un pouce & demi de long sur deux lignes de large dans une Moule de huit à neuf pouces de grandeur. Ce ressort est convexe par dehors , & concave en dedans. Ses bords sont enchassés dans l'épaisseur des coquilles creusées en gouttieres pour les recevoir. Il est formé de deux sortes de matière , l'une est écailleuse & de couleur grise. Celle cy enveloppe l'autre , qui est blanche & semblable à du talc. On découvre dans celle-là plusieurs plans inclinez les uns sur les autres , mais on ne peut les voir qu'en rompant le ressort des coquilles.

Leurs muscles sont transversalement attachez à la paroi interne de chaque coquille , l'un en devant & l'autre sur le derriere. Celui cy est plus gros que l'autre. Ces muscles sont faits de l'assemblage de plusieurs paquets de fibres charnuës , croisez par d'autres petites fibres ligamenteuses & élastiques. Ce sont-là les moyens par lesquels les coquilles s'ouvrent & se ferment. Il s'agit maintenant d'expliquer leur mouvement , ce qu'on ne peut bien faire sans résoudre auparavant une question qui fait aujourd'huy beaucoup de bruit en Physique & en Medecine.

On demande si le raccourcissement ou la contraction des muscles dépend d'une vertu élastique, ou de l'influence des esprits animaux. Les observations que j'ay faites sur la Moule même, serviront à découvrir certainement par lequel de ces deux principes les muscles se raccourcissent.

Après la mort la vertu élastique subsiste dans les parties, jusqu'à ce que la pourriture se soit emparée de leur substance, & l'on sçait que l'effet propre de leur ressort est de les rétablir dans leur état naturel, quand il n'est plus forcé. Or les esprits animaux étant éteints dans la Moule, les muscles de ses coquilles rentrent dans leur état naturel par leur vertu élastique, qui les relâche & les allonge. Donc leur raccourcissement doit dépendre de l'influence des esprits animaux. Aussi voit-on qu'ils ne se contractent que pendant la vie. Cela prouvé, il est très-aisé d'expliquer l'approche & l'éloignement des coquilles.

Quand les esprits animaux coulent dans leurs muscles, il les gonflent & les raccourcissent, & alors les coquilles se ferment; mais si-tôt que ces esprits ne s'y portent plus, les petites fibres ligamenteuses élastiques qui traversent les fibres charnuës de ces muscles les resserrent & les allongent, en même tems le ressort des coquilles venant à se débander, parce qu'il n'est plus forcé par les esprits animaux, les coquilles s'entr'ouvrent. Mais il reste encore à sçavoir, si quand elles sont ouvertes leur ressort est entièrement débandé, & si lorsqu'elles sont fermées, leurs muscles sont tout à fait raccourcis. Voici les moyens de résoudre ces deux Propositions.

Qu'on détache ces muscles d'une seule coquille d'une Moule récemment morte, on verra qu'elles s'ouvrent une fois plus qu'elles ne faisoient pendant sa vie. Donc leur ressort n'est pas entièrement débandé quand leurs muscles sont attachez à l'une & à l'autre, & qu'elles ne sont qu'entr'ouvertes. Et si sans séparer leurs muscles on casse une des coquilles d'une Moule vivante; ses parties

rompues s'approchent de plus près de celle qui reste entiere : & leurs muscles se raccourcissent une fois plus qu'auparavant , d'où il suit que la résistance des coquilles entieres appliquées l'une contre l'autre , empêche que leurs muscles ne se contractent entierement. Donc la résistance des coquilles ainsi appliquées , l'emporte sur la force des esprits animaux , & il est évident que leurs muscles ne sont pas tout à fait raccourcis lorsque les coquilles sont fermées ; de sorte que quand elles sont entr'ouvertes ; leurs muscles quoiqu'alors relâchez sont cependant équilibre avec leur ressort : ainsi l'équilibre qu'ils gardent entr'eux quand les coquilles s'ouvrent , ne se rompt lorsqu'elles se ferment que par l'influence des esprits animaux qui coulent alors dans leurs muscles. D'où je conclus que la force de ces esprits l'emporte sur la puissance des fibres élastiques des muscles , & du ressort des coquilles joints ensemble ; car autrement elles ne pourroient jamais se fermer.

*De la progression de la Moule.*

Ce poisson nage dans l'eau , & paroît quelquefois sur sa surface , mais très-rarement. Plus souvent il rampe dans la vase sur laquelle il reste presque toujours en repos : mais soit qu'il nage , soit qu'il rampe , on ne voit que son ventre sortir hors de ses coquilles , & s'avancer de deux pouces ou environ au-delà de leurs bords. Tâchons de découvrir les machines dont la Moule se sert dans sa marche , qui ne peut dépendre que des muscles de son ventre , puisqu'il n'y a que cette seule partie de son corps qui agisse dans cette circonstance.

Le ventre de ce poisson représente assez bien la figure de la carenne d'un Vaisseau. Sa partie la plus large est tournée du côté de la tête , la plus étroite du côté de l'anus , la plus aiguë regarde le tranchant des coquilles , & est fort propre à fendre l'eau & la vase ; enfin sa partie la plus épaisse & qui est arrondie , occupe toute la partie supérieure du ventre , ce qui ne fait pas néanmoins que

le dos de la Moule soit tourné en dessous quand elle nage, parce que ses p<sup>o</sup>ûmons qui sont remplis d'air, sont placez au-dessus de son ventre; ce qui rend la partie la plus grosse de son corps la plus legere sur-tout quand l'air qui les remplit vient à se dilater, lorsque les fibres des p<sup>o</sup>ûmons qui le comprimoient par leur contraction se relâchent, & lui permettent de s'étendre par son élasticité.

Je remarque au ventre de la Moule cinq muscles, quatre que je nomme obliques, & le cinquième transverse à cause de la disposition de leurs fibres. Le premier & le second tirent leur origine de la partie anterieure supérieure des coquilles, le troisième & le quatrième de leur partie posterieure superieure. Les fibres de ces quatre muscles en descendant s'écartent les unes des autres, & forment en se développant les parois du ventre. Celles de devant vont s'insérer au derriere, & celles de derriere en devant. Elles se croisent les unes les autres en faisant leur chemin.

Ce que je prends pour le cinquième muscle consiste dans un très-grand nombre de fibres charnuës toutes séparées les unes des autres. Leur longueur varie suivant la differente épaisseur du ventre. Toutes ces fibres sont attachées transversalement à la surface interne de ses parois par leurs extremités; de sorte qu'elles passent entre les circonvolutions de l'intestin & à travers le foye, qui n'a point d'autre membrane pour le couvrir que l'expension des quatre muscles obliques.

La figure du ventre étant donnée, & la disposition de ses muscles reconnue, il n'est pas difficile d'expliquer le mouvement de progression de la Moule. Quand ses coquilles s'entr'ouvrent, les quatre muscles obliques se relâchent, & les fibres du muscle transverse se contractent. Celles-cy ne peuvent se raccourcir sans approcher les parois du ventre l'une contre l'autre, ce qui fait qu'il devient plus plat qu'auparavant; ainsi acquérant plus d'étendue, & tombant en bas par sa propre pesanteur (les

muscles obliques étant relâchés) il sort aisément hors des coquilles; après quoy les fibres de ces mêmes muscles entrant en contraction les unes après les autres, mais foiblement, la Moule fait son chemin. Si les muscles obliques antérieurs se raccourcissent de part & d'autre alternativement, elle s'avance en avant. Quand ceux-cy se relâchent, & que les muscles postérieurs se contractent de même, elle recule en arriere, ce qui luy suffit pour ramper sur la vase; mais pour nager, il faut outre cela que l'air renfermé dans ses poulmons se dilate, & rende par ce moien son corps plus léger qu'un pareil volume d'eau. Au contraire il doit se condenser, afin que le corps de ce poisson devenant plus pesant que l'eau, retombe au fond. Quand enfin les fibres du muscle transverse se relâchent, & qu'en même tems celles des quatre muscles obliques se contractent toutes ensemble fortement, elles retirent le ventre dans les coquilles fort promptement.

*De quelle maniere la Moule reçoit sa nourriture.*

La bouche de ce poisson est si étroitement attachée à la partie postérieure du muscle du devant des coquilles, qu'il est absolument impossible qu'elle puisse en sortir pour chercher l'aliment qui luy convient; ainsi il faut qu'il y ait dans l'eau des parties nourrissieres, afin que quand les coquilles s'ouvrent, sa bouche puisse les recevoir, puisqu'elle ne peut se déplacer; Mais parce que les coquilles restent presque toujours fermées, il n'y a pas d'apparence que la Moule pût vivre commodément en cet état, si la nature ne lui avoit donné quelques lieux particuliers pour tenir en reserve l'eau qu'elle reçoit quand ses coquilles s'ouvrent, & pour empêcher qu'elle ne s'écoule lorsqu'elles se ferment. C'est à quoy elle a sagement pourvû en plaçant de chaque côté du ventre de ce poisson un grand réservoir, & proche le bord de chaque coquille un canal pour le séjour de l'eau. Ces quatre cavitez communiquent ensemble entre le dos du corps de la Moule & celui de ses coquilles.

Le reservoir est formé du milieu de la surface interne de la coquille & d'une membrane spongieuse , qui d'une part est unie au corps de ce poisson , & de l'autre à un muscle circulaire. Le canal est composé du contour de la coquille & de ce même muscle , & voici comment. La partie charnuë de ce muscle , qui n'a environ que cinq à six lignes de large , est adherente par l'un de ses côtez à la coquille , à sept ou huit lignes de distance de son bord. Le reste qui en est détaché finit en une membrane tres-déliée , qui s'unit à une espece de peau fort mince jointe au tranchant de la coquille , de sorte qu'il reste entr'elle & ce muscle un vuide qui fait le canal.

Ce muscle circulaire se joint avec son congener au-dessus de la tête de la Moule par devant , & par derriere au dessus du rectum. Entre leurs extremités il y a un petit ligament , qui leur est attaché & à la membrane du pericarde en dessus. Enfin on decouvre au-dessus du rectum un conduit qui communique d'un bout dans l'anus , & de l'autre avec ces quatres reservoirs. C'est par ce conduit que l'eau passe dans leurs concavitez , de la maniere que je vais l'expliquer en peu de paroles.

Quand les coquilles s'entrouvrent , les deux muscles circulaires qui leur sont attachez sont forcez de s'éloigner l'un de l'autre ; & parceque l'anus leur est uni , c'est aussi une necessité que son entrée se dilate en même tems. Alors l'eau entre dans l'anus , d'où elle passe dans le canal qui la décharge dans les reservoirs par une fenetre placée entre les deux muscles circulaires tout proche de leur union posterieure.

Quand après cela les coquilles se ferment , alors l'eau pressée dans les canaux par le gonflement des muscles circulaires , & par ceux du ventre dans les reservoirs , sort par le même conduit par lequel elle est entrée , & se répand peu à peu entre les parties de la generation & le ventre , sans pouvoir delà s'écouler au dehors , tant parceque les coquilles s'appliquent l'une contre l'autre exactement , que parceque l'eau qui remplit les canaux

souleve les deux muscles circulaires dont ils sont formez , ce qui fait que ces muscles se pressent si fort l'un contre l'autre que l'eau ne peut s'échaper , quand bien même l'application des coquilles ne seroit pas parfaite.

La maniere dont les muscles circulaires se contractent pour chasser l'eau hors des canaux est fort particuliere ; car étant attachez aux coquilles par leur partie charnuë , il est évident qu'ils ne peuvent pas se raccourcir quand ils se gonflent , il faut donc que leur largeur diminuë quand ils se resserrent ; ce qui arrive de cette façon.

Toute leur surface qui regarde les coquilles est traversée par une infinité de fibres fort courtes qui s'insèrent à leur aponevrose. Or celle-cy étant unie à la peau qui borde le tranchant des coquilles , il est visible que ces petites fibres ne peuvent se raccourcir sans diminuer la largeur de ces muscles , & par conséquent la capacité des canaux qu'elles applatissent ; ainsi l'eau qu'ils contiennent est obligée d'en sortir plus ou moins promptement , par rapport à la vitesse avec laquelle ces petites fibres se raccourcissent.

C'est ce que confirme l'expérience ; car quand on pique ces muscles , les esprits animaux y coulant alors plus abondamment qu'à l'ordinaire , leurs fibres transverses se contractent si violemment , qu'elles rompent l'attache qu'a leur aponevrose avec la peau qui borde le tranchant des coquilles , ce qui fait que l'eau renfermée dans les canaux circulaires s'échape au dehors par cette ouverture extraordinaire.

Après avoir trouvé par quel moyen l'eau que contiennent ces quatre réservoirs s'écoule entre les parties de la generation & le ventre , il nous reste à chercher la voye par laquelle elle passe dans le corps de la Moule. Pour la découvrir il nous faut examiner une glande considerable , que je prends pour la tête de ce poisson , quoique je n'y aye remarqué ni langue , ni nez , ni yeux , ni oreilles. Quatre raisons m'engagent à lui donner le nom de tête. La premiere , parcequ'elle est la partie la plus élevée de son



son corps. La seconde , parce qu'étant composée de deux substances différentes en couleur , & formant dans son centre plusieurs sinuositez , il y a bien de l'apparence qu'elle lui tient lieu de cerveau. La troisième , parceque l'entrée de l'intestin se rencontre dans le creux de cette glande. La quatrième , parcequ'elle a une bouche garnie de deux levres charnuës.

Ces deux levres sont fort étroites à l'entrée de la bouche , qui est placée entre le ventre & le muscle antérieur des coquilles ; mais en s'éloignant de cet endroit , elles s'élargissent. Elles sont plates & longues d'un pouce ou environ , arrondies par leurs extrémités , & traversées dans toute leur longueur par des petites fibres saillantes sur leur superficie intérieure. Ces fibres laissent entr'elles de petits sinus , de sorte qu'elles représentent assez bien les sillons d'une terre labourée.

Ces deux levres forment entr'elles de chaque côté de la bouche une espèce de gouttière qui peut se changer en canal , parceque les petites fibres qui les traversent , peuvent en se raccourcissant appliquer leurs bords l'un contre l'autre. Enfin je trouve dans le fond de cette glande l'embouchure d'un autre canal , dont une branche va se terminer dans le cœur , & les autres dans les parties du corps de la Moule.

Ces faits étant ainsi décrits , il est aisé de comprendre que l'eau répandue entre les parties de la génération & le ventre de ce poisson , doit s'écouler par les deux gouttières des levres , qui s'écartent l'un de l'autre pour la recevoir , & se rapprochent pour la pousser dans la bouche de la Moule , où apparemment les parties nourries se séparent de l'eau & passent dans l'intestin , pendant que l'eau entre dans l'autre canal ; ce qui semble d'autant plus probable , qu'on ne trouve que de l'eau dans le cœur , & dans le commencement de l'intestin qu'une matière solide & aussi transparente que du cristal , & sur la fin une autre substance semblable par sa consistance & sa couleur au mœconium du fœtus renfermé dans le sein

de sa mere ; d'où l'on peut conjecturer que la premiere matiere peut être celle de sa nourriture , & la seconde l'excrement le plus grossier qui en résulte. Mais quelque vraie semblable que paroisse ce raisonnement , on verra dans la suite de ce discours qu'on peut former contre cette hypothese une difficulté insurmontable.

Parcourons maintenant la route de l'intestin , que vous trouverez sans doute , Messieurs , aussi surprenante qu'elle m'a paru extraordinaire. L'intestin commence dans le fond de la bouche de la Moule , passe par le cerveau , fait toutes ses circonvolutions dans le foye. A la sortie de ce viscere il décrit une ligne droite , entre dans le cœur qu'il traverse , & vient finir dans l'anus , dont le bord est garni de petites pointes pyramidales , & le dedans de petits mamelons glanduleux. On y voit aussi de côté & d'autre une glande semblable aux amigdales , d'où sort une matiere fort visqueuse.

Ce que je prends pour le foye n'est autre chose qu'un amas de petits globules formez de l'assemblage de plusieurs grains glanduleux , qui remplissent de telle sorte toute la capacité du ventre , qu'ils ne laissent aucun vuide entre ses parois , ni entre les circonvolutions de l'intestin auquel ils sont intimement unis. Cette glande est abreuvée d'une liqueur jaune , qui s'écoule par plusieurs ouvertures dans l'intestin. Comme je craindrois d'ennuyer la Compagnie par une description plus détaillée de ces parties , je passe à celles de la generation.

Je ne remarque dans la Moule que quatre parties qui puissent servir à la generation de ce petit animal. Deux que j'appelle ovaires , parcequ'elles contiennent les œufs de ce poisson. Deux que je nomme vesicules feminales , parcequ'elles renferment la semence qui est blanche & laiteuse. La conformation des unes & des autres paroît semblable tant en dedans qu'en dehors. Il faut cependant qu'il y ait quelque chose de particulier dans les ovaires qui ne soit pas dans les vesicules feminales , puisque leurs usages sont differens : mais quelque chose que ce

soit, la vûë ne peut point en découvrir la difference.

Ces quatre parties representent assez bien par leur figure extérieure un croissant fort ouvert, convexe par en bas, concave par en haut, & applati par les côtez. Elles ont chacune un pouce de large ou environ dans leur milieu, qui va toujours en diminuant jusqu'à leurs extremités, qui sont attachées par devant à la tête, & par derrière elles sont suspendues à l'anus. Ce qu'il y a entre l'un & l'autre bout est joint à la partie supérieure du ventre : le reste de leur corps est libre, & placé entre les réservoirs d'eau & le ventre.

Leur superficie est tissue de deux plans de fibres, les unes sont perpendiculaires; celles-cy traversent toute leur largeur, & sont éloignées les unes des autres d'environ une ligne. L'espace qu'elles laissent entr'elles est coupé par d'autres fibres plus pressées & plus courtes : celles là ne vont que d'une des fibres droites à l'autre en serpentant. Il y a entre toutes ces fibres de petits creux, qui forment une espece de réseau admirable.

A l'égard de leur structure intérieure, elle a encore quelque chose de plus merveilleux, car chaque ovaire & chaque vesicule est partagé en plusieurs petits tuyaux tous fermés par bas, & ouverts dans leur partie supérieure. Ces tuyaux sont séparés les uns des autres par des cloisons attachées transversalement aux parois de ces parties. Ils sont disposés à côté les uns des autres comme ceux du sifflet d'un Chaudronnier. Au-dessus de tous ces petits tuyaux, qui contiennent les uns les œufs, & les autres la semence, regne un canal dans lequel ils ont tous leurs embouchures.

Ce canal est fermé par son extremité qui regarde la tête, & ouvert par l'autre dans l'anus. Chaque ovaire & chaque vesicule a le sien particulier. Ceux des vesicules ont de plus que ceux des ovaires, une fente dans leur partie moyenne supérieure, & s'unissent en un seul sur la fin. C'est par ces quatre canaux que les œufs & la semence de la Moule se rendent dans l'anus, où ces deux

principes s'unissent ensemble en sortant ; ce qui suffit pour la generation. Ce poisson peut donc multiplier sans aucun accouplement , & c'est sans doute par cette raison qu'il n'a ni verge ni matrice. C'est donc un androgine d'une espece singuliere. Le paradoxe que j'ai avancé d'abord est donc démontré.

Au reste il est à remarquer que les ovaires de la Moule ne se vident de leurs œufs qu'au Printemps , & ne s'en remplissent qu'en Automne ; delà vient qu'on les trouve toujours vuides en Esté , & pleins d'œufs en Hyver. Il n'en est pas de même des vesicules feminales, on les rencontre en toute saison plus vuides que pleines ; ce qui me fait croire que la semence , qui est liquide , s'en écoule en tout tems , & c'est apparemment par cette raison qu'elles ont cette ouverture particuliere dont je viens de parler.

On découvre au-dessus des canaux des vesicules feminales deux petits corps blancs , qui parcourent toute leur étendue. Ils sont abreuvez d'une liqueur semblable à la semence , ce qui donne sujet de penser que ces petits corps sont peut-être les sources d'où elle découle dans les vesicules feminales. Si cela est ainsi , elles ne peuvent pas être les filtres de la semence , mais les reservoirs seulement. Il n'en est pas de même de l'origine des œufs ; ils prennent naissance dans les ovaires mêmes ; d'où il est à inferer que leur structure essentielle , qui ne tombe pas sous les yeux , doit être differente de celle des vesicules feminales , quoique la conformation apparente des uns & des autres soit semblable.

*Du cœur de la Moule.*

Quelque admirable que soit la structure des ovaires & des vesicules feminales , celle du cœur est encore plus surprenante. A la verité sa figure , qui est conique , n'est pas extraordinaire ; mais sa situation est tout à fait differente de celle du cœur des autres animaux ; car outre qu'il est placé immédiatement sous le dos des coquilles

& au-dessus des p<sup>o</sup>u<sup>l</sup>mons, sa base est tournée du côté de l'anus, & sa pointe regarde la tête de la Moule. D'ailleurs il n'a qu'un seul ventricule, & a cependant deux oreillettes, qui paroissent, étant remplis d'air, de figure cylindrique, avec lesquelles il communique par deux trous placez à ses côtez qui répondent dans l'une & dans l'autre. Enfin j'ai vû l'eau qu'il renferme fluer de son ventricule dans ses oreillettes, & refluer de celles-ci dans l'autre alternativement : mais je n'ai pû y découvrir ni valvule, ni veine, ni artere. Recherchons donc la source qui fournit l'eau au cœur, & aux parties celle qui les humecte.

Il sort, comme j'ai déjà dit, du fond de la bouche de ce poisson un canal, qui passant par dessus sa tête, se divise en plusieurs branches, dont une va se terminer à la pointe du cœur; ainsi il est évident que c'est de la bouche, par cette branche, que le cœur reçoit une portion de l'eau, qui est distribuée aux autres parties du corps par les autres branches de ce canal. Surquoi il y a cette réflexion à faire.

Le cœur de la Moule n'ayant ni veine ni artere, il ne peut y avoir dans ce poisson qu'un flux d'eau, de la bouche par les branches de ce canal dans le cœur, comme dans toutes les autres parties de son corps, sans circulation & sans reflux, étant impossible que l'eau puisse couler en même tems dans ce canal par des mouvemens contraires vers des parties opposées; aussi ne voit-on pas qu'il se dilate, comme font les arteres, quand le cœur se resserre; ce qui devoit arriver si c'étoit le cœur qui poussât l'eau dans ce canal; d'où il suit que l'eau qui entre dans le cœur par une des branches de ce canal n'en ressort point. Elle ne peut donc couler que de son ventricule dans ses oreillettes, & recouler de celles-ci dans l'autre successivement, comme je l'ai remarqué.

On ne peut pas donner à ce vaisseau le nom de veine; parcequ'au lieu de servir à reporter l'eau des parties dans le cœur, il sert au contraire à la leur distribuer par ses

branches ; de sorte qu'on peut dire qu'il fait à leur égard la fonction d'artere , sans pouvoir néanmoins en porter le nom ; parce qu'outre qu'il n'a pas de mouvement , il sert à conduire l'eau de la bouche dans le cœur , usage tout contraire à celui de l'artere. On ne peut donc pas lui donner le nom ni de l'un ni de l'autre de ces vaisseaux.

Je ne vous reparle point , Messieurs, du passage extraordinaire que le cœur de la Moule donne à l'intestin. En décrivant sa route , je vous l'ai fait remarquer. J'ajouterais seulement à ce que je viens de vous dire , que le cœur de ce poisson est renfermé avec ses oreillettes dans un pericarde , que j'ai toujours trouvé rempli de beaucoup d'eau , sans avoir jamais pu en découvrir la source ; ainsi je ne sçaurois vous donner qu'une conjecture sur son origine.

Comme le pericarde n'a point de vaisseau particulier , j'ai pensé que l'eau qu'il contient pouvoit se filtrer à travers la substance du cœur ; ce que je n'ai pas eu de peine à m'imaginer , l'expérience m'ayant fait voir plusieurs fois que l'eau se crible bien à travers la chair du cœur de l'homme , qui est beaucoup plus épais que celui de la Moule.

Mais sur l'eau que reçoivent le cœur & les autres parties du corps de ce poisson , il se presente une autre difficulté bien plus considerable , à laquelle je ne trouve point de solution qui me satisfasse. La bouche de la Moule est si fixement attachée au derriere du muscle antérieur des coquilles , qu'il est visiblement impossible qu'elle puisse en sortir pour chercher sa nourriture ; de sorte qu'il faut necessairement qu'il y ait , comme j'ai déjà dit , dans l'eau des parties alimentaires qui entrent avec elle dans la bouche de ce poisson. Mais comme l'embouchure de l'intestin & celle du canal qui porte l'eau au cœur & aux parties sont placées dans son fond , il est certain que ces parties nourrissieres , que contient l'eau , peuvent passer avec elle dans l'un & dans l'autre également. On

demande donc par lequel de ces deux conduits l'aliment de la Moule peut être distribué aux parties de son corps pour nourrir.

Cette question est fort embarrassante ; car si l'on prétend que l'aliment doit entrer d'abord dans l'intestin pour y recevoir la première préparation qui le rend propre à la nourriture des parties , & s'écouler ensuite dans le cœur , pour être enfin distribué par une artère aux parties , comme dans les autres animaux , dont le chile passe par la veine cave dans le cœur , avant que d'être porté par l'aorte aux parties ; je répondrai que cela ne peut se faire ainsi dans la Moule , parceque son cœur n'a point de veine pour conduire l'aliment de l'intestin dans l'oreillete droite du cœur , ni d'artère pour le distribuer aux parties. Donc ce poisson doit recevoir sa nourriture & de l'intestin & du canal de la bouche également , puisque les parties nourriffières qui sont mêlées avec l'eau , peuvent entrer du fond de la bouche dans le canal & dans l'intestin en même tems.

Il y a même bien de l'apparence que l'eau qui passe de la bouche dans le canal contribue plus à la nourriture des parties que la matière qui se rencontre dans l'intestin , parcequ'on ne découvre point de voye qui puisse porter cette matière de l'intestin aux parties ; au lieu que du canal de la bouche partent plusieurs petits conduits , par lesquels l'eau qu'il reçoit peut leur être facilement distribuée.

Afin de ne rien omettre de ce qui regarde le cœur de la Moule , je vous dirai , Messieurs , que j'ai remarqué , tant à son ventricule qu'à ses oreillettes , les mêmes mouvemens alternatifs de diastole & de systole , que j'ai observés au cœur de la tortue ; mais avec cette différence considérable , que le ventricule du cœur de la Tortue reçoit le sang des oreillettes , au lieu que les oreillettes du cœur de la Moule reçoivent l'eau de son ventricule ; ce qui est un effet naturel de la structure du cœur de ce poisson , dont les oreillettes n'ont point de veines pour

leur porter l'eau. Celles de la Tortuë en ont, qui leur portent le sang.

*Des pœmons & de la respiration de la Moule.*

La conformation de ses pœmons n'est pas moins extraordinaire que celle de son cœur, & la voye par laquelle elle respire est diametralement opposée à celle des autres poissons. Dans la Carpe & le Brochet l'air entre par le nez ou la bouche; au contraire dans la Moule il passe par l'anus dans les pœmons; ce que je démontrerai après en avoir fait la description.

Les pœmons de la Moule sont situez entre le pericarde & les parties de la generation, l'un à droit & l'autre à gauche; ils ont environ trois pouces de long, & cinq à six lignes de large dans les plus grands de ces poissons. Leur figure est cylindrique. Leur membrane propre est tissüe de fibres circulaires, qui les partagent en plusieurs cellules, qui ont communication les unes avec les autres. Ils sont abreuvez d'une humeur noire dont ils empruntent la couleur. Entr'eux regne un canal de même figure & longueur, mais d'un plus petit diametre & sans aucune teinture. Les deux pœmons & ce canal sont séparément renfermez dans une membrane, de sorte que chacun a la sienne particuliere.

On découvre au devant du canal deux petites ouvertures, qui font la communication de ce conduit avec les cellules anterieures des pœmons. Pour les trouver il faut couper la membrane qui l'enveloppe. Sur le derriere de ce même canal on en remarque une troisième, placée entre les deux tendons des muscles posterieurs du ventre. Cette ouverture répond dans leurs cellules posterieures, dans lesquelles viennent se rendre deux petits conduits qui ont leurs embouchures dans l'anus. Or comme la Moule n'a point de canal qui de sa bouche aille aux pœmons, il est évident que ce poisson ne peut respirer que par l'anus. Finissons ce Memoire en expliquant sa respiration.

Quand



Quand les fibres circulaires des poûmons se relâchent, l'air qu'ils comprimoient en eux-mêmes se dilate, & la Moule s'éleve sur la surface de l'eau. Alors l'air extérieur pressé au dehors par les coquilles, qui s'écartent en même tems, entre dans l'anüs, où trouvant moins de résistance qu'ailleurs, il s'insinuë par les deux conduits, dont je viens de parler, dans les cellules posterieures des poûmons qu'il remplit d'abord. Delà il passe ensuite dans le canal qui est placé entr'eux, & va remplir leurs cellules anterieures & celles du milieu.

Quand après cela les coquilles se referment, alors les fibres circulaires des poûmons venant à se rétrécir, leur capacité diminuë, l'air y est comprimé, le corps en devient plus pesant, & la Moule retombe au fond de l'eau; & comme elle y reste presque toujours plongée, elle ne peut jouir de la respiration que dans quelques momens fort éloignez les uns des autres; car quoique ses poûmons puissent rejeter en tous tems dans l'eau l'air qu'ils ont reçu, ils ne peuvent en reprendre de nouveau, que quand ce poisson s'éleve sur la superficie de l'eau. Or comme cela ne luy arrive que fort rarement, il n'y a pas d'apparence que la respiration puisse servir à entretenir dans la Moule le flux d'eau dont j'ay parlé, comme elle sert dans les autres animaux à continuer la circulation du sang, dont elle est une des principales causes. Ce flux d'eau dépend donc dans la Moule de l'action seule des levres, qui par leur mouvement la font couler de la bouche de ce poisson dans l'embouchure du canal que j'ay décrit & nullement des autres parties, puisque toutes reçoivent l'eau de ce canal & n'ont point de vaisseau pour leur décharge.

J'aurois pû, Messieurs, m'étendre plus que je n'ay fait sur la structure des parties dont j'ay eu l'honneur de vous entretenir; mais outre qu'une description trop détaillée en devient plus obscure, le tems d'une demie heure que le sage Modérateur\* de cette Royale Académie donne à chaque particulier pour rapporter dans ses

\* M. l'Abbé Bignon,

Mem. 1710.

H h h

Assemblées publiques leurs observations , ne m'a pas permis d'entrer dans des minuties aussi peu curieuses , qu'elles sont peu nécessaires pour expliquer leurs fonctions.

*M E M O I R E*  
*TOUCHANT LES VEGETATIONS*  
*A R T I F I C I E L L E S.*

PAR M. HOMBERG.

1710.  
22 Novem.

**N**ous avons dans les opérations de Chimie beaucoup de productions , qui ressemblent en quelque façon à la vegetation des Plantes ; ce qui a donné lieu de les appeller Vegetations métalliques , Arbres de Diane , Sels vegetans , &c. Il s'est même trouvé des Auteurs qui ont voulu que ces sortes de vegetations ressemblassent parfaitement à celle des Plantes ; cependant ce n'est rien moins quand on les examine avec un peu d'attention.

J'ay rangé ces sortes de vegetations en trois différentes classes. J'ay mis dans la premiere toutes celles qui consistent en un métal pur & massif , sans le mélange d'aucune autre chose. J'ay mis dans la seconde classe toutes celles dont la composition consiste en un métal dissous le dissolvant restant mêlé avec le métal ; & faisant partie de l'arbrisseau qui en est produit. La troisième classe est de celles qui ne contiennent rien de métallique , mais simplement des matieres salines , terreuses & huileuses.

Toutes les productions de la premiere classe se font à sec & dans le grand feu , c'est-à-dire , sans aucune liqueur aqueuse ; elles sont solides , & on les peut tirer des vaisseaux dans quoy elles ont été formées sans les rompre.

Les productions au contraire de la seconde classe se font toutes avec une liqueur aqueuse; elle sont très-fragiles; & on ne les sçauroit tirer commodément de leurs vaisseaux. Et parmi celles que la troisième classe fournit, il y en a qui se soutiennent à sec, & d'autres qui ne se soutiennent que dans une liqueur aqueuse, & que l'on ne sçauroit remuer sans les gâter.

Je donneray pour exemples de la premiere classe les productions des trois operations suivantes. 1°. Faites un amalgame d'une once ou deux d'or fin, ou d'argent fin, & de dix fois autant de mercure ressuscité du cinabre; broyez & lavez cet amalgame plusieurs fois avec de l'eau nette de riviere, jusqu'à ce que l'amalgame ne laisse plus de salterés dans l'eau: pour lors sechez votre amalgame, mettez-le dans une cornuë de verre, distillez au bain de sable à très-petit feu, que vous entretiendrez pendant un jour ou deux; plus vous pourrez continuer le feu sans chasser tout à fait le mercure, plus la vegetation sera parfaite: vous pousserez le feu à la fin jusqu'à faire sortir tout le mercure; laissez-éteindre le feu, vous trouverez votre mercure dans le récipient, & l'or ou l'argent qui restera dans la cornuë sera doux & pliant, & de la plus belle couleur que ces métaux peuvent avoir, dont la masse aura poussé des branches en forme de petits arbrisseaux, de differentes figures & de differentes hauteurs, que l'on peut tirer de la cornuë, les séparer de la masse de métal qui leur a servi de base, les rougir au feu & les garder tant que l'on veut sans qu'ils se gâtent.

La formation de ces arbrisseaux se fait selon toutes les apparences de cette maniere. L'amalgame qui est dans la cornuë sur le feu s'échauffe peu à peu, jusqu'à ce que le mercure commence à s'évaporer; alors on s'apperçoit des fusées ou des traînées de mercure en vapeurs, qui sortent de dessus toute la surface de l'amalgame: ce mercure est le dissolvant du métal dont est composé l'amalgame, qui en entraîne avec lui des parties; ces petites parties de métal n'étant pas volatiles comme le mercure,

restent attachées sur la surface de l'amalgame , tandis que le mercure qui leur a servi de véhicule , acheve de s'évaporer tout à fait , & les abandonne. Elles sont placées de cette manière peu à peu les unes sur les autres , étant toujours guidées par la trainée de mercure qui continuë d'y ajouter des nouvelles parcelles de métal , & de s'évaporer ensuite : ces parcelles de métal ainsi emmoncelées les unes sur les autres , s'unissent si bien ensemble , qu'elles forment les branches qui paroissent sur la surface de la masse de métal qui reste à la fin de la distillation au fond de la cornuë.

Ces branches ne ressemblent pas mal à une vraie végétation quand on n'en regarde que la figure extérieure ; mais quand on considère qu'une vraie Plante est un corps organique , dont les parties servent à tirer le suc de la terre , à préparer ce suc pour la nourriture & pour l'accroissement de la Plante , & produire enfin des semences , qui sont aussi des petits corps organiques , qui se développent en nouvelles Plantes par la nourriture qu'elles prennent ; & quand au contraire l'on voit dans nos végétations artificielles , que ce n'est que des simples cristallisations , ou des assemblages de quelques petits morceaux de métal , que le hasard a placé les uns sur les autres sans ordre & sans aucune partie organique , la comparaison que l'on en voudra faire avec la vraie végétation des Plantes , ne pourra subsister en aucune façon.

Nous avons dit que le mercure en s'évaporant de l'amalgame pendant sa distillation emporte des parcelles de métal , la preuve est , que si on fait le feu un peu trop fort dans le temps que l'amalgame est encore liquide , il s'enlève des parties fort sensibles de l'amalgame , qui sautent même avec éclat contre la voûte de la cornuë , où elles se collent & y font des grandes taches d'or ou d'argent , qui y paroissent après la distillation , selon le métal qui étoit entré dans la composition de l'amalgame.

Le second exemple de cette première classe des végétations artificielles se tire de l'opération suivante : Prenez

une once ou deux d'argent fin , fondez-le dans un creuset , & pendant qu'il est en fonte , jetez dessus par diverses reprises autant pesant de souffre commun , remuez & mêlez - le bien avec une baguette de fer , & retirez - le promptement du feu , laissez refroidir la matiere , puis pilez-la bien menu , remettez - la dans un autre creuset que vous placerez dans un feu doux de charbons , ou dans une forte digestion au bain de sable sans fondre la matiere , le souffre s'évaporerà peu à peu de la masse qui est dans le creuset , & il entraînera avec lui une partie de l'argent en forme de filers & de lames fort blancs , brillants & fort doux , qui tiennent à la masse du métal d'où ils sont sortis ; j'en ay vû de la hauteur de trois pouces , & des lammes de deux lignes de large & de l'épaisseur d'une carte à jouer.

La cause de cette vegetation est à peu près la même que celle de la précédente , mais elle demande plus de temps & d'attention. Le souffre commun qui sert de dissolvant à l'argent étant volatile , s'évapore peu à peu & entraîne des parcelles d'argent , qui se placent les unes aux bouts des autres , & s'attachent ensemble , pendant que le souffre commun les abandonne en achevant de s'évaporer : ces parcelles d'argent restant en forme de filets & de lammesattachez à la masse d'argent qui est au fond du creuset , forment une espece de vegetation qui ne ressemble pas tant à un arbrisseau que celle de l'opération précédente , mais qui ressemble fort à certaines mines d'argent , qui consistent de même en filets & en une espece de filigrane.

3° L'opération suivante donnera nôtre troisiéme exemple : Fondez ensemble deux onces d'argent de vaisselle & six onces de plomb , mettez ce mélange dans une coupelle de cendres d'os sous une moufle , donnez le feu qui convient pour purifier cet argent à la coupelle , & dès que vous verrez la marque que l'argent est devenu fin , vous retirerez la coupelle promptement du feu , & la laisserez refroidir ; deux ou trois minutes après que vous

H h h iij.

l'aurez retiré du feu, il sortira brusquement de dessus la superficie de cet argent ou plusieurs jets d'argent fondu de la grosseur d'un brin de paille, & de la hauteur de sept à huit lignes, qui durciront à l'air à mesure qu'ils sortiront de la masse d'argent qui est dans la coupelle: ces jets sont ordinairement creux, & prennent souvent la figure des branches de corail; ils restent solidement attachez à la masse d'où il sont sortis.

Selon ce que j'ay pû remarquer sur l'effet de cette opération, que j'ay observée souvent & avec attention: il m'a paru que ces branches se forment d'une maniere tout à fait differente de celles que nous venons de rapporter. Pour en concevoir bien la mécanique, il faut que j'éclaircisse auparavant en quoy consiste la marque que l'argent est devenu fin dans la coupelle, puis que c'est là le point qui fait réussir l'opération, ou qui la fait manquer: cette marque est lorsque dans le même degré de feu où l'argent a été en parfaite fusion pendant tout le temps du raffinage, sa surface se fige dans la coupelle tout d'un coup en une croûte dure & brillante, qui tient fortement attachée par ses bords au corps de la coupelle; pendant que l'interieur de cette masse d'argent est encore en fusion. C'est dans ce moment qu'on doit tirer la coupelle du feu, & la placer en un lieu froid; quand on considere ce qui lui arrive en cet état, on comprendra que l'air froid qui touche le dehors de la coupelle & la surface déjà figée de l'argent, les doit resserrer, & en même temps comprimer la partie interne de cette masse d'argent qui n'est pas encore figée, parce que le corps de la coupelle est assez enflammé en le tirant du feu, pour qu'il puisse entretenir pendant quelques minutes en fusion la partie de l'argent qui le touche immédiatement: cet argent liquide est enfermé comme dans une boîte bien close, en dessous par le corps spongieux de la coupelle, capable de beaucoup de compression, & en dessus par sa propre croûte figée, dont il est si fortement pressé & comprimé à l'occasion du froid subit qui environne

cette boîte, & qui la resserre de plus en plus, qu'il en échappe une partie par les endroits les plus foibles de sa surface figée, à peu près de la même manière que nous voyons exprimer les couleurs des Peintres, qu'il tiennent enfermées dans des nouets de vessie de porc, en pressant ces nouets après y avoir fait un trou d'épingle.

Pour donner un exemple d'une pression semblable, prenez le vaisseau d'un Thermomettre dont la boule aura deux ou trois pouces de diametre, & dont le verre fera fort mince, plus la boule sera grande, plus l'effet en sera sensible; plongez cette boule dans l'eau bouillante, & l'y laissez jusqu'à ce que toute la liqueur soit devenuë chaude, marquez pour lors l'endroit où la liqueur sera montée, puis retirez ce vaisseau de l'eau chaude, & replongez-le subitement dans de l'eau froide, & l'on verra la liqueur monter tres-sensiblement dans le tuyau de ce vaisseau, avant qu'elle commence de descendre par la fraîcheur de l'eau où l'on vient de la mettre, & cela par la raison que le corps de la boule, que je suppose d'un verre fort mince, se refroidit dans le même instant qu'il touche l'eau froide; & comme ce vaisseau a plus de capacité étant chaud que quand il est froid, il comprime pour un instant la liqueur qu'il contient en se refroidissant subitement, & la fait monter dans le tuyau pendant un petit espace de temps, ou jusqu'à ce que la liqueur ait commencé aussi de se refroidir, qui pour lors occupe moins de place, & qui par conséquent descend dans le tuyau, selon l'observation ordinaire de l'effet des Thermometres. Pour réussir en cette expérience, il faut que la boule du Thermometre soit d'un verre fort mince, autrement elle se cassera en la plongeant toute chaude dans l'eau froide.

Une preuve que l'argent encore liquide dans nôtre coupelle sort & échape par une compression semblable à travers les endroits les plus foibles, ou les moins durcis de la croûte qui le couvre, est premierement: que ces jets sortent brusquement & avec bruit de la masse de

l'argent coupellé comme une liqueur qui seroit seringuée avec violence, ce qui ne peut arriver que par une forte compression ; & en second lieu , qu'on observe toujours quand on laisse refroidir la coupelle dans le feu , que la masse de l'argent coupellé se durcit peu à peu & tranquillement dans toute son étendue , sans qu'il sorte des jets d'argent liquide , & sans qu'il se forme des branches sur la superficie.

Ces trois opérations suffisent pour établir le caractère des vegetations artificielles de la premiere classe , c'est-à-dire de celles dont la matiere consiste en un métal pur & massif & sans aucun mélange. Pour ce qui est de celles de la seconde classe , dont la composition consiste en un métal dissous , & où le dissolvant reste mêlé avec le métal , j'ay lû autrefois dans une de nos Assemblées un Memoire , qui a été imprimé en 1692 ; ce Memoire contient plusieurs opérations qui enseignent différentes manieres de faire des vegetations artificielles , elles peuvent toutes servir d'exemples pour établir le caractère de celles dont nous avons fait la seconde classe , ainsi nous n'en parlerons pas icy.

Nous avons rangé dans la troisiéme classe toutes les autres vegetations artificielles qui ne tiennent rien de métallique ; nous en donnerons icy de même trois exemples. Premier exemple : prenez huit onces de salpêtre fixé par le charbon à la maniere ordinaire , faites-le résoudre à la cave en huile par défaillance , filtrez - la & versez dedans peu à peu de l'huile de vitriol jusqu'à parfaite saturation , ou jusqu'à ce que l'ébullition cesse ; faites évaporer toute l'humidité , il restera une masse saline , compacte , dure , tres-blanche & fort âcre , pilez-la grossierement & versez dessus un demi-septier d'eau froide de riviere dans une écuelle de grez , laissez - là pendant quelques jours sur une table découverte à l'air , l'eau s'évaporerà en partie , & le sel encore humide commencera de vegeter en plusieurs endroits , en poussant des touffes en aigrettes , qui parient chacune d'un même centre,



centre , & qui se divisent en diverses branches pointuës , roïdes & cassantes , longues de douze à quinze lignes : ces aigrettes se forment ordinairement sur tout le bord de l'écuelle , & y composent une espece de couronnement ; elles cessent de croître quand toute l'eau a été évaporée de l'écuelle , mais en remettant de l'eau sur ce sel , il vegete de nouveau.

Cette vegetation est tout à fait differente de celles de la premiere classe , & elle approche un peu de la plûpart de celles de la seconde : elle ne consiste qu'en une simple cristallisation du sel dissous & contenu dans l'écuelle de grez. Il faut considerer ici , que ce sel est du salpêtre , qui a été calciné par le charbon , de sorte qu'il est devenu un sel fixe lixiviel , à peu près comme est le sel de tartre , ou le sel fixe de quelqu'autre vegetal , dont il conserve une certaine consistence grasse , qui fait qu'il s'attache facilement à toutes sortes de corps ; & par l'addition de l'acide du vitriol , il acquiert une volatilité , ou une disposition de s'élever aisément en vapeurs , qui sont plus legeres que l'air qui les environne ; moyennant quoi ce sel ayant été dissous en peu d'eau , la liqueur qui en résulte ne garde pas long-tems la même situation , & elle ne mouille pas le vaisseau dans quoi elle est contenue , comme font les autres liqueurs aqueuses , c'est-à-dire jusqu'au niveau seulement de la liqueur ; mais elle monte peu à peu , & est poussée par le poids de l'air au-dessus de son niveau , & elle continuë de mouiller les parois du vaisseau jusqu'à son bord superieur , & passe même par-dessus en mouillant les parois exterieurs du vaisseau , particulièrement quand il a la superficie raboteuse & grenuë , comme est ici le grez , qui agit dans les grains du grez à peu près de la même maniere que l'eau commune agit dans les poils du drap qui sert de filtre , ou dans les fibres d'une éponge nouvellement lavée quand elle y monte , c'est-à-dire que les grains inferieurs ou les plus près du niveau de la liqueur étant mouillez , la liqueur qui les envelope commence de toucher aussi ceux qui

sont immédiatement au-dessus, & les mouille de même par sa grande facilité de s'attacher à toutes sortes de corps, & en continuant ainsi, la liqueur monte toujours de grains en grains, jusqu'à ce qu'à la fin elle commence à se dessécher; & comme elle consiste en une dissolution de sel, ce sel ayant perdu par l'évaporation le trop de liqueur aqueuse qui le tenoit dissous, il se cristallise à son ordinaire dans toute l'étendue du vaisseau où la liqueur étoit montée, car les parties salines ne s'évaporent pas si aisément que l'eau qui leur avoit servi de dissolvant: ces premiers petits cristaux se remoüillent successivement de la même manière que les grains du grez par la liqueur de l'écuelle, qui continuë de monter ainsi & de se cristalliser ensuite, & par ce moyen elle grossit & elle allonge les premiers cristaux, qui reprennent à peu près la même forme qu'avoit le salpêtre avant que d'avoir été calciné, c'est-à-dire qu'ils deviennent des aiguilles à quatre, cinq & six pans, dont quelques-unes sont collées ensemble, & les autres se tiennent séparément, & produisent les aigrettes qu'on y observe, ce qui est proprement ici notre végétation. La production de ces cristaux & leur augmentation continuë de se faire, jusqu'à ce que le sel qui est dans l'écuelle se soit tout à fait desséché, & alors cette végétation cesse aussi; on peut la faire recommencer en détrempant de nouveau avec de l'eau commune le sel qui reste dans l'écuelle, ce que l'on peut continuer tant de fois, qu'à la fin tout le sel soit monté ou cristallisé en cette sorte de végétation.

Je rapporterai pour second exemple de cette classe certaines cristallisations en arbrisseaux, que j'ai trouvées produites naturellement sur le rivage de la mer d'Espagne, que l'on peut imiter facilement par art, n'étant autre chose qu'une tige branchuë de quelque Plante desséchée & sans feuilles, qui a été arrosée plusieurs fois par l'eau de la mer, dont l'humidité aqueuse ayant été évaporée, le sel y est resté, & s'est cristallisé dessus, en couvrant toute la Plante, d'abord fort légèrement, mais

ayant été mouillée plusieurs fois en divers tems, le sel s'y augmente peu à peu, & représente une Plante de sel. J'en ai vû une fort belle de cette nature dans le cabinet de feu M. de Tournefort, qui étoit haute d'environ un pied, & blanche comme de la neige; j'en ai fait de semblables en employant de l'eau salée filtrée. Il faut avoir la précaution d'ôter l'écorce de la branche qui sert de charpente ou de soutien à cette cristallisation, parceque l'écorce étant ordinairement brune, elle obscurcit la blancheur transparente du sel qui l'enveloppe & qui s'attache à l'entour.

Je donnerai pour troisiéme exemple l'observation suivante : Dans un tems d'orage accompagné de beaucoup de pluie & de tonnerre, je remplis une bouteille de verre d'environ trois pintes de l'eau de cette pluie, qui avoit coulé de dessus un vieux toit de thuiiles, & qui avoit reposée pendant une demie heure environ dans un bacquet de bois dessous la goutiere; j'ai mis cette bouteille negligemment fermée d'un bouchon de papier sur une fenêtrée exposée au midi, où l'ayant oubliée elle est restée sans être remuée pendant trois mois environ, l'eau ne paroissoit pas trouble quand je l'ai puisée; cependant il s'est amassé peu à peu au fond de la bouteille un sediment de couleur verte, de l'épaisseur de trois ou quatre lignes; il s'est fait apparemment une fermentation dans cette matiere, car elle m'a paruë fort spongieuse, & pleine de petites bulles d'air, qui selon toutes les apparences s'étoient séparées du limon qui faisoit le sediment, comme il arrive toujours des pareilles séparations aériennes dans toutes les matieres qui fermentent.

Un jour qu'il faisoit fort chaud dans le mois de Juillet vers les deux heures environ après midi, je passai dans l'endroit où étoit cette bouteille, je la regardai par hazard, je n'y trouvai pas de limon au fond, mais je la vis remplie d'une espece de vegetation d'une très-belle couleur verte, dont une partie paroissoit tenir au fond de la bouteille, & le reste étoit simplement suspendu com-

me des filets dans l'eau , parmi lesquels il y en avoit qui étoient élevez jusqu'à la superficie de l'eau , & d'autres qui étoient restez à différentes distances de la superficie , nageants entre deux eaux , les extremitez superieures de toutes les ramifications & filets étoient garnies chacune d'un grain ou d'une petite boule , qui paroissoit blanche dans l'eau & brillante comme de l'argent , & qui representoit comme un fruit sur le sommet de sa Plante ; en remuant un peu la bouteille , je m'apperçûs que cette vegetation n'avoit point de consistance , mais qu'elle étoit soutenüe par l'eau de la bouteille , & qu'elle flottoit dans toute la masse de cette eau , qui d'ailleurs étoit fort claire & fort limpide.

Le lendemain environ vers les sept heures du matin ; voulant faire voir cette vegetation à quelqu'un à qui j'en avois parlé , je n'y trouvai que de l'eau bien claire , & le limon verd appliqué au fond de la bouteille , comme je l'avois vû autrefois , ce qui me donna la curiosité de regarder souvent pendant la journée cette bouteille ; pour m'éclaircir d'un fait qui m'avoit d'abord surpris. Vers les dix heures du matin , qui étoit le tems que le Soleil touchoit la fenêtre où étoit posée la bouteille , le limon du fond commença de s'enfler , & à mesure que l'eau s'échauffoit , il s'éleva de dessus la superficie de ce limon une infinité de bossés , qui peu à peu en s'élevant davantage diminuerent de grosseur , & produisirent des filets de la substance du limon même , de sorte qu'en deux heures de tems tout ce limon qui tapissoit le fond de la bouteille étoit converti en filets , dont quelques-uns tenoient ensemble , & paroissoient sortir les uns des autres , representans des branchages , & les autres flottoient comme des simples filets droits & tortuez , selon qu'ils avoient été obligez de se détourner par les autres qu'ils avoient rencontrez en chemin , chacun ayant attaché à son bout superieur une perle blanche , qui étoient de différentes grosseurs , comme je les avois vû le jour précédent ; ils resterent dans cette situation pendant tout

le tems que le Soleil les éclaira , c'est-à-dire jusqu'à quatre heures après midi ; immédiatement après ce tems je vis les filets & les ramifications retomber peu à peu au fond de la bouteille , & en même tems les petites boules blanches que j'avois remarqué aux bouts des ramifications diminuer peu à peu de grosseur , & étant enfin entraînées avec les filets au fond de la bouteille , ils récomposèrent la même quantité de sediment ou de limon verd que j'y avois observé en premier lieu : le lendemain il arriva la même chose & aux mêmes heures , ce qui a continué pendant tout le reste de l'Esté , c'est-à-dire les jours qu'il a fait chaud , & que le Soleil a pû atteindre la bouteille ; le reste de l'année non-seulement les branchages n'ont pas paru dans l'eau , mais le limon du fond ou le sediment de la bouteille , qui pendant les nuits de l'Esté étoit épais de trois ou quatre lignes , s'est si fort applati pendant l'Hyver , qu'il n'avoit pas une ligne d'épaisseur , & les petites bulles d'air dont ce limon étoit fort sensiblement parsemé en Esté , ont disparu entièrement pendant l'Hiver , de sorte qu'on ne les voyoit plus du tout.

J'ai de loin approché cette fiole du feu pendant l'Hyver , les bulles d'air ont paru dans le sediment , & à mesure que l'eau de la bouteille s'est échauffée le sediment s'est gonflé , les branchages se sont refaits dans toute la masse de l'eau , comme il étoit arrivé en Esté par la chaleur du Soleil , & en éloignant la bouteille du feu le sediment s'est remis au fond de l'eau à mesure qu'elle s'est refroidie ; j'ai fait ces expériences trois ou quatre fois pendant l'Hyver , qui ont fort bien réussi ; mais la dernière fois ayant trop échauffé la bouteille , il s'est fait une écume sur l'eau , ce qui n'étoit jamais arrivé , & tous les filamens & les branchages qui occupoient toute l'eau , se sont précipitez subitement au fond de la bouteille en forme de limon , qui ne s'est jamais relevé depuis en branchages comme il faisoit auparavant.

L'on voit aisément ici que les bulles d'air enveloppées

dans le sédiment verd, ont été la cause de l'élevation de ce sédiment en forme des filets & de branchages, qui ont occupé toute la capacité de la bouteille, & que les petites boules blanches & brillantes qui tenoient au haut de chaque branche en forme de fruits, n'étoient autre chose que ces mêmes bulles d'air engagées & envelopées en partie dans le tissu de ce limon : ces bulles d'air ayant été dilatées considérablement par la chaleur du Soleil ou du feu, sont devenues si legeres en comparaison d'un pareil volume d'eau, que l'eau de la bouteille les a pû enlever nonobstant le poids du limon à quoi elles étoient attachées, de sorte qu'elles l'ont entraîné après elles en forme de branchages, qui ont formé cette vegetation ; & comme la dernière fois que j'ai présenté la bouteille au feu je l'ai trop échauffée, les bulles d'air ont été trop dilatées, & ont déchiré les envelopes qui les retenoient, & elles ont formé l'écume qui pour lors a paru sur l'eau de la bouteille ; aussi depuis ce tems le limon ne s'est plus élevé dans son eau, & il n'y a plus paru de vegetation.

Quand on observera bien toutes les circonstances que j'ai marquées en amassant de l'eau de pluye, on réitérera cette expérience de la même maniere tant de fois qu'on le voudra.

Si la fameuse palingenésie étoit bien vérifiée, elle pourroit servir encore d'exemple de cette troisième classe des vegetations artificielles.



## DU MOUVEMENT

## PROGRESSIF,

*Et de quelques autres mouvemens de diverses especes de  
Coquillages, Orties & Etoiles de mer.*

PAR M. DE REAUMUR.

**P**Resque tous les Auteurs modernes qui ont travaillé jusqu'ici à l'Histoire naturelle des Coquillages , se 1710.  
10. Decemb. sont bornez à donner des descriptions & des desseins de leurs Coquilles ; travail qui quoiqu'excellent en soi , est peu propre à nous faire connoître les animaux mêmes que ces coquilles couvrent. On ne donneroit guere d'idée de nos Instrumens de Musique à des Ameriquains, si on se contentoit de leur montrer des étuis de Violons, de Basse de Viole & des autres Instrumens. Les étuis , s'il m'est permis de me servir de ce terme, dans lesquels sont renfermez diverses especes d'animaux de mer , meritoient fort à la verité les soins qu'on s'est donné , soit par leur structure singuliere , soit par la varieté prodigieuse qui est entr'eux ; mais les animaux qu'ils contiennent étoient bien dignes à leur tour d'une pareille attention.

Il est vrai qu'on n'a pas trouvé des facilitez égales à travailler sur ces animaux & sur leurs coquilles, dont la plus grande partie ayant été rassemblée dans les cabinets des Curieux , on a pû les y examiner à loisir & sans peine : au lieu que ce qu'il y a de singulier dans les animaux qu'elles couvrent , n'a pû être apperçu que par ceux qui ne craignent point de mettre leur patience à de longues épreuves , lorsqu'il s'agit de découvrir les merveilles que la nature semble avoir pris plaisir à nous cacher. Il ne

suffit pas d'aller les chercher au bord de la mer, il faut y épier avec soin les momens favorables dans lesquels ils nous font voir par différentes actions qu'ils sont des animaux très-parfaits; il faut même imaginer des moyens de les déterminer à executer ces différentes actions dans des circonstances où on puisse les observer aisément.

\* Voyez les  
Memoires de  
1709. p. 364.

Les voyages que j'ai faits depuis quelques années sur les côtes de Poitou & d'Aunis, m'ont fourni des occasions commodés d'examiner de près ces animaux, que les Physiciens avoient ce me semble un peu trop negligez. J'ai crû aussi qu'après avoir découvert l'art de la formation des coquilles \* dont ils sont & les habitans & les ouvriers, que je leur devois à eux-mêmes quelque sorte d'attention. Je ne me suis pourtant pas borné à suivre ces Coquillages, j'ai observé avec la même application les différentes especes d'Etoiles, d'Herissons, & d'Orties de mer, dont les figures si singulieres nous laissent croire à peine que ce sont des animaux, dans le tems même que leurs actions nous en convainquent.

Enfin tous ceux qui sçavent combien différentes especes d'animaux habitent cette partie de la terre qui est couverte par les eaux de la mer, verront quelle est l'étendue de la matiere que j'ai embrassée : car c'est surtout sur ces especes que je me proposai de faire des recherches, remettant à examiner dans d'autres tems les poissons qui paroissent presque toujours entre deux eaux où ils nagent. Cette vaste matiere m'a fourni trop d'observations pour qu'elles puissent être comprises dans les bornes d'un seul Memoire, je serai obligé d'en employer plusieurs à les détailler toutes; & pour les rapporter avec quelque ordre, je donnerai dans differens Memoires celles qui ont rapport à différentes actions. Celui-ci sera principalement destiné à expliquer le mouvement progressif de ces animaux, dont on avoit crû plusieurs especes incapables.

Au reste on ne doit pas attendre que j'entrerais dans un grand détail anatomique des parties qu'ils emploient  
à



cet usage, plusieurs volumes y suffiroient à peine. Je me contenteray de faire connoître les parties qui servent à les mouvoir, sans trop examiner les muscles dont elles sont composées. Ce que j'en dirai nous montrera de reste, que si la nature a donné à ces animaux de mer la faculté d'exécuter des actions semblables à celle des animaux terrestres, qu'elle l'a fait par des moyens si differens, qu'il semble qu'elle à voulu nous faire voir qu'elle connoît plus d'une voie pour arriver au même terme.

Comme je serai obligé d'employer certaines expressions qui serviront à abréger le discours, & même à le rendre plus clair, je crois devoir commencer par dire quelles idées je leur attache. Le mot de Coquille signifiera toujours toute l'enveloppe pierreuse des animaux à Coquilles, soit qu'elle soit d'une seule piece, comme celle des Limaçons, ou celles des Fig. 18. & 19. ou qu'elle soit composée de deux ou de plusieurs pieces, comme celles des Fig. 1. 2. 3. &c. & lorsque je parlerai d'une des pieces, ou des morceaux de l'assemblage desquels cette Coquille entiere est formée, j'aurai soin d'en avertir.

Je donnerai quelquefois le nom de Coquilles à deux *bartans*, aux Coquilles qui étant composées de deux pieces, s'entrouvrent lorsque ces deux pieces s'éloignent l'une de l'autre, sans cesser de se toucher du côté qui est opposé à celui où elles sont le plus ouvertes. Les Coquilles des Fig. 1. 2. 3. sont de cette espece. Je n'ai pas crû pouvoir mieux rendre le nom de *Bivalve* qu'on leur donne en Latin.

Si l'on regarde avec quelque attention une Coquille d'une seule piece, ou un des morceaux dont les Coquilles de deux pieces sont composées \*, on observera aisément diverses lignes courbes, dont chacune renferme une figure semblable à celle de la Coquille, ou du morceau que l'on considere; de sorte que si on retranchoit une certaine partie de cette Coquille, ou de ce morceau, en suivant une de ces lignes courbes, on diminueroit leur grandeur en leur conservant cependant une figure sem-

\* Voyez les  
Planches 1. 2.  
3. &c.

blable à celles qu'elles avoient. Or j'appelle sommet de la Coquille ce point où une de ces figures semblables devient si petite qu'à peine peut on la distinguer, ainsi la pointe des Coquilles en spirales est leur sommet; & dans les Coquilles à deux barans ce sommet est auprès de l'endroit où elles sont attachées l'une à l'autre, & est composé des sommets de l'une & l'autre piece dont elle est formée; ainsi dans les Fig. 3. 5. 12 & diverses autres le sommet de la Coquille est *S*. Je nomme *base* de la Coquille le côté opposé directement à ce sommet: *BBB* est la base de la Fig. 5. la distance de la base au sommet est ce que j'appelle largeur de la coquille, & je prends pour sa longueur la plus grande des lignes perpendiculaires qui peuvent être tirées sur la ligne qui a été aussi menée perpendiculairement du sommet à la base. Fig. 5. la ligne *SB* marque la largeur, & la ligne *LL* la longueur.

On donnera souvent le même nom à l'animal & à la coquille qui le couvre, c'est-à-dire qu'on nommera, par exemple, aussi bien Moule une certaine coquille que l'animal qui habite cette coquille. Mais cela n'apportera aucune confusion, étant toujours très-aisé de démêler par les choses qui suivent, si l'on parle d'une coquille ou d'un animal.

On dira qu'un Coquillage est couché sur le *plat* de sa coquille, lorsque le plan de la longueur & de la largeur d'une des pieces de la coquille, sera parallele à l'horizon. Les Fig. 2. & 5. sont couchées sur le plat de leur Coquille.

#### *Des Moules de mer.*

Les Moules de riviere marchent, ou pour parler plus proprement, se traînent sur le sable. Feu M. Poupert l'a fait voir dans les Memoires de l'Academie, où il a donné les observations qu'il avoit faites sur le mouvement progressif de cet animal. Mais les Moules de mer sont si différentes des Moules de riviere, qu'il est besoin de nouvelles preuves avant de pouvoir assurer de celles-ci, se

qu'on a observé de celles-là. Les Moules de mer même étant attachées aux pierres ou les unes aux autres par différens filamens, il ne semble pas qu'elles doivent avoir aucun mouvement progressif; cependant elles peuvent se mouvoir, & si je voulois simplement le prouver, il me suffiroit de rapporter le fait suivant.

Dans le tems qu'il ne fait plus assez chaud pour tirer du sel des marais salans, les Pêcheurs jettent quelquefois dans ces marais des Moules qu'ils ont prises au bord de la mer; ils prétendent par-là rendre leur chair plus délicate, en les faisant vivre dans une eau moins salée; car l'eau de pluie qui tombe dans ces marais, ausquels on ne laisse alors aucune communication avec la mer, rend plus douce l'eau salée qu'ils contiennent en se mêlant avec elle. Je dirai en passant que c'est par le même moyen qu'on rend verte la chair des Huitres. Pline dit aussi que l'espèce de Moule appelée *Myas* est meilleure en Automne qu'en toute autre saison, parce qu'une plus grande quantité d'eau douce se mêle dans ce tems-là avec l'eau de mer. L'eau douce qui produit sur les Moules un grand changement dans les marais salans, n'y fait peut-être pas grand chose dans la circonstance de laquelle parle Pline; mais ce n'est pas ce dont il s'agit pour mon sujet: ce qui le regarde, est que les Pêcheurs jettent les Moules dans ces marais séparées les unes des autres & à diverses distances, & que lorsqu'ils vont les pêcher ensuite, ils les trouvent assemblées à gros paquets. Or il est visible que ces Moules n'ont pû s'approcher les unes des autres pour s'attacher ainsi, sans se mouvoir elles-mêmes, car elles ne sont point dans une eau courante.

Ce fait seul suffiroit donc pour établir leur mouvement progressif, mais il nous faut quelque chose de plus. Nous avons à sçavoir quelle partie elles emploient à cet usage. Pour s'en instruire, il ne faut qu'ouvrir la coquille d'une Moule par le côté où elle s'entrouvre naturellement; rien ne paroît alors plus distinctement dans

Kkk ij

FIG. 1.

le corps de cet animal , qu'une certaine partie noire ou brune , dont la base est placée à peu près au milieu des autres parties , & dont la pointe est tournée vers le sommet de la coquille : sa longueur est environ de six ou sept lignes. On se fait une image assez ressemblante de sa figure , en concevant celle de la langue d'un animal : elle est marquée dans la Fig. 1. par la lettre *L*. Or c'est cette partie qui est la jambe de la Moule , si des figures si différentes n'empêchent point de donner les mêmes noms à des choses qui servent aux mêmes usages , ou peut-être devroit-on avec plus de ressemblance l'appeller le bras , puisque les Moules se traînent plutôt par son moyen , qu'elles ne marchent.

Il m'eût été impossible de découvrir que cette partie fait la fonction que je viens de lui attribuer , si je n'eusse considéré des Moules qu'au bord de la mer ; on ne les y peut voir que lorsqu'elle les a laissées à découvert pendant son reflux , mais elles paroissent toujours dans l'inaction. Ce qui m'a donné la facilité d'observer de quelle maniere elles se servent de cette partie , est qu'après avoir fait porter chez moi des Moules aussi-tôt qu'elles avoient été pêchées , je les mettois dans des vases dans lesquels je versois assez d'eau de mer pour les couvrir , mais trop peu pour les dérober à mes regards. Etant alors en quelque façon dans leur élément naturel , elles me laissoient voir une partie des mouvemens qu'elles se donnent dans la mer. Cet expédient est l'expédient general que j'ai employé pour appercevoir tout ce que je rapporterai dans la suite des autres especes de Coquillages.

Je vis donc que quand la Moule se prépare à changer de place , elle commence par entr'ouvrir sa coquille. Il ne lui importe sur quel côté elle soit appuyée \* , & peu après que cette coquille est entr'ouverte , on voit paroître sur les bords , la pointe de cette partie que nous avons dit ressembler à une langue ; la Moule ne la laisse point là , elle lui donne bien-tôt plus d'étendue , pour la por-

\* Voyez la  
Figure 2.

ter plus loin des bords de sa coquille, elle l'allonge quelquefois jusqu'à un pouce & demi de ces bords, mais souvent moins. Quand elle a ainsi changé sa figure, en augmentant si considérablement sa longueur, elle s'en sert pour tâter à droit ou à gauche, devant & derrière, comme pour examiner le terrain qui l'environne, & découvrir de quel côté il lui sera plus aisé d'avancer. Toutes ces préparations faites, elle semble se déterminer à aller d'un certain côté, du moins voit-on qu'elle replie l'extrémité de cette partie qui est charnuë & très-flexible sur quelque corps pour le saisir ou s'y cramponner en quelque façon; de sorte que réduisant alors cette même partie à peu près à son étenduë naturelle, sans lui laisser abandonner le corps sur lequel elle a recourbé sa pointe, elle oblige sa coquille à avancer vers ce corps.

FIG. 20

Ainsi on voit que la manœuvre dont les Moules se servent dans leur mouvement progressif, ressemble assez à celle d'un homme qui étant couché sur le ventre voudroit s'approcher de quelque endroit en se servant seulement de son bras; il porteroit ce bras sur le corps le plus éloigné qu'il pourroit saisir avec la main, en le racourcissant ensuite, il obligerait son corps à quitter sa place, comme les Moules quittent la leur. Aussi est-ce sur cette ressemblance que j'ay nommé d'abord cette partie le bras de la Moule, parceque son extrémité fait aussi en se recourbant la fonction de main; & toute la différence qui est entre l'usage que l'homme feroit de son bras dans la circonstance précédente, & celui que la Moule fait de cette partie, est qu'elle la racourcit véritablement, au lieu qu'il ne feroit que plier le bras.

Les Moules ne profitent pas souvent de la facilité qu'elles ont à se mouvoir, car elles sont toutes ordinairement attachées les unes aux autres, ou à d'autres corps par différens fils, desquels nous parlerons au long dans un autre Memoire; & ce n'est que lorsque ces fils sont rompus qu'il leur arrive quelquefois de faire usage de cet espece de bras. On voit souvent des Moules détachées au

Kkk iij

bord de la mer , auxquelles apparemment il est de quelque utilité.

*Du Lavignon.*

Le Coquillage auquel on a donné le nom de Lavignon sur les côtes de Poitou & d'Aunis , est sans doute une espèce de *chama* ou *chame* , puisqu'il a le caractère essentiel à ce genre , qui est d'être une coquille à deux battans qui restent toujours entr'ouverts , c'est-à-dire que les deux pièces dont leurs coquilles sont composées , ne sont jamais appliquées exactement l'une sur l'autre , telles que sont celles des Huitres , des Moules , & de diverses autres espèces de Coquillages. Aussi peut-on rendre en François le mot *chama* par *Coquille beante* , comme Gaza l'a traduit en Latin par *Hiatula*.

Les Lavignons ont non-seulement ce caractère essentiel au genre des Coquilles beantes , mais ils ont encore cela de commun avec les espèces dont parle Rondelet , que leur coquille est mince & très fragile , de manière qu'on la rompt aisément en la pressant entre deux doigts , qu'ils vivent comme ce même *chama* dans la bouë ; mais ils diffèrent en même tems de ces espèces que Gesner dit être appelées Flammes ou Flamettes en François , & Poivrées en Italien , parcequ'elles font sur la langue le même effet que le poivre , le goût du Lavignon étant très-insipide.

Leur coquille est assez polie , & blanche sur tout intérieurement ; car souvent la plus ancienne partie de la surface extérieure de cette coquille , c'est-à-dire les endroits voisins de son sommet , ont une couleur noirâtre qu'ils ont prise de la bouë noire dans laquelle les Lavignons vivent. Ils se tiennent enfoncés dans cette bouë , quelquefois à plus de cinq à six pouces de profondeur ; mais malgré cela on connoît facilement les endroits où ils sont , par de petits trous ronds d'environ une ligne de diamètre qui restent au-dessus des Lavignons. Il y en a un ou deux qui répondent à chacun de ces animaux , qui sont fort près

les uns des autres , & en grande quantité dans les endroits où on les trouve.

Quoique leur coquille soit naturellement entr'ouverte, elle l'est trop peu pour laisser voir leurs parties intérieures ; mais si on l'ouvre beaucoup en coupant les deux muscles qui sont à peu près au bout de la longueur de leurs coquilles & qui servent à la fermer, on verra aussitôt la partie qu'ils emploient à leurs mouvemens progressif. On a coupé ces muscles marquez *MM* au Lavignon représenté dans la Fig. 3. Aussi laisse-t'il appercevoir son espece de jambe marquée *I*, qui paroît placée à peu près au milieu de la coquille, ayant son origine vers le sommet. Toute son extrémité *I* est en ligne droite & trenchante, elle s'arrondit seulement vis-à-vis les deux tuyaux charnus marquez *CC*, au lieu que de l'autre côté elle avance un peu, & forme une espece de pointe émouffée marquée *P*. C'est-là la structure commune de cette partie ; j'ai cependant vû des Lavignons dont la pointe émouffée *P* étoit posée directement de l'autre côté, c'est-à-dire qu'elle étoit dans l'endroit arrondi qui est le plus proche des tuyaux *CC*, & tournée vers ces tuyaux comme elle l'est ici vers *P*, mais peut-être étoient-ce des monstres dans cette espece de Coquillage.

Ordinairement les Lavignons emploient cette partie pour s'enfoncer dans la bouë, & pour se rapprocher ensuite de la surface de l'eau lorsqu'ils ont envie de quitter leur ancien trou. Comme la bouë les couvre pendant cette dernière action, il n'est pas si aisé de décrire comment ils l'exécutent que la première que l'on apperçoit distinctement ; cependant ce que nous allons dire de la maniere dont ils s'enfoncent dans la vase, doit suffire pour faire comprendre de quelle maniere ils s'en retirent, puisqu'ils n'ont pour cela qu'à faire précisément le contraire de ce qu'ils font dans l'autre operation.

De quelque côté qu'on pose un Lavignon, pourvu qu'on ne l'appuye pas directement sur le sommet de sa

coquille, il s'enfonce aisément dans la bouë ; mais on ne voit jamais mieux l'action de son espece de jambe qu'en le couchant sur le plat de la coquille. On remarque facilement alors qu'il augmente non-seulement la longueur, mais aussi la largeur de cette partie ; il l'allonge aussi & la rend pointuë sur-tout dans l'endroit marqué *P* Fig. 3. dont il se sert d'abord pour s'ouvrir un chemin dans la vase : ce chemin ouvert, il insinuë toute l'extrémité de sa jambe sous cette vase, ce qui lui est d'autant plus aisé que quoiqu'elle soit tréchant naturelle-ment, il rend encore alors son tréchant plus fin, parce qu'en allongeant & élargissant cette partie il l'applatit extrêmement ; tout cela se fait sans se déplacer en aucune façon. Le tréchant de cette partie étant ainsi enfoncé, il le recourbe comme on le voit dans la Fig. 4. Or il est aisé de concevoir que si alors il racourcit cette partie en lui laissant toute sa largeur, qu'il redresse d'abord sa coquille si elle étoit posée sur le plat, ou si elle étoit sur sa base, comme dans la Fig. 4. qu'il doit nécessairement la faire enfoncer dans la bouë, si la résistance que la coquille trouye à entrer dedans, est moindre que celle que le tréchant recourbé trouve à s'élever, & sans doute que cette dernière résistance est plus grande que l'autre, car la coquille s'enfonce par le moyen que je viens de décrire. Aussi paroît-il vraisemblable que le bord de cette coquille, qui est très-mince, très-tréchant, & fait en quelque maniere en coin, trouve moins de difficulté à penetrer dans la bouë que l'extrémité de cette partie, qui par son recourbement occupe la place d'un assez gros corps, n'en rencontre à sortir de sa place. C'est en réitérant souvent le même manège que le Lavignon s'enfonce autant dans la bouë qu'il le veut.

Il remonte apparemment au-dessus de cette bouë, en faisant un usage tout contraire de la même partie dont il se sert pour s'enfoncer dedans ; je veux dire qu'il fait sortir hors des bords de sa coquille son extrémité, &  
qu'il



qu'il la recourbe ou l'applatit avant de l'avoir allongée autant qu'elle le peut être, ayant eu soin d'ôter la bouë qui pourroit lui résister par-dessus, c'est-à-dire qu'au lieu que le recourbement de cette partie, Fig. 4. embrasse la vase qui est comprise dans l'espace  $RCOr$ , qui est entre cette partie recourbée & le bord de la coquille: cette même partie, lorsqu'il veut monter, ne trouve aucune bouë dans cet espace  $RCOr$ , parce qu'avant de prendre la figure que nous lui voyons, il a vuidé cet espace. Il nous est donc aisé de comprendre que si dans cette situation le Lavignon acheve d'allonger son espece de jambe autant qu'elle le peut être, en conservant la largeur qu'a le recourbement, qu'il poussera sa coquille en haut, par la même raison qu'il l'a tirée en-bas auparavant; c'est-à-dire, parceque cette coquille qui est faite en espece de coin, trouvera moins de résistance à ouvrir la bouë, que l'extrémité large de cette jambe qui fait la fonction de pied, n'en trouve à descendre.

Le Lavignon peut encore glisser sur la bouë, lorsque sa coquille est couchée sur le plat. Il allonge pour cela la pointe émoussée marquée  $P$  Fig. 3. & ayant appuyé l'extrémité de cette pointe sur la bouë, il l'allonge encore davantage, & fait par conséquent avancer sa coquille, comme un homme qui est dans un bateau le fait avancer en poussant la terre avec une perche. Mais nous aurons lieu de parler de ce mouvement plus au long, à l'occasion de quelques autres especes de Coquillages.

Au reste cet animal lorsqu'il enfonce sa coquille dans la bouë, ne la met pas de maniere que la base de cette coquille soit en-bas. Par le plus ou le moins de recourbement qu'il donne à un des côtez  $R$  ou  $r$  de sa jambe, il enfonce plus ou moins une des extrémités de sa coquille, de façon que la base  $CO$  de cette coquille fait un angle avec l'horizon. On peut le remarquer dans la même Fig. 4. où le bout de la coquille proche de  $C$  est plus élevé que celui qui est auprès de  $O$ . Plus même ce Coquillage s'enfonce, plus il élève le côté  $C$  par rapport à

l'autre; de sorte que lorsqu'il est enfoncé à quelques pouces de profondeur, la base CO fait un angle peu moindre qu'un droit avec l'horizon.

Il n'est néanmoins pas indifférent lequel des deux bouts de cette coquille soit le plus bas, il en est un qui doit être toujours le plus élevé. Pour en connoître la cause, il ne faut que sçavoir que cet espece de Coquillage, comme plusieurs autres especes dont nous traiterons dans la suite, ont deux tuyaux charnus posez près d'un des bouts de la longueur de leur coquille, c'est-à-dire fort proche de l'angle curviligne que fait la base avec le côté du sommet. Ces deux tuyaux paroissent dans la Fig. 3. marquez par les lettres Cc. Or le Lavignon se sert de ces deux tuyaux pour se conserver une communication avec l'eau du milieu de la bouë dans laquelle il est enfoncé. Car il les allonge jusqu'à la surface de l'eau, à peu près comme ils paroissent dans la Fig. 3. & souvent beaucoup davantage. On voit aisément que l'animal, du fond de son trou, & quoique couvert par la vase, peut profiter de l'eau qui est au-dessus de lui, puisqu'il ne faut que remarquer que ces deux tuyaux ont chacun deux ouvertures à l'une & l'autre de leurs extremités. La premiere de ces ouvertures est marquée Cc Fig. 3. & 5. & la seconde est OO Fig. 3. Aussi s'en servent-ils à respirer l'eau, comme nous nous servons de nôtre bouche pour donner passage à l'air dans nos poulmons. C'est ce qui est très-sensible, lorsqu'on laisse peu d'eau au-dessus de la bouë dans laquelle ils sont enfoncez, on remarque d'une maniere claire & l'eau qui entre & l'eau qui sort alternativement par ces deux tuyaux. Il sont souvent en la jettant divers jets. Il m'a paru qu'ils peuvent l'un & l'autre attirer l'eau & la rejeter.

Ce sont ces tuyaux qui sont les trous ronds que nous avons dit être au-dessus de chaque Lavignon. Si-tôt que l'animal s'est enfoncé dans la vase, l'eau applanissant aisément les surfaces qui résistent peu, bouche bien vite le trou qu'il a fait dedans cette vase en y entrant; c'est-

pourquoi il allonge ses tuyaux pour conserver deux especes de canaux depuis la surface de l'eau jusqu'à soi, lesquels canaux ont le même diametre que ces tuyaux.

Les Lavignons peuvent non-seulement allonger beaucoup ces tuyaux, & les raccourcir jusqu'à les renfermer entierement dans leurs coquilles, ce qu'ils font toutes les fois qu'on veut les prendre, mais ils les peuvent encore remuer en tout sens. Quelquefois même ils ne se contentent pas de mettre le bord de ces tuyaux de niveau avec la surface superieure de la bouë, ce qui est leur situation la plus ordinaire. Ils les élèvent par-dessus cette bouë, où ils les replient sur sa surface, sur laquelle ils tracent par leur moyen differens sillons.

Ces tuyaux charnus dont les Lavignons se servent pour attirer l'eau au milieu de leur coquille & la rejeter ensuite, nous fournissent une occasion de faire une remarque generale sur les especes de Coquillages, qui vivent ordinairement cachez sous le sable ou sous la bouë. C'est que ces Coquillages ont tous un ou deux tuyaux charnus semblables à ceux des Lavignons par leur fonction, quoique souvent differens par leurs figures, qui sont plus ou moins longs selon que ces animaux s'enfoncent plus ou moins dans le sable. La raison en est si claire qu'à peine est-il necessaire de la dire; ils doivent se conserver une communication libre avec l'eau, & pour cela ils doivent empêcher le sable ou la vase de les couvrir entierement. Or ils ne peuvent se menager cette communication, à moins que le bout de ces tuyaux ne puisse aller jusqu'à la surface superieure du terrain dans lequel ils vivent; de sorte que la longueur du tuyau & celle de la coquille jointes ensemble, sont la mesure de la plus grande profondeur à laquelle ils peuvent rester pendant quelque tems. Aussi voyons-nous que les Lavignons qui ont de très-longs tuyaux descendent fort avant dans la vase, & que les Moules & tous les Limaçons de mer, qui n'ont point de pareils tuyaux, restent toujours sur la surface de la terre.

*De la Palourde.*

On ne doit pas prendre la Palourde des côtes de Poitou , d'Aunis & de Saintonge pour une espece de genre nommé *Chama peloris* , ainsi que l'a fort bien remarqué Rondelet ; car soit que le nom de *Peloris* , qui paroît avoir quelque ressemblance avec celui de *Palourde* , ait été donné à ce genre , parce que les coquilles qu'il comprend sont plus grandes que les autres especes de *Chama* ou Coquilles beantes , comme quelques uns le prétendent , soit qu'il lui vienne du nom d'un Promontoire de Sicile appelé *Pelore* , comme d'autres le veulent. Il est certain que la Palourde n'est point une espece de *Chama Peloris* , puisqu'elle n'est pas une coquille beante , elle ferme sa coquille très-exactement. Elle n'est point aussi la *Pelorde* des côtes de Provence , car elle ne vit point comme elle dans la vase.

Je ne vois aucune figure ni aucune description dans Rondelet qui convienne parfaitement à l'espece de Coquille dont je parle. Car quoiqu'elle convienne avec la coquille épaisse , par l'épaisseur & la solidité de sa coquille , elle en differe parcequ'elle est cannelée sur toute la surface supérieure de sa coquille , par de legeres cannelures qui partant des environs du sommet , vont se terminer à la base qu'elles rencontrent à angles plus ou moins aigus , selon qu'elles sont plus proches ou plus éloignées du milieu de cette base.

La Coquille de la Palourde est à deux battans , sa couleur est d'un blanc sale , c'est-à-dire un peu jaunâtre , du moins en quelques endroits de sa surface extérieure , mais sa surface intérieure est assez blanche. Leur longueur ordinaire est d'un pouce & demi & quelque chose de plus , & leur largeur d'environ un pouce : elle a bien demi ligne d'épaisseur autour de ses bords.

*Voyez CC.* Ce Coquillage a comme le Lavignon deux tuyaux charnus , mais beaucoup plus courts , quoique plus gros : il ne les étend jamais à plus de trois lignes. Leur ouver-

*Voyez Fig. 6.*

ture extérieure a alors un peu plus d'une ligne. Il n'est pas aisé de dire lequel est le plus long & le plus gros de ces tuyaux lorsque l'animal est en vie; car quoique celui qui est le plus proche du sommet c paroisse communément le plus petit, & le plus éloigné C le plus grand; on voit dans d'autres tems tout le contraire, selon qu'il lui plaît d'allonger & de grossir plus un de ces tuyaux. La dissection n'est pas même bien sûre pour connoître cette grandeur, car elle change fort leur figure; cependant il paroît que dans cette espece, comme dans les Lavignons, le plus long tuyau est le plus éloigné du sommet. Les tuyaux de la Palourde sont découpez très-finement & comme en frange au bord de leur ouverture extérieure: celle qui est intérieure, c'est-à-dire qui porte l'eau au milieu de la coquille est simplement ronde, on voit l'ouverture intérieure du tuyau le plus éloigné du sommet marquée O Fig. 7. elle cache dans la figure l'ouverture de l'autre tuyau.

La Palourde ne fait pas toujours paroître ces tuyaux; c'est seulement lorsqu'elle est dans l'eau: si-tôt qu'on la touche elle les renferme entièrement: quelques courts qu'ils soient elle pousse souvent par leur moyen l'eau à plus d'un demi pied de sa coquille, & cela en raccourcissant ou étrecissant un de ses tuyaux après l'avoir extrêmement gonflé. Lorsqu'elle les allonge elle fait aussi sortir une petite partie de sa chair par l'ouverture de sa coquille, ce qu'on peut voir Fig. 6. où tout ce qui n'est pas cannelé dans le contour de cette coquille est la chair de la Palourde. Elles se tiennent quelquefois sur la surface du sable; mais elles sont souvent enfoncées dedans autant que la longueur des tuyaux CC le peut permettre, selon ce que nous avons dit dans l'article précédent.

Pour s'enfoncer dans le sable, ou pour s'élever au-dessus, elles employent un manège assez semblable à celui du Lavignon; aussi ne nous arrêterons-nous point à l'expliquer. Il suffira de faire voir dans la Fig. 7. ouverte parcequ'on a coupé les muscles qui servent à la fermer,

la partie qu'elles employent à cet usage marquée *I*, elle est différente de celle du Lavignon par son extrémité qui est plus grande que le reste, au lieu que dans celle du Lavignon cette extrémité est plus petite.

*Du Sourdon.*

Sur les côtes de Poitou & d'Aunis on nomme Sourdon un Coquillage dont la coquille est à deux battans, & beaucoup plus convexe que celles dont nous venons de parler : elle est aussi plus petite, car sa longueur n'est que d'environ 14 lignes, & sa largeur de 9 ou 10 lignes. La surface extérieure de cette coquille est ornée de cannelures assez larges, à côtes arrondies, qui partent toutes du sommet, la plus grande partie desquelles vont en ligne droite à la base, & les autres en se recourbant un peu, ou devenant concaves par rapport au bord de la coquille dont elles sont le plus proche, vont se terminer au-dessus de la base ; mais la surface intérieure de cette coquille est presque toute polie, je veux dire qu'elle n'est cannelée que dans une bande d'environ une ligne de large ou un peu plus, qui regne tout autour du bord de la coquille. Il n'est point d'animal plus propre que le Sourdon à faire voir la vérité de l'explication que je donnai dans les Memoires de 1709. pag. 392. de la formation des cannelures des coquilles qui paroissent sur leur surface extérieure, pendant que leur surface intérieure est polie. Je supposois dans ce Memoire qu'il étoit nécessaire, pour former ces cannelures, que tout le contour du corps de l'animal fût naturellement cannelé, & c'est ce que le Sourdon donne souvent la facilité d'observer lorsqu'on le met dans l'eau de la mer, il allonge par-delà tout le bord de sa coquille une partie de son corps, qui paroît cannelée de la même manière que la coquille qui le couvre ordinairement.

La coquille de cet animal est blanche, sur-tout intérieurement, car extérieurement elle est quelquefois d'un blanc sale. Il se tient dans le sable, mais peu enfoncé,

aussi les tuyaux dont le Sourdon se sert pour attirer & jeter l'eau sont-ils très-courts, car le plus long & le plus gros, qui est le plus éloigné du sommet de la coquille, ne s'étend guere à plus d'une ligne de son bord. Ces tuyaux sont non-seulement découpez en frange, comme ceux des Palourdes, autour de leurs ouvertures, mais ils ont encore quelques especes de poils au-dessous de cette même ouverture; ce qu'on peut remarquer dans le plus gros tuyau C de la Fig. 8. où on a représenté un Sourdon qui commence à s'enfoncer dans le sable.

Quoique ces animaux s'enfoncent peu avant dans le sable, ils en sont pourtant couverts entierement. On connoît néanmoins non-seulement les endroits où ils sont lorsque la mer a abandonné ce terrain pendant son reflux, par les trous qui paroissent au-dessus d'eux, comme au-dessus des Lavignons, Palourdes & des autres Coquillages à tuyaux, mais beaucoup mieux encore par une infinité de petits jets d'eau qu'on voit paroître sur tout ce terrain; car malgré le peu de longueur de leurs tuyaux, les Sourdons poussent l'eau plus loin qu'aucuns des Coquillages dont nous avons parlé. Ces jets vont quelquefois à plus de deux pieds de distance du Sourdon, qui en pousse souvent de nouveaux.

Il n'est guere de Coquillage qui execute les mouvemens progressifs par le moyen d'une partie qui ait plus de ressemblance avec celles que nous employons au même usage. Cette partie molle au reste comme celles de tous les autres, represente assez une jambe mal faite avec son pied, ou pour dire encore quelque chose de plus ressemblant, elle a fort l'air d'un pied-bot. On la peut voir dans la Fig. 9. qui est celle d'un Sourdon qu'on a ouvert, en coupant les muscles qui servent à fermer sa coquille. Elle y est marquée par les lettres *PIT*; *I* montre l'endroit qui ressemble à la jambe; *P* celui qui a l'air d'un pied dont *T* marque le talon. Toute cette partie est assez grosse dans l'état où elle est représentée dans cette Figure.

FIG. 9.

Avec le secours de cette partie le Sourdon peut ou s'enfoncer dans le sable, ou s'en retirer, & lorsqu'il est sur la surface de ce même sable, il peut ou aller en avant ou à reculons. Ce que j'appelle aller en avant, est avancer du côté des cornes. La structure de son espece de jambe est très-commode pour toutes ces différentes actions: s'il veut s'enfoncer dans le sable, il allonge cette partie en diminuant extrêmement son épaisseur, de sorte qu'il rend toute son extrémité  $PT$  tréchant, Fig. 9.

FIG. 9. & 10.

FIG. 10.

& l'ayant porté environ à un demi pouce de distance du bord de la coquille, rendant en même tems obtus l'angle presque droit que le pied  $P$  fait avec la jambe  $I$  dans la Fig. 9. il se sert de son tréchant  $PT$  pour ouvrir le sable, dans lequel il fait entrer tout ce pied, & même une partie de la jambe. Il accroche ensuite le sable inferieur avec le bout du pied, d'où l'on voit que si alors il change encore l'angle que ce pied fait avec la jambe, je veux dire que s'il le rend encore un angle droit comme il est dans son état naturel, ou ce qui est la même chose, s'il raccourcit cette jambe, qu'il obligera sa coquille d'approcher du bout de ce pied qui ne change point de place, parcequ'il est cramponné contre le sable, & qu'il obligera ainsi la coquille de s'enfoncer.

On remarque aussi sans doute que le talon de ce pied est du côté des tuyaux, ou ce qui revient au même, que le bout du pied regarde le côté opposé à celui où sont ces tuyaux, chose nécessaire afin que le bout de la coquille où ils sont reste toujours le plus élevé, qui est la position que cet animal est obligé de prendre lorsqu'il se tient dans le sable.

Si à présent le Sourdon veut retourner sur le sable, on voit bien qu'il n'a qu'à faire sortir de sa coquille la même extrémité  $TP$  de son pied, & allonger alors tout d'un coup sa jambe, comme on le voit dans la Fig. 10. car le sable servant de point d'appuy à l'extrémité de ce pied, la jambe ne pourra s'allonger sans faire élever la coquille.

Enfin



Enfin si on conçoit le Sourdon couché sur le plat de sa coquille , il n'est pas plus difficile d'imaginer comment il pourra aller à reculons ou en avant : tout se passera dans ces actions ici à peu près comme dans les actions précédentes , avec cette différence qu'il n'a pas besoin de se servir du trenchant  $PT$  pour s'ouvrir un chemin. Car , par exemple , pour aller à reculons , il n'a autre chose à faire , qu'après avoir allongé sa jambe , & changé l'angle droit qu'elle fait avec le pied en un angle obtus , qu'à engager la pointe  $P$  du pied dans le sable , & réduire ce pied & cette jambe à peu près à leur grandeur & leur situation naturelle , sans abandonner le sable. Car il est clair que le sable arrêtant la pointe du pied , qu'elle obligera la coquille d'avancer de ce côté-là , c'est-à-dire que le Sourdon ira à reculons.

Pour aller au contraire en avant , il engagera la même pointe  $P$  de ce pied dans le sable tout auprès du bord de la coquille ; de sorte qu'augmentant tout d'un coup la longueur de cette jambe , dont le pied  $P$  rencontre un point d'appui , la coquille sera poussée en avant.

### *Des Tellines.*

Je conserve le nom de Tellines aux deux especes de Coquillages dont je vais parler , nom qu'on leur donne sur les côtes de Provence & en Italie , qui est le même en Latin & en Grec , quoiqu'il soit assez incertain si les Coquillages que nous allons examiner , & que les Auteurs modernes ont donné sous le nom de Tellines , sont les mêmes auxquels les Grecs & les Latins donnent ce nom. Ce qui me détermine à m'en servir , est qu'ils n'ont point de nom fixe sur les côtes de Poitou & d'Aunis ; quelques-uns les y appellent des Palourçons , mais ils nomment de même divers autres Coquillages ; tel est celui qui est couvert de la coquille ridée , quoique ce soient des especes très différentes ; d'autres les appellent des *Lavegnes* , qui est la même chose en langage vulgaire que des petites especes de Lavignons.

Cependant ces deux especes de Coquillages sont fort differens ; enfin ce sont ces Coquillages que l'on nomme Flion en Normandie.

FIG. 11. 12. & 13. Les plus grandes Tellines de la premiere des deux especes que j'ai observées sur les côtes de Poitou & d'Aunis , ont environ 13 à 14 lignes de long , & seulement 5 lignes de large : leur coquille est solide , parce qu'elle est assez épaisse , quoique beaucoup moins que celles des Palourdes , ayant ses surfaces extérieure & intérieure très polies , ce qui lui donne un œil luisant. Il faut pourtant excepter le bord de son contour , qui est cannelé ou découpé comme une soye très fine dans la largeur d'environ une demie ligne : on ne voit point quelquefois ces cannelures déliées sur le contour de la surface extérieure. Les deux côtes qui partant du sommet vont joindre la base sont de grandeur fort inégale , l'un est au moins à l'autre comme 3 est à 2. La couleur de la surface extérieure est blanche en quelques endroits , & jaunâtre en d'autres : elle est plus blanche intérieurement dans les endroits où elle est blanche ; mais une partie de cette surface intérieure , c'est la plus proche du sommet , est d'une assez belle couleur de pourpre.

FIG. 12. Ces Coquillages se tiennent cachez sous le sable , où la grandeur de leurs tuyaux qui n'ont pas plus d'une ligne de long & un peu moins d'une ligne de diametre , ne leur permet pas de s'enfoncer avant. Lorsque la mer laisse à sec , dans les grandes marées , le terrain qu'ils habitent , on les trouve souvent hors de leur trou , auprès duquel ils sont couchez sur le plat de leur coquille , soit qu'ils sortent ainsi pour respirer l'air , ou plus probablement soit qu'ils veuillent chercher l'eau qui les a abandonné ; aussi quoi qu'on les trouve souvent auprès de leur trou , on les rencontre quelquefois à plus d'un pied de distance de ce même trou , & on peut remarquer , par le sillon qu'ils ont tracé sur le sable , le chemin qu'ils ont suivi.

Ces Tellines ont une espece de pied comme les Sourdons , mais la jambe à laquelle le talon de ce pied

est joint est très-court. On voit ce pied dans la Fig. 11. Lorsqu'elles veulent s'en servir, elles donnent une figure trenchante au côté de ce pied qui est le plus éloigné du sommet, & le rendent concave vers le sommet ou convexe vers la base de la coquille. Il ne ressemble pas mal alors à certaines lames de couteaux dont la pointe relève un peu, parceque le tranchant de la lame est convexe auprès de cette pointe, laquelle pointe est au contraire concave du côté du dos de la lame. La Fig. 12. représente cette partie prête à s'ouvrir un chemin dans le sable.

Il seroit inutile de détailler tous les divers mouvemens de ce Coquillage, qui s'exécutent de maniere peu différente de ceux du Sourdon. Je me contenterai de dire qu'ils font tous les mouvemens communs aux autres Coquillages avec beaucoup d'agilité & de vitesse; mais aussi dois-je parler de quelques mouvemens qui leur sont particuliers, le petit saut que je leur ai vû faire quelquefois est de ceux-là; voici comme ils l'exécutent. Ils rendent leur espece de pied presque aussi long que leur coquille, aussi ne lui donnent-ils pas alors toute la largeur qu'il a lorsqu'il paroît une lame de couteau dans la Fig. 12. Ils recourbent extrêmement cette partie ainsi allongée, de façon qu'ils portent son bout *P* Fig. 13. très près du bout de la longueur de la coquille. L'ayant mis dans cette position, ils poussent le sable qui est du côté de la base de la coquille & non celui qui est dans la direction de sa longueur, & cela suffit pour redresser leur coquille que nous avons considérée jusqu'ici couchée sur le plat: cette coquille redressée de façon que son sommet la soutient perpendiculairement sur le sable, l'animal débande avec une extrême vitesse cette partie que nous avons dit être très recourbée, ce qui le pousse aussi très vite en lui faisant faire une espece de petit saut, car il s'élève en avançant. Ce n'est pas sans raison qu'il se met ainsi sur le sommet de sa coquille, lorsqu'il veut faire ce mouvement qui le chasse avec vitesse; car il est clair que c'est la posi-

M mm ij

tion la plus favorable qu'il puisse choisir pour que le sable résiste le moins qu'il est possible à son action, puisqu'il ne touche qu'une très-petite partie de sa coquille. Ce que nous avons dit pour expliquer comment la Telline redresse sa coquille pour s'appuyer sur son sommet, suffit presque pour faire comprendre comment étant couchée sur un côté, elle se retourne sur l'autre ; car il est évident qu'elle a seulement besoin pour cela de redresser sa coquille sur son sommet, & alors de continuer à pousser un peu le sable de côté comme elle l'a fait pour la redresser ; ce dernier effort la renversera sur le côté opposé à celui où elle étoit couchée.

FIG. 15. &  
14.

L'autre espèce de Telline dont j'ai à parler ressemble plus aux Lavignons, par la figure de sa coquille, qu'aux Tellines de l'espèce précédente : elle n'est point découpée en scie sur ses bords, les côtes qui viennent du sommet joindre la base sont à peu près d'égale longueur ; si elle a plus de solidité que celle des Lavignons, elle en a beaucoup moins que celle des autres Tellines, sa surface supérieure n'a point cet œil brillant qu'ont les autres Tellines, aussi sont-elles beaucoup moins polies ; elles ont quelquefois certains termes d'accroissement si marquez, qu'il semble que chaque pièce de sa coquille est formée de petits morceaux collez sur de plus grands. Les lettres *AA* Fig 15. sont auprès d'un de ces termes d'accroissement, leur longueur est à peu près de 13 lignes, & leur largeur de 10 ou 11. Cette espèce de Telline se tient comme la précédente peu enfoncée dans le sable, parce que les tuyaux de l'une & de l'autre sont de la même longueur.

La partie que ces Coquillages employent à leur divers mouvemens, a aussi comme celle dont les Sourçons se servent au même usage, l'air d'une jambe avec son pied ; mais ce qui ressemble au pied est plus long que dans les Sourçons, & moins épais. Ce seroit tomber dans des répétitions aussi ennuyeuses qu'inutiles, que de décrire les différens mouvemens qu'elles se donnent, puisqu'il suffit

de marquer que toutes leurs actions sont semblables à celles des Tellines précédentes. Il y a à la vérité quelque différence dans la Figure de la partie qui les produit, mais les Fig. 14. & 15. les font assez voir. La 14. représente cette partie telle qu'elle paroît lorsqu'on a ouvert leur coquille en coupant les muscles qui servent à la fermer, & la 15. représente cette partie telle qu'elle devient lorsqu'elle est prête à percer le sable.

### *De l'œil de Bouc.*

Les Grecs ont donné à cette espèce de Coquillage le nom de *Lepas*, que Gaza en traduisant l'Histoire des animaux d'Aristote a rendu en Latin par celui de *Parcella*. On l'appelle *Berdin* & *Berlin* sur les côtes de Normandie, & c'est sur celles de Poitou & d'Aunis qu'on le nomme *œil de Bouc*, & quelquefois *Jamble*.

La coquille de cet animal est d'une seule pièce assez dure; elle représente une portion de cône dont la section est une ellipse. Ce n'est pourtant pas une ellipse bien exacte, car cette figure est beaucoup moins ouverte du côté de la tête de l'animal, que de celui qui lui est opposé. Sa surface extérieure a diverses cannelures, qui viennent du sommet du cône à sa base, ou plutôt à l'ellipse de sa section. La couleur la plus commune de ces coquilles est grisâtre; on en voit néanmoins de diverses autres couleurs. FIG. 16.

L'animal qui habite cette coquille n'en est pas entièrement couvert: tout ce qui représente la base ou la section du cône, est la chair de l'animal sur laquelle il n'y a jamais de coquille; de sorte que si l'on renverse le cône en mettant son sommet perpendiculairement à l'horizon, on voit alors les parties du corps de l'œil de Bouc qui ne sont point revêtues de coquilles. Les lettres *AA AA* &c. Fig. 17. marquent l'endroit où la coquille cesse de le couvrir. On y distingue aussi la tête *T*, à côté de laquelle sont deux petites cornes *CC* recourbées vers elle. FIG. 17.

M m m iij.

On ne peut appercevoir cette base charnuë de l'œil de Bouc , si l'on n'emploie la force pour la séparer des pierres sur lesquelles elle est attachée d'une manière ferme & stable , lorsque la mer abandonne ce Coquillage pendant son reflux. Il est représenté dans la Fig. 16. tel qu'il paroît alors. Aussi Borelli l'a mis parmi ceux qui restent pendant toute leur vie fixez dans un même endroit. Aristote cependant avoit pris soin d'avertir qu'il se détachoit des pierres pour aller chercher la nourriture qui lui est convenable.

C'est à la vérité ce qui n'est pas aisé de remarquer au bord de la mer , car lorsque les œil-de Bouc restent à sec pendant le reflux , ils changent aussi peu de place que les pierres auxquelles ils sont attachez , & lorsque la mer est haute il n'est pas possible de les observer. Il y a pourtant un mouvement qu'on leur voit faire de basse mer , mais qui ne leur fait point changer de place : tout ce mouvement se réduit à élever leur coquille à une ligne ou une ligne & demie de distance de la pierre sur laquelle leur base est appliquée , mais ils la rabaissent avec une grande vitesse aussi tôt qu'on les touche. Quoique je n'aye jamais pû appercevoir les œil-de-Bouc se donner d'autres mouvemens au bord de la mer , ceux que j'ai gardé en vie chez moi , m'ont fait connoître qu'ils ont un mouvement progressif , & comment ils l'exécutent ; c'est par le moyen de la grosse partie charnuë qui est au milieu de l'ouverture de la coquille , ou qui fait la base de l'animal : elle est marquée *P* Fig. 17. sa substance est beaucoup plus solide que celle des autres parties , & son volume égale celui de toutes les autres prises ensemble. C'est aussi une remarque que tout ce que nous avons vû jusques ici sur les Coquillages , nous donne lieu de faire sçavoir que la partie qu'ils emploient à leurs mouvemens progressif , a presque autant de chair elle seule que tout le reste du corps de l'animal.

Les œil-de-Bouc se servent de cette partie pour se mouvoir , comme nos Limaçons terrestres emploient au même

usage leur empatement; aussi le mouvement progressif de ceux-ci n'est pas plus vîte que celui de ceux-là.

*De différentes especes de Coquillages comprises en Latin sous les noms de Turbo, Trochus, Buccinum, &c.*

Toutes les différentes especes de Coquillages que je renferme dans cet article, sont revêtues d'une coquille d'une seule piece tournée en spirale, comme celle de nos Limaçons terrestres, quoique plus ou moins allongée; aussi peut-on les appeller avec raison des especes de Limaçons de mer. Leur mouvement progressif s'exécute comme celui des Limaçons, par le moyen d'une grosse partie musculieuse à laquelle on donne le nom d'empatement dans les Limaçons. Il suffit pour faire remarquer cette ressemblance de faire voir dans la Fig. 18. la partie qu'une petite especes de Buccinum emploie à cet usage. Elle est marquée cette partie par la lettre *E*, & toutes les autres especes de Coquilles tournées en spirales ont une partie semblable à peu de chose près à celle-ci, & destinée aux mêmes actions.

On ne voit cette partie que lorsqu'ils veulent se mouvoir, dans les autres tems elle est entierement retirée dans leur coquille, elle sert même à les y renfermer, & cela par le moyen d'un petit couvercle qui est attaché à son bout. Ce couvercle est donné à toutes ces especes de Coquillages, afin qu'elles puissent être closes de tous côtes comme les coquilles à deux battans. Il est d'une matiere dure, quoiqu'elle le soit moins que celle de la coquille. Il est aisé de comprendre comment ces animaux bouchent avec ce couvercle, comme avec une especes de porte, l'ouverture de leur coquille. Il ne faut que savoir que ce couvercle est attaché à la surface supérieure du bout de leur empatement, c'est-à-dire à la partie de cet empatement, qui étant allongée se trouve la plus proche du sommet de la coquille. Car on imaginera sans peine, que lorsque ces Coquillages retireront à eux leur empatement, en le pliant de façon que sa partie inferieure, ou

celle qui étoit appliquée sur la terre, soit ramenée sur leur tête ; on imaginera, dis-je, sans peine que ce couvercle bouchera alors l'ouverture de sa coquille , puisque la surface de l'empatement sur laquelle il est collé se trouve par là la plus proche de cette ouverture ; & c'est ce que la Fig. 18. fait voir dans un coup d'œil. Car on y peut remarquer le couvercle *C*, & l'on sçait que lorsque l'animal fait rentrer son empatement dans la coquille, il pose la surface *P* sur sa tête. Il est donc seulement nécessaire que la figure de ce couvercle soit la même que celle de l'ouverture de la coquille.

Une petite espece de Limaçon terrestre dont j'ai parlé dans les Memoires de cette année , bouche aussi sa coquille par le même artifice.

, Du Bernard l'Hermite.

FIG. 19. &  
20.

Le Bernard l'Hermite est un animal de mer assez connu ; plusieurs Auteurs en ont parlé depuis Aristote qui l'a décrit avec soin sous le nom de *Cancellus*. Ainsi on sçait de reste que n'ayant naturellement ni coquille, ni écaille, ni matière crustacée sur la plus grande partie de son corps, il le couvre en se logeant dans les coquilles que d'autres animaux ont formées. Il habite assez indifféremment des coquilles d'especes très-differentes, mais pourtant tournées en spirales : telles sont celles des *Buccinum*, des *Turbines*, des *Natices*, &c. Il se retire quelquefois si avant dans sa coquille, qu'on la prendroit pour une coquille vuide : mais lorsqu'il veut changer de place, il vient auprès de son ouverture, & allongeant alors deux grosses pates semblables à celles des Ecrevisses, des Homars & des Chancres, il les cramponne sur quelque pierre ou sur le sable ; de sorte qu'en les repliant ensuite, il oblige la coquille dans laquelle il est logé d'avancer vers l'endroit qu'il tient saisi.

Aristote en distingue deux especes, dont celle qui habite les Nerites est plus courte que celle qui habite les

*Turbines* ;



*Turbines*, & a la pate droite beaucoup plus petite que la gauche.

Rondelet ne convient pas que cette dernière circonstance mette une différence entre ces deux espèces, c'est en quoi il me paroît avoir raison; car le Bernard l'Hermite qu'on voit représenté dans la Fig. 20. dépouillé de sa coquille, n'étoit point dans une Nerite, mais dans une coquille de l'espèce de celle qu'on voit Fig. 18. cependant il a aussi la pate gauche plus grosse que la droite. Rondelet prétend donc que cela est commun à tous les Bernards l'Hermites, dont il donne une raison très-probable, qui est que la pate droite étant plus éloignée du bout de l'ouverture de la coquille que la pate gauche, elle se trouve plus pressée, ce qui empêche qu'elle ne profite autant que l'autre de la nourriture que prend l'animal. Il n'est que dommage qu'une raison si ingénieuse n'explique pas un fait certain; car quoique Rondelet n'ait point vu de Bernard l'Hermite qui eût la pate gauche plus grosse que la droite, il y en a certainement beaucoup qui l'ont telle. Celui qui a été représenté dans la Fig. 19. étoit un de ceux-là, les pates droites & gauches sont marquées par les lettres *D* & *G*. Au reste il ne paroîtra pas surprenant que le côté droit profite autant que le gauche, quoique la coquille soit plus large auprès de ce dernier côté, lorsqu'on sçaura que les Bernards l'Hermites sont très à leurs aises dans ces coquilles, & qu'elles ne les pressent que sous leur ventre qui s'entortille autour de la rampe de ces coquilles.

*Dans la Fig  
19. la pate droite  
est plus grosse  
que la gauche.*

On pourroit aussi ajouter à la description qu'Aristote à donnée de cet animal, qu'outre les deux grosses patès à ferres dont nous venons de parler & les quatre autres jambes, ce qui fait en tout six jambes, cet animal a par-delà sa poitrine de chaque côté trois petits corps longs qui égalent le tiers de chaque jambe, leur mollesse empêche effectivement qu'on ne les puisse prendre pour des jambes, mais je crois qu'ils servent à attacher cet animal autour de la rampe de la coquille, Ces petits corps sont

III Fig. 20. la partie AO est cette partie du corps de l'animal qui n'est couverte que par une peau très mince , le reste a une espece d'écaille plus molle que celle des Ecrevisses , ou semblable à la leur lorsqu'elle commence à prendre quelque consistence.

*Des especes d'Orties de mer , qui paroissent toujours  
attachées aux pierres.*

Toutes les especes d'Orties ont été distribuées sous deux genres par Aristote dans son Histoire des Animaux Livre 5. Chapitre 16. dont l'un comprend celles qui restent pendant toute leur vie fixées en un même endroit comme des plantes , & l'autre contient au contraire toutes les especes d'Orties qui changent de place , & qui aiment les rivages & les lieux unis. Distribution de l'exactitude de laquelle les observations que j'ai faites me donnent plus que lieu de douter , puisque je n'ay point trouvé d'especes d'Orties , même parmi celles qui se tiennent dans les trous des pierres , qui ne fussent capables de quelque mouvement progressif. A la verité la plupart de celles que l'on voit attachées sur les pierres se meuvent avec une telle lenteur , qu'en se rapportant aux apparences , on a eu beaucoup de raison de les regarder comme immobiles ; & je les eusse prises sans doute pour telles , si je ne les eusse examinées qu'au bord de la mer , leur mouvement progressif étant aussi lent que celui d'une aiguille d'horloge , car à peine parcourent-elles un ponce ou deux dans une heure ; de sorte qu'on ne peut appercevoir ce mouvement que comme on apperçoit celui de ces aiguilles , en remarquant l'endroit où la partie de l'Ortie la plus allongée est à une certaine heure , & celui où cette même partie se trouve à l'heure suivante.

Je ne sçai si on a eu plus de raison de leur donner le nom d'Orties , qui leur est commun avec une plante terrestre très-connuë , parce qu'on a prétendu qu'elles excitoient , comme cette plante , une demangeaison cuisante dans les parties qui les avoient touchées ; du moins

sçai-je que toutes les especes d'Orties qui viennent sur les côtes de Poitou & d'Aunis ne produisent point un pareil effet. Quelques vilains que soient les noms qu'on leur a donnez sur ces côtes & sur celles de Normandie ; ils me semblent mieux fondez , puisqu'ils retracent une image de la figure que ces Orties font paroître en un grand nombre de circonstances. On les appelle dans les premiers endroits Culs de Chevaux, & dans les autres Culs d'Anes. La partie marquée *A* Fig. 21. 22. 23. en fait voir la raison.

Pline n'a pû se résoudre à les mettre parmi les animaux , il les a fait après Aristote d'une espece de nature moyenne entre celles des plantes & des animaux , quoique par des raisons differentes ; car une des plus grandes ressemblances qu'Aristote trouvât entre les Orties & les plantes , c'est que les Orties ne lui ont paru avoir aucun conduit pour donner sortie à leurs excremens , au lieu que Pline dit qu'elles les jettent par un tuyau délié : ce tuyau pourroit bien être une des cornes de l'Ortie ; mais ce que jettent ces cornes , desquelles nous parlerons dans la suite , n'a point du tout l'air d'un excrement , puisque c'est une eau très-claire. Quoiqu'il en soit , si nous nous en tenons aux idées communes , nous devons regarder les Orties comme de veritables animaux ; car , selon ces idées , peut-on refuser le nom d'animal à des corps si bien organisez , qui donnent non-seulement des marques de sentiment lorsqu'on les touche , mais qui attrapent des poissons & des coquillages & qui les mangent , enfin qui ont un mouvement progressif , comme Aristote & Pline l'ont reconnu , de diverses especes ?

Ces Orties prennent successivement tant de figures & si differentes , qu'il n'est guere possible de les décrire sous une figure déterminée. Les plus remarquables cependant de ces figures , & du mélange desquelles toutes les autres sont en quelque façon formées , peuvent se réduire à celles que l'on voit dans les Figures 21. 22. 23. 24. & 25. on peut dire en general que la figure extérieure du

corps de l'Ortie approche de celle d'un cône tronqué, dont la base est appliquée sur les pierres, auxquelles on la trouve toujours adhérente : mais la base de ce cône qui paroît souvent circulaire, est tantôt elliptique, tantôt de quelque figure irrégulière ; quelquefois ce cône est perpendiculaire à sa base, quelquefois oblique : sa hauteur change à proportion que la base s'agrandit ou diminue ; je veux dire, que quand la base devient plus grande, la hauteur devient plus petite, & qu'il est plus élevé lorsque la base est plus étroite en tout sens.

La surface supérieure de l'Ortie, ou celle qui est opposée à sa base, n'est pas aussi plane que devroit l'être celle d'un cône tronqué, elle est ordinairement convexe. Au milieu de cette surface est une ouverture tantôt plus grande, tantôt plus petite, selon qu'il plaît à l'Ortie de l'augmenter ou de la diminuer. Mais pour nous faire une image plus ressemblante de l'Ortie, & des parties intérieures qu'elle laisse voir lorsqu'elle agrandit l'ouverture dont nous venons de parler, représentons-nous son extérieur, que nous avons considéré jusqu'ici comme un cône tronqué, sous la figure d'une de ces bourses dans lesquelles les joueurs mettent les jettons ; aussi l'extérieur de l'Ortie leur ressemble-t-il fort, avec cependant cette différence, que son ouverture qui représente celle de la bourse se ferme, sans que le reste de l'enveloppe de l'Ortie se plisse de haut en-bas, comme les bourses auxquelles nous les comparons. Au milieu de cette espèce de bourse est placé le corps ou l'intérieur de l'Ortie, qui ordinairement approche assez de la figure conique ; il est attaché aux parois intérieures de cette enveloppe ou bourse jusques un peu au-dessus de la moitié de sa hauteur, le reste ne leur est point adhérent ; & ces parois sont plus ou moins éloignées de cette partie du corps qui ne leur est point attachée, selon que l'ouverture supérieure est plus ou moins grande. Aussi lorsque cette ouverture est presque fermée, comme dans la Fig. 21. on voit très-peu de l'intérieur de l'Ortie : si elle l'élargit davantage,

comme dans la Fig. 22. on apperçoit distinctement la partie extérieure *A*, & quelques unes des cornes *CCC*, & enfin si elle augmente encore cette ouverture, presque toutes les cornes paroissent : elles sont semblables par leur figure à celles des Limaçons, mais par leur fonction elles ressemblent peut-être davantage à celles des Coquillages, puisqu'il arrive souvent que l'Ortie pousse des jets d'eau très-fins par leur extrémité lorsqu'on la touche. Ces cornes sont attachées aux parois intérieures de la bourse, ou envelopés tout auprès de son ouverture : elles sont disposées en trois rangs différens placez les uns sur les autres, qui tous ensemble en contiennent environ 150.

Si l'Ortie non contente d'avoir aggrandi extrêmement l'ouverture *A*, replie le contour de cette bourse sur elle-même, comme on retourne un bas, ou rend extérieure une partie de sa surface intérieure, elle montre alors toutes ses cornes étendues, ce qui forme une figure assez singulière, & qui ne représente pas mal une fleur épanouie. L'Ortie qu'on voit dans la Fig. 22. a pris cette figure, toutes les cornes paroissent étendues. On voit aussi lorsque l'Ortie a pris cette figure une espèce de petit anneau qui est très-près du bord de la surface intérieure de cette membrane, lequel est composé d'un grand nombre de demi-boules d'une très-belle couleur bleue : trois de ces demi-boules sont marquées *OOO* dans la même Fig. 22.

La variété qui est entre la couleur des Orties de différentes espèces, ou entre celles de la même espèce, égale presque la variété qui est entre les figures qu'une même Ortie prend successivement : les unes sont verdâtres, les autres blanchâtres, d'autres couleur de rose, quelques autres de diverses sortes de couleurs brunes. Dans quelques Orties ces couleurs paroissent partout sur leur surface, dans d'autres elles sont mêlées par rayes ou par taches ; quelquefois ces taches sont distribuées régulièrement, quelquefois irrégulièrement, mais toujours d'une

maniere très-agreable. La plûpart des vertes, telles que celles de l'espece représentée Fig. 22. & 23. ont une bande bleuë tout autour de leur base d'une ligne de largeur; cette base est *BB* Fig. 22. 23. & 24. la difference de ces couleurs ne peut point établir entre ces sortes d'Orties une variété d'espece, il seroit plus sûr de les distinguer par la tissure differente de leur chair. Les Orties représentées dans les Figures 22. & 23. qui sont de même espece, sont par exemple differentes de celle de la Fig. 21. parceque quoiqu'elles prennent souvent la même forme de celle qui y est représentée, elles n'ont jamais une chair si dure, ou ce qui fait encore une difference plus remarquable, la chair de la surface extérieure de la Fig. 21. paroît chagrinée, au lieu que celles des autres n'est jamais telle. Il n'est pas nécessaire de dire que cette chair extérieure n'est point couverte de coquille, ou de quelque substance semblable.

Quelque lent que soit le mouvement progressif de ces animaux, il dépend néanmoins d'une mécanique remarquable. Pour la connoître, cette mécanique, il suffit de sçavoir ce que des yeux mediocrement attentifs découvrent de la structure de l'Ortie, ce qu'il nous fera aisé d'expliquer, si nous continuons de concevoir sa figure semblable à celle des bourses dans lesquelles on met les jettons, le fond de ces bourses est plat & rond, & représente la base de l'Ortie, qui est appliquée sur les pierres auxquelles elle est adherente, & le corps de la bourse est, comme nous l'avons déjà dit, l'enveloppe dans laquelle toutes les parties de l'Ortie sont renfermées, mais de maniere qu'elles ne remplissent jamais cette enveloppe que quand l'Ortie ferme entierement son ouverture. Or toute cette bourse qui contient l'Ortie est une partie veritablement musculeuse, ou plutôt un assemblage de muscles droits & circulaires auxquels je ne donnerai que le nom de canaux, parcequ'ils paroissent veritablement tels lorsqu'on les découvre. La base de ces Orties *BBB* Fig. 21. 22. 23. ne paroît pas, parcequ'elles

sont posées sur cette base ; mais on la peut voir dans la Fig. 24. qui représente une Ortie renversée. Cette base est composée de divers canaux posez les uns auprès des autres , qui partant du centre vont aboutir à la circonférence. Si je leur donne le nom de canaux , c'est parce-qu'on les voit souvent remplis d'une liqueur aqueuse , ce qui est très-sensible , car on la fait sortir en perçant ce canal. On observe aussi sur cette même base divers canaux circulaires qui ont tous pour centre commun le centre de la base. Ces canaux ne paroissent pas dans la Fig. 24. on y voit seulement ceux qui comme les rayons d'un cercle vont du centre à la circonférence. Le corps de la bourse ou la surface conique est aussi composée d'un plan de canaux circulaires , qui sont tous parallèles à la base & très-proches les uns des autres. Sous ce plan de canaux circulaires est un autre plan qui ne contient que des canaux droits , chacun desquels à son origine à la base , & se termine au cercle de la section , où chacun va du fond de la bourse en ligne droite à son contour supérieur. Mais ce qu'il est essentiel de remarquer , est que l'on ne voit jamais les canaux circulaires & les droits en même tems dans un même endroit , soit que le gonflement des uns entraîne l'affaissement des autres , ou simplement que lorsque les supérieurs sont gonflés , ils cachent les inférieurs ; de sorte que si l'on voit les canaux droits dans toute leur longueur , comme ils paroissent Fig. 23. dans l'espace *AIIFBD* , on ne voit alors aucun des canaux circulaires ; & dans les endroits où l'on voit les canaux circulaires , ou une portion de ces canaux , on ne voit point de canaux droits comme on peut l'appercevoir dans l'espace *ACIFRA*. Enfin les canaux droits paroissent en partie dans les endroits où il n'y a qu'une partie des canaux circulaires enflés , on peut le remarquer dans l'espace *IFTO* , où les canaux droits sont sensibles , & où tous les canaux circulaires ne sont pas gonflés , comme dans l'espace *COTR*. Au reste ces canaux ne sont pas moins visibles dans l'Ortie , qu'ils le sont dans

cette Figure, du moins dans les especes qui ne sont pas chagrinées comme celle de la Fig. 21. mais ils paroissent enflés ou affaîssés avec une variété prodigieuse, qu'un grand nombre de desseins auroit à peine suffi à représenter, & entre lesquels nous avons choisi la Fig. 23. parcequ'elle est la plus propre à expliquer ce que nous avons à dire dans la suite. Quelquefois on voit seulement des canaux droits dans toute l'étendue de cette surface supérieure, au lieu qu'on en a représenté ici de circulaires; dans d'autres tems on n'apperçoit que des canaux circulaires. Enfin quelquefois on voit certaines bandes de canaux circulaires tout autour du corps de l'Ortie, qui laissent voir au-dessus & au-dessous d'elles des portions de ces canaux droits. Tous ces changemens qui arrivent aux canaux droits & circulaires du corps de la bourte, ou de la surface conique ne lui sont pas particuliers, les canaux droits & circulaires de la base sont sujets à ces mêmes changemens. Il semble qu'il ne dépend que de l'Ortie de rendre lesquels elle veut de ces canaux sensibles, en gonflant les uns & les autres dans toute leur étendue, ou dans une partie selon qu'elle le trouve plus convenable: mais ce qui est très-certain, est que ces canaux ne paroissent jamais que lorsqu'ils sont remplis par une humeur aqueuse très-claire, qu'on en fait sortir aisément en leur faisant une ouverture avec la pointe d'une épingle.

Il n'est pas aisé de sçavoir comment les Orties remplissent & vident ces canaux à leur gré; on pourroit peut-être soupçonner avec fondement que les trois rangs de cornes qui sont attachées au haut du contour de la bourse Fig. 22. sont des reservoirs qui contiennent la liqueur aqueuse que l'Ortie emploie à gonfler ces canaux; car ces cornes sont remplies d'une semblable liqueur, de sorte que les cornes sont pleines ou vuides, selon que les tuyaux qui correspondent à chacune d'elles sont vuides ou pleins, étant aisé peut-être à l'Ortie de faire passer cette liqueur des cornes dans les canaux, & des canaux dans



dans les cornes. Mais ceci ne me paroît qu'une simple conjecture ; ce que je sçai de certain du gonflement & de l'affaissement de ces canaux, c'est qu'ils causent non-seulement tous les divers changemens que l'on apperçoit dans la figure de l'Ortie, mais aussi son mouvement progressif.

Pour nous arrêter seulement à cette dernière action qui suffira pour nous donner une idée des autres, concevons d'abord une Ortie posée sur une bête circulaire, & dont le corps n'est pas plus incliné sur un côté de cette bête que sur les autres. Telles sont celles des Fig. 21. & 22 & telle étoit celle de la Fig. 23. lorsque la partie de la bête qui est actuellement allongée vers *D* étoit posée en *E* & plus arondie, & celle qui est en *R* étoit en *S*. Pour comprendre comment cette Ortie s'éloignera de *S* en *R* & viendra de *E* en *D*, supposant qu'elle s'est déterminée à avancer vers *D*, il faut remarquer que les canaux droits s'allongent en se gonflant, ce qui leur est commun avec la plupart des tuyaux mous & à ressort ; de sorte que si l'Ortie gonfle tous les canaux droits compris dans sa surface *AEBFII*, & qu'elle gonfle encore plus que les autres ceux qui sont tournez vers *E*, il est clair que par ce gonflement le canal qui étoit en *E* devenu plus long, doit se trouver posé vers *D*, si l'on imagine qu'en même tems l'Ortie enfle aussi, c'est-à-dire allonge cette partie des canaux droits de sa bête qui sont tournez vers *E* ; car si les canaux droits de la bête conservoient leur première longueur, cet allongement des canaux de la surface conique ne serviroit ou qu'à faire paroître l'Ortie plus haute de ce côté-là, ce qui arrive quelquefois, ou qu'à lui faire une espece de bosse, comme on le voit dans d'autres tems. Il est donc clair que l'Ortie en gonflant tous les canaux droits soit de sa bête, soit de sa surface conique, qui sont tournez vers le côté où elle veut avancer, approche le bord de sa bête de cet endroit, qu'elle a fait avancer de *E* en *D* Fig. 23. Mais voyons ce qui se passe du côté opposé à celui-ci, je veux dire du côté

474 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 dont l'Ortie s'éloigne. Il est visible que pour éloigner sa  
 bête de  $S$ , & la poser en  $R$ , il faut concevoir une ma-  
 nœuvre opposée à celle qui se fait de l'autre côté, que  
 les canaux droits, qui partans du centre de la bête al-  
 loient en  $S$ , sont raccourcis & plus affaiblis qu'ils n'é-  
 toient auparavant, & que l'Ortie remplit tous les ca-  
 naux circulaires qui sont sur la surface conique tournée  
 vers  $S$ ; d'où il arrive que l'Ortie se raccourcit de ce cô-  
 té-là, & que ce qui étoit posé en  $S$  est contraint de ve-  
 nir en  $R$ , & cela suffit pour éloigner l'Ortie de  $S$  dans  
 le tems qu'elle s'approche de  $D$ . Mais il y a encore une  
 chose qu'il est nécessaire de remarquer, & de laquelle  
 dépend la continuation de ce mouvement; c'est que  
 l'Ortie raccourcissant les canaux droits de la bête qui  
 alloient vers  $S$  beaucoup plus que les autres, & gonflant  
 fort les canaux circulaires, oblige une partie de la sur-  
 face du cône de se replier sous la bête vers laquelle elle  
 est tirée, tant par le grand raccourcissement des canaux  
 droits qui sont posés vers  $S$ , que par le gonflement des  
 circulaires de la surface conique, qui pressants les droits  
 qui sont sous eux les font replier; de sorte qu'une partie  
 de cette surface conique se trouve recourbée sous l'Or-  
 tie de la bête de laquelle elle fait en quelque façon par-  
 tie, comme on le voit en  $R$ , par lequel moyen l'Ortie  
 est un peu approchée dans cet endroit. Ainsi il est visible  
 que la même force qui suffiroit pour faire avancer l'Or-  
 tie vers  $D$ , en la poussant de ce côté-là, seroit trop foi-  
 ble pour la faire avancer vers  $R$ ; & par conséquent si  
 l'Ortie tenant toujours gonfler les canaux circulaires de  
 la surface conique qui est vers  $R$ , affaiblit un peu les ca-  
 naux droits de sa bête qui sont vers  $D$ , en remplissant  
 en même tems ceux qui sont du côté de  $R$ ; il est clair  
 que ces canaux de la bête, qui par le recourbement qui  
 est en  $R$  trouveront de la résistance à s'étendre de ce  
 côté-là, pourront s'étendre au contraire commodément  
 du côté de  $D$ , vers lequel les canaux qui se raccourcissent  
 en même tems que ceux qui s'allongent leur per-

mettront de s'approcher ; ainsi l'Ortie a donc fait un pas & est en état d'en faire un second , puisque les canaux droits de la bâte du côté vers lequel elle avançoit ne sont plus gonflés : car il lui sera aisé sans changer de place de remplir à peu près également de tous côtes tant les canaux droits que les circulaires , parce qu'elle ne fera aucun changement à ceux de sa bâte ; de sorte qu'elle prendra une figure approchante de celles que l'on voit Fig. 21. & 22. où elle étoit avant de commencer à se mouvoir , & par conséquent elle sera en état de repeter le même manège , & de continuer à avancer vers le même côté.

C'est par le moyen de ce gonflement & de cet affaïssement des canaux tant droits que circulaires , que les Orties changent leur figure extérieure en tant de façons ; mais quelque chose qu'elles fassent , leur manœuvre est toujours très-lente , & se fait d'une manière presque insensible lorsqu'on les regarde continuellement.

J'ai vû quelques Orties se servir de leurs cornes pour marcher : ces Orties étoient de celles qui vivent dans les trous des pierres ; elles ont du moins certaines especes , les cornes un peu plus longues que les autres proportionnellement à leur grosseur : mais lorsqu'elles se traînoient par le moyen de ces cornes , la position de leur figure étoit renversée , c'est-à-dire que leur bâte étoit en haut & leurs cornes embas , comme on le voit dans la Fig. 24. Ces sortes d'Orties ont les cornes extrêmement gluantes & mêmes rudes au toucher , ainsi elles peuvent se tirer en avant par leur moyen avec facilité.

Il est assez surprenant qu'un animal mou comme l'est celui-ci , qui n'a point de patte ni rien d'équivalent , puisse manger d'autres animaux très-bien défendus ce semble par leurs coquilles , tels que sont les Moules ou d'autres Coquillages à deux battans , & les diverses especes de Limaçons de mer , car il faut ouvrir les coquilles à deux battans , & trouver moyen d'ôter le couvercle de ces Limaçons. Néanmoins il est certain que les Orties se nourrissent de la chair de ces animaux , mais il ne pa-

roît pas aisé de découvrir de quelle adresse elles se servent pour la tirer des coquilles, & cela parce qu'elles font entrer ces Coquillages tous entiers par leur bouche, ou plutôt par l'ouverture marquée *A* Fig. 21. 22. & 23. qu'elles élargissent extrêmement, & peu moins que celle du contour de la bourse à laquelle les cornes sont attachées. Ayant ainsi fait entrer ces Coquillages tous entiers dans leur corps par cette ouverture, elles la referrent de maniere qu'il ne paroît pas qu'elles contiennent un si gros corps au milieu du leur. C'est alors qu'elles succent ces Coquillages à leur aise; mais comme les yeux ne peuvent appercevoir ce qui se passe dans l'intérieur de l'Ortie, on ne peut aussi découvrir quelle adresse elles emploient pour cela: tout ce qu'on voit est qu'elles font sortir les coquilles vuides par la même ouverture par laquelle elles les avoient fait entrer pleines. J'ai vû quelquefois des Orties d'une grandeur médiocre jeter ainsi des coquilles des plus grosses Moules vuides; mais j'en ai vû d'autres qui en rejettoient sans avoir mangé l'animal qui les habite, peut-être parce qu'elles avoient été trop difficiles à ouvrir. J'en ai rencontré de même qui étoient obligées de faire sortir de cette ouverture des buccinum entiers: ce qui m'a paru singulier est une de ces Orties, qui faisoit passer une grosse Moule qu'elle n'avoit pû manger au travers de sa bâse, qui, comme on sçait, n'a aucune ouverture; de sorte qu'elle étoit contrainte pour s'en délivrer de se faire une très-grande playe, & cela apparemment parce que cette Moule trop grosse pour l'ouverture qui lui avoit donné entrée dans le corps de l'animal, n'avoit passé par cette ouverture qu'avec beaucoup de force, & parce qu'elle s'étoit trouvée heureusement placée, & que quand l'Ortie l'aura voulu faire sortir, après avoir tenté inutilement de la manger, elle ne se sera pas présentée dans la même position à cette ouverture; de sorte que les efforts qu'elle aura employé pour la chasser, auront suffi pour que la bâse de la coquille de la Moule ait percé celle de l'Ortie.

Au reste pour faire sortir ces coquilles du milieu de sa bouche, sur-tout lorsqu'elles sont un peu grosses, l'Ortie ne se contente pas de l'élargir extrêmement, elle retourne cette bouche comme on retourne un bas, & cela après avoir auparavant retourné de même tout le bord du contour auquel sont attachées les cornes, c'est à dire que la surface intérieure de ce contour devient extérieure, après que l'Ortie l'a replié de telle sorte, qu'elle l'a réduit à envelopper sa bête; ce qu'on peut remarquer dans la Fig. 25. où le contour de la bourse CCC à la surface extérieure de laquelle les cornes sont attachées, paroît servir de bête à cet animal, parce qu'il couvre sa véritable bête; renversant ensuite sa bouche, comme il a renversé les bords de la bourse, il lui fait envelopper à son tour cette bourse qui l'enveloppe ordinairement elle-même. Les lettres OOOO sont le contour de cette bouche renversée, & tout ce qu'on voit au-dessus est l'intérieur de l'Ortie au milieu de laquelle on distingue une partie marquée S qui paroît être le succoir dont elles se servent pour vider les Coquillages qu'elles ont renfermés dans leur bouche.

Ce même renversement tant de la bourse ou enveloppe extérieure, que de la bouche, sert à un autre usage bien nécessaire à la conservation de l'espèce des Orties, puisque c'est par ce même moyen qu'elles mettent au jour leurs petits; car les Orties sont vivipares, comme je l'ai observé. Cette observation n'étoit pas nécessaire pour détruire ce qu'Aristote en a dit, qui les fait naître de pierres, ou des fentes de ces pierres. Nous ne sommes pas dans un siècle où l'on s'avisât d'attribuer à une telle cause l'origine d'un corps si bien organisé; mais on auroit pu croire qu'elles sont des œufs, ou du moins être incertain de la manière dont elles se perpétuent. Or ce que j'ai observé plus d'une fois suffit pour nous éclaircir là-dessus; car j'ai vu ces petites Orties sortir du corps de l'Ortie leur mère, aussi bien formées que l'Ortie même qui leur donnoit naissance, & telles

FIG. 25.

qu'on les voit dans la Fig. 25. Mais il est necessaire pour cette opération qu'elle se renverse de la maniere dont nous l'avons décrit ci-dessus ; & alors elle fait sortir par une grande ouverture *EE* Fig. 25. qui la traverse, les petites Orties qu'elle est en état de mettre au jour. Quoiqu'elle en contienne quelquefois plus de douze dans son corps, & que cette ouverture fût assez grande pour en laisser passer plusieurs à la fois, elle les met pourtant hors de son corps une à une, elle les pousse indifferemment par tous les endroits de cette ouverture. Mais on apperçoit ordinairement dans l'endroit même où une petite Ortie commence à paroître, une espece de petit intestin tourné en spirale marqué *I*. Toutes ces petites Orties avant leur naissance sont sur la bâte interieure de l'Ortie, au-dessous de la membrane où nous voyons l'ouverture *EE* ; elles y sont logées dans differens replis qui sont sur cette bâte.

*Des Orties errantes.*

FIG. 27. Au nom près, ces especes d'Orties ne m'ont paru avoir rien de commun avec celles dont nous venons de parler. Il est vrai qu'on prétend qu'elles excitent comme les autres une douleur cuisante dans les parties qui les ont touchées. Quelques Auteurs même disent davantage, car ils assurent qu'elles causent cette même douleur aux yeux de ceux qui les regardent. Cependant quoique j'en aye rencontré une quantité prodigieuse sur les côtes de Poitou & d'Aunis, je n'y en ai jamais trouvé aucune ni de ces especes ici, ni des précédentes qui produisent l'effet qu'on leur attribué, & auquel probablement les unes & les autres doivent leur nom. On distingue les dernieres de celles qui paroissent toujourns fixée sur des pierres, en les appellant *Orties détachées*, ou *Orties errantes*.

Les noms qu'on leur donne sur les differentes côtes du Royaume varient si fort, à des distances mêmes très-petites, qu'il seroit long de les rapporter. Si je voulois

en donner un nouveau à ces Orties qui en ont déjà trop d'anciens, je les appellerois *Gelées de mer* ; nom qui caractérise si fort la substance dont elles sont formées, qu'il vaut seul une petite description pour aider à les reconnoître.

Aussi la chair de ces Orties, si l'on peu l'appeller chair, paroît une vraie gelée d'eau de mer, elle en a ordinairement la couleur & toujours la consistance ; & si on en prend un morceau entre les mains, leur chaleur naturelle suffit pour le faire entièrement dissoudre en eau, comme une gelée de bouillon qu'on mettroit sur le feu, Ces gelées malgré cela sont de vrais animaux, & ceux qui ont crû qu'elles n'avoient aucune structure reguliere ne les ont pas regardées d'assez près. Il y en a à la verité de très-differentes entr'elles, mais ce sont des gelées d'especes differentes, & celles qui sont de même espece ont exactement la même figure. Les divers morceaux de ces Orties qu'on trouve au bord de la mer, sont apparemment la cause pour laquelle on ne les a pas regardées comme des corps fort organisez, parce qu'on n'a pas observé dans ces fragmens toute la regularité qu'on ne devoit chercher que dans la masse entiere dont ils faisoient partie.

On ne sçauroit ni donner une idée de toutes ces differentes especes d'Orties, ni décrire même en détail toute la mécanique qui entre dans la composition d'une de ces especes, sans s'engager dans des choses d'une longue discussion, peut-être aurai-je occasion d'en parler dans un autre endroit. Je me contenterai de faire ici quelques remarques sur ce que toutes ces especes d'Orties ont de commun dans leur structure. On sera moins étonné après cela qu'elles soient capables de mouvemens volontaires.

Quoiqu'elles soient toutes communément de la couleur d'une gelée d'eau, il y en a de verdâtres, telle que l'eau de la mer la paroît quelquefois ; d'autres ont tout autour de la circonference marquée *DD* &c. Fig. 27. une bande

480 MÉMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
de deux ou trois lignes de largeur de couleur de pourpre ; j'en ai vû d'autres sur le fond couleur d'eau , desquelles diverses taches brunes étoient semées d'une manière fort agreable à la vûë.

La figure d'un champignon peut extrêmement aider notre imagination à concevoir celle de ces gelées. Le convexe du champignon représente assez leur côté convexe ; elles l'ont , ce côté , plus ou moins convexe les unes que les autres , comme on le voit dans les champignons d'especes différentes. Cette surface convexe des gelées n'offre rien de très-remarquable ; il paroît seulement à la vûë simple qu'elle est garnie d'une infinité de petits grains ou de petits mamelons de même couleur que le reste de l'Ortie. Mais la surface opposée à celle-ci , c'est-à-dire la concave , qui est aussi celle qu'on a représenté dans la Fig. 27. fait voir des parties très-organisées. Un peu au-delà de son bord qui est mince & découpé , on distingue très-sensiblement divers cercles concentriques , qui couvrent cette surface jusqu'aux deux tiers du rayon de sa circonference. Ces cercles ne regnent pourtant pas tout autour de cette circonference : les plus proches du centre sont separez en seize arcs differens , & ceux qui en sont les plus éloignez sont seulement partagez en huit arcs. Ces séparations sont faites par des especes de canaux ou réservoirs toujours pleins d'eau , qu'ils peuvent communiquer à d'autres canaux plus petits ; qui sont renfermez entre-deux des circonferences des cercles que l'on voit ici. On doit regarder toutes les petites bandes renfermées entre deux de ces circonferences , comme des organes très-remarquables de la gelée , puisqu'elles sont tout autant de canaux.

Pour s'assuter que ce sont des canaux , ainsi que je viens de le dire , il suffit d'appliquer le doigt en haut du grand réservoir *C* , & en pressant un peu ce réservoir , faire glisser son doigt de haut embas , c'est-à-dire de *C* vers *D* , par ce moyen on oblige l'eau qu'il contient d'avancer vers *D* , où se trouvant trop resserrée , on en voit

une



une partie qui enfile à droit & à gauche tous les petits canaux qui se terminent dans le réservoir.

La fonction de ces grands canaux ou réservoirs qui vont du centre à la circonférence, & ceux des canaux circulaires paroît être la même que celle des vaisseaux qui portent chez nous le sang. Ils fournissent une eau, peut-être préparée, à toute la bête de cet animal; & si la chair ne paroît qu'une vraie gelée, c'est qu'elle a très-peu de parties solides & fort minces, qui sont toutes extrêmement gonflées par cette eau, qui est apparemment renfermée dans une infinité de petits réservoirs insensibles à la vûe.

Je m'en suis convaincu en faisant bouillir très-long-tems dans un chaudron plein d'eau, une gelée dont la bête *DDD* &c. avoit plus de deux pieds de diametre. Elle ne s'est point entièrement réduite elle-même en eau, comme il arrive aux petits morceaux que l'on laisse fondre dans sa main; conservant sa même figure, elle est devenue une très-petite Ortie, c'est-à-dire de moins d'un demi pied de diametre, dans laquelle on voyoit précisément les mêmes choses que dans la grande, à cela près que sa substance étoit solide, quoique flexible, & qu'on la tenoit alors dans la main sans qu'elle laissât échapper aucune goutte de liqueur. Inutilement ensuite la faisoit-on bouillir dans l'eau, elle ne diminuoit que très-peu. Ce sont donc ces parties solides gonflées par l'eau qui forment la chair de l'Ortie.

Ayant une autre fois laissé secher une de ces Orties exposée au grand Soleil pendant l'Esté, elle s'est réduite presque à rien au bout de quelques jours. Il est resté seulement un corps très-mince, qui avoit la solidité du parchemin, & la couleur d'une belle colle transparente.

Si les canaux droits servent à fournir l'eau à toute la substance de l'Ortie, il semble qu'ils doivent en donner davantage où cette substance est épaisse, que dans les endroits où elle est mince. Aussi peut-on remarquer que

la premiere bande circulaire qui va depuis le bout de la circonference jusques environ le tiers du rayon , & qui est très-mince , n'est arrosée que par huit réservoirs , au lieu que celle qui la suit , laquelle est beaucoup plus épaisse , en a seize. Les lettres *DDD* &c. *EFEF* &c. marquent cette circonference circulaire , qui ne reçoit de l'eau que par la portion *ED* des canaux *D* , au lieu que la bande *CCCC* &c. *EFEF* , dont l'épaisseur augmente en talus depuis *EFEF* &c. jusqu'en *CCCC* &c. où elle a quelquefois plus de deux pouces & demi d'épaisseur dans les grandes Orties , c'est-à-dire d'un pied & demi ou deux pieds de diametre. Cette bande circulaire , dis-je , reçoit l'eau de seize canaux , sçavoir des huit marquez *CE* , & des huit autres marquez *CF*.

FIG. 27.

Vers les deux tiers du rayon , c'est-à-dire au bout des canaux droits , toutes ces especes d'Orties sont comme divisées en quatre parties par quatre bandes , ou quatre colonnes à peu près rondes dans quelques especes d'Orties , mais plates dans celle de la Figure 27. Ces bandes sont marquées *B* dans cette Figure. Dans quelques especes elles sont presque élevées perpendiculairement sur la base ; mais dans l'espece qui est ici gravée , elles font un angle très-obtus avec le bord du plan où sont les canaux droits. Elles vont routes quatre se joindre dans la même espece à un tronc *T* rond d'environ de même longueur que ces colonnes , c'est-à-dire du tiers du rayon. Ce tronc de figure cylindrique se partage en huit rameaux *RR* &c. Chacun de ces rameaux a à son origine deux appendices ou especes de crêtes , que les lettres *PP* font voir seulement à un de ces rameaux. On n'a pas jugé nécessaire de mettre des lettres aux autres , dont une partie est cachée dans le dessin. Ce ne sont pas seulement ces deux appendices qui sont découpées en crêtes , une partie de chaque rameau s'est découpée de la même maniere.

Dans l'espace compris sous les quatre colonnes *BBB* , est un large canal formé par une membrane épaisse , qui

est la seule chose solide qui paroisse dans l'Ortie. Cette membrane est plissée en bourse, ou plutôt comme ces appeaux dont on se sert pour attraper les cailles. Elle forme, comme je l'ai dit, un grand canal, qui s'arrondissant vers le pied des colonnes, prend la même figure que l'on donneroit à un ruban auquel on feroit entourer les quatre bras d'une croix, assez larges & égaux. On voit seulement ici une petite partie de ce canal par les ouvertures que les colonnes laissent entr'elles, ce qui en paroît est marqué *I*.

Ce large canal est rempli d'une matiere liquide, qui par sa consistance & sa couleur ressemble fort à une morve jaune. Ce même canal jette une & quelquefois deux branches dans chacune des colonnes. On les suit en partie dans la Figure, dans l'endroit qui paroît obscur au travers du transparent de la colonne marquée *B*. Ces quatre canaux vont se rendre dans le tronc, d'où ils se distribuënt dans les huit rameaux. On peut aisément les suivre dans toute leur route, parce qu'ils sont pleins de la même matiere jaunâtre qui est contenuë dans le grand canal, & que la couleur de cette matiere est fort différente de la couleur transparente du reste de l'Ortie. Cette même matiere paroît dans toutes les crêtes, & toutes les découpures des rameaux. Il n'est pas aisé de découvrir si elle est ou un excrement de l'Ortie, ou quelque espece d'aliment. Je sçai bien qu'au bout de chaque rameau de l'Ortie il y a des ouvertures à toutes les branches des canaux qui portent cette liqueur; mais il me paroît incertain si ces ouvertures lui donnent une sortie ou une entrée: car selon qu'on presse ces branches ou du côté de leur tronc, ou du côté de leur bout, on fait aller cette liqueur de differens côtés.

Ces ouvertures paroissent dans la Figure 28. où l'on a représenté dans sa grandeur naturelle le bout d'un de ces rayons, lequel a la figure d'une pyramide à base triangulaire. Le tronc *T* du canal qui passe au milieu de cette pyramide, & les divers rameaux *RR* &c. dans lesquels

FIG. 28.

le tronc se divise , paroissent aisément au travers de l'épaisseur de cette pyramide , qui est souvent aussi transparent que le feroit un prisme de cristal. Les lettres *ooo* sont auprès des ouvertures de chacun de ces rameaux.

Nous en aurons assez dit pour donner une idée générale de la structure des gelées de mer, lorsque nous aurons ajouté que tous les rameaux *RR* &c. ne sont pas nécessairement dans la position où l'on les voit dans la Figure; qu'étant assez flexibles, ils pourroient être jettez sur tout autre endroit de la circonférence que celui où ils sont representez, & qu'au lieu qu'ils sont tous posez ensemble d'un même côté, ils pourroient être chacun en particulier placez sur quel endroit de cette circonférence on auroit voulu choisir.

Toutes les regles que la mer apporte au bord de la côte paroissent sans aucune action, apparemment que les chocs qu'elle leur fait essuyer contre les pierres, ou même contre le sable, suffisent pour leur ôter la vie, car il est certain qu'elles vivent. Pour le prouver, il me suffit de dire que celles que l'on trouve au bord de la côte sont plus pesantes que l'eau, au fond de laquelle elles vont toujours lorsqu'on les plonge dedans. Quoiqu'on en voye nager sur la surface de l'eau en pleine mer, où il semble qu'elles ne peuvent se soutenir que par quelque espece d'action, il paroît souvent alors que leurs rameaux s'agitent; l'agitation continuelle de l'eau de la mer nous laisse incertains, si le mouvement que l'on apperçoit dans ces rameaux leur est propre, ou s'il vient de celui de l'eau dans laquelle ils sont: mais au moins est-il sûr qu'elles peuvent se soutenir sur l'eau par une autre action. C'est ce que j'ai observé dans quelques Orties que la mer avoit laissées dans de certains endroits desquels l'eau ne s'écoule jamais, parce qu'ils sont plus profonds que ceux qui les environnent. C'est dans ces endroits-là où l'eau est aussi tranquille, lorsque la mer est basse que l'est celle d'un étang, que j'ai observé dans les Orties le mouvement par le moyen duquel elles se

soûtiennent sur l'eau. Ce mouvement est une espece de mouvement de contraction & de dilatation du contour , & d'une partie de la bâte de l'Ortie , qui ressemble en quelque façon au systole & au diastole. L'Ortie dans la contraction rend la surface de son corps , qui represente le convexe du chapiteau d'un champignon , beaucoup plus convexe qu'elle ne l'est naturellement , c'est-à-dire qu'elle élève un peu tout son contour *DD* &c. en le recourbant vers le tronc *T* , & dans la dilatation elle rend cette même surface un peu moins convexe , & fait en même tems tomber sur l'eau tout le contour de sa bâte , qui s'étoit élevée dans la contraction ; d'où l'on voit qu'en repetant alternativement ces deux mouvemens ; elle bat l'eau de tems en tems , ce qui est capable de la soutenir dessus , de la même maniere qu'un homme qui nage s'y soûtient.

*Des Etoiles de mer.*

C'est sans doute à leur figure que ces poissons de mer doivent leur nom , puisqu'elle est semblable à celle sous laquelle on nous peint les Etoiles qui ornent le Firmament. Les Etoiles de mer sont découpées , ou plutôt comme divisées en cinq parties<sup>a</sup>, qu'on peut nommer rayons. Il y a pourtant des Etoiles qui n'ont naturellement que quatre rayons , & j'ai vû quelquefois un seul rayon qui étoit une véritable Etoile , mais cela est rare. Leur surface supérieure, ou celle à laquelle les jambes ne sont pas attachées , est couverte par une peau très-dure ; c'est peut-être ce qui a déterminé Aristote à les ranger parmi les testacées ou animaux à coquilles : Mais Pline donne avec plus de raison à cette peau le nom de *Callum durum* ; car elle ressemble par sa solidité à une espece de cuire ; elle est hérissée de diverses petites éminences d'une matiere beaucoup plus dure , & qui ressemble fort à celle des os ou des coquilles. Cette peau supérieure est différemment colorée dans diverses Etoiles de l'espece dont nous parlons ici , car il y a des especes

FIG. 29.  
& 30.

qui en sont fort différentes. Dans quelques-unes elle est rouge , dans d'autres violette , dans d'autres bleuë , & jaunâtre dans d'autres , & enfin elle est souvent de diverses couleurs moyennes entre celles-ci.

Les mêmes couleurs ne paroissent pas sur la surface inferieure , qui est presque couverte par les jambes ; & par diverses pointes qui bordent ses côtes , plus longues que celles de la surface superieure , quoiqu'elles aient moins d'une ligne , celle-ci est d'un blanc jaunâtre. On voit au milieu de l'Etoile , lorsqu'on la regarde par dessous , une petite bouche ou succoir *S*, dont elles se servent pour tirer la substance des coquillages desquels elles se nourrissent , comme Aristote l'a fort bien remarqué. Il auroit eu moins de raison s'il avoit assuré , comme il paroît par la traduction de Gaza , que les Etoiles ont une telle chaleur , qu'elles brûlent tout ce qu'elles touchent. Rondelet qui veut faire parler Aristote plus raisonnablement , dit que cela doit s'entendre des choses qu'elles ont mangées , qu'elles digerent très-vîte. Pline cependant a adopté le sentiment d'Aristote dans le sens que Gaza l'a traduit ; car il dit expressément Liv. 10. Chap. 60. *Tam igneum fervorem esse tradunt*, parlant de l'Etoile, *ut omnia in mari contacta adurat*. Après quoi il parle comme d'une chose différente de la facilité qu'elle a à digerer. On a crû apparemment devoir leur attribuer une chaleur semblable à celle des Astres dont elles portent le nom. Quoiqu'il en soit de cette chaleur imaginaire , il est certain qu'elles mangent les Coquillages , & qu'elles ont autour leur succoir cinq dents *DD*, ou plutôt cinq petites fourchettes d'une espece de matiere offeuse , par le moyen desquelles elles tiennent les Coquillages pendant qu'elles les succent. Peut-être que c'est avec les mêmes pointes qu'elles ouvrent leurs coquilles , lorsqu'elles sont de deux pieces.

Chaque rayon de l'Etoile est fourni d'un si grand nombre de jambes , qu'il n'est pas étonnant qu'elles le couvrent presque tout entier du côté où elles lui sont atta-

chées. Elles y sont posées dans quatre rangs differens , chacun desquels est d'environ 76 jambes , c'est-à-dire que chaque rayon en a 304 , & par conséquent l'Etoile entiere est pourvûe de 1520 jambes nombre assez merveilleux, sans que Bellon le pousât jusqu'à près de cinq mille. Tout ce grand attirail de jambes ne sert cependant qu'à executer un mouvement très-lent ; aussi sont-elles si molles qu'elles ne semblent guere meriter le nom de jambes. A proprement parler ce ne sont que des especes de cornes , telles que celles de nos limaçons de Jardins , mais dont les Etoiles se servent pour marcher. Ce n'est pas simplement par leur peu de consistance qu'elles ressemblent à des cornes de limaçons ; elles ne leur sont pas moins semblables par leur couleur & leur figure , ainsi il seroit inutile de les décrire plus au long.

Ces jambes aussi sont souvent retirées comme les cornes d'un limaçon ; c'est seulement lorsque l'Etoile veut marcher qu'on les voit dans leur longueur , encore l'Etoile ne fait-elle paroître alors qu'une partie de ces jambes : mais dans le tems même que l'Etoile , ou plutôt leur ressort naturel les tient elles-mêmes raccourcies , on apperçoit toujours leur petit bout qui est un peu plus gros que l'endroit qui est immédiatement au-dessous. Ce sont seulement les bouts de ces jambes que l'on voit dans les deux rayons *AA* Fig. 30. mais on voit sur les trois autres rayons plusieurs de ces jambes allongées , comme elles le sont lorsque l'Etoile s'en sert pour marcher. La mécanique que l'Etoile emploie pour marcher , ou plutôt pour allonger ses jambes , doit nous paroître d'autant plus curieuse qu'on l'apperçoit clairement , chose rare dans ces sortes d'opérations de la nature , dont les causes nous sont ordinairement si cachées , que nous pouvons également les expliquer par des raisonnemens très-oppozez. Il n'en est point , dis-je , de même de la mécanique dont l'Etoile se sert pour allonger ses jambes. Il est aisé de la remarquer très-distinctement , si-tôt que l'on

a mis à découvrir les parties interieures d'un des rayons, en coupant sa peau dure du côté de la surface superieure de l'Etoile, ou de la surface opposée à celle sur laquelle les jambes sont situées, l'intérieur de l'Etoile paroît alors divisé en deux parties par une espece de corps cartilagineux, quoique assez dur. Ce corps semble composé d'un grand nombre de vertebres faites de telle façon, qu'il se trouve une coulisse au milieu du corps qu'elles forment par leur assemblage à chaque côté de cette coulisse, on voit avec plaisir deux rangs de petites spheroides elliptiques ou de boules longues, d'une clarté & d'une transparence très-grande, longues de plus d'une ligne, mais moins grosses que longues. Il semble que ce soient autant de petites perles rangées les unes auprès des autres, dans l'ordre où elles paroissent dans le rayon *R* que l'on a ouvert Fig. 30. Les rangs de ces boules sont marquez *BB*. Entre chaque vertebre est attachée une de ces boules de part & d'autre de la coulisse, mais à deux distances inégales, ce qui forme deux rangs de boules aux deux côtez de cette coulisse; je veux dire que leur disposition est telle de chaque côté de la coulisse, qu'après la boule qui en est des plus proche, on trouve entre les deux vertebres suivantes une boule qui en est plus éloignée, & la boule qui suit est posée vis-à-vis la plus proche, & celle qui vient après vis-à-vis la plus éloignée, & ainsi de suite. Ces petites boules sont formées par une membrane mince, mais pourtant assez forte, dont l'intérieur est rempli d'eau, en sorte qu'il n'y a que la surface de la boule qui soit membraneuse.

Il n'est pas difficile de découvrir que ces boules sont faites pour servir à l'allongement des jambes de l'Etoile. On commence à le soupçonner dès-lors qu'on a remarqué que le nombre des boules est égal à celui des jambes, & enfin que chaque boule répond à une jambe. Mais on en développe toute la mécanique ingénieuse, lorsqu'en pressant avec le doigt quelqu'une de ces boules, on les voit se vuider, & que dans le même tems on observe



serve que les jambes qui leur correspondent se gonflent. Enfin lorsqu'on voit qu'après avoir cessé de presser ces mêmes boules, elles se remplissent pendant que les jambes s'affaissent & se raccourcissent à leur tour ; car qui ne sent pas après cela que tout ce que l'Etoile a à faire pour enfler ses jambes, c'est de presser les boules comme on les pressoit tout à l'heure avec le doigt ? Il est aisé d'imaginer mille manières dont elle le peut faire. Ces boules pressées se déchargent de leur eau dans les jambes qu'elles gonflent & étendent aussi-tôt : mais dès-lors que l'Etoile cesse de presser les boules, le ressort naturel des jambes qui les affaisse, les raccourcit & chasse l'eau dans les boules dont elle étoit sortie.

Ces jambes ainsi allongées, l'Etoiles'en sert pour marcher; elle n'étend qu'une partie de celles de chaque raion, & même à des instances assez inégales & avec peu d'ordre, comme on le peut remarquer dans la Fig. 30 où on a représenté une Etoile posée sur le dos, qui ayant le bout d'un de ses rayons sous la pierre P, tâche d'avancer vers cette pierre ; les jambes qui touchent cette pierre servent à l'en approcher, & les autres jambes qui ne portent sur aucun corps, en cherchent quelqu'un qu'elles puissent saisir. Ces jambes rencontrent la pierre ou le corps vers lequel elles veulent avancer, en faisant avec lui un angle très-aigu; de sorte que l'Etoile les tenant toujours fixes sur ce corps, & tâchant de leur faire faire un angle droit avec ce même corps, oblige le sien d'en approcher.

Au reste il n'est pas nécessaire aux Etoiles pour marcher d'être ainsi renversées, la position contraire leur est également commode ; mais on a choisi celle-cy, parce qu'elle laisse voir les jambes, qui dans l'autre position sont cachées par le corps. Elles peuvent aussi marcher sur les pierres & sur le sable, soit qu'elles soient à sec, soit qu'elles soient couvertes par l'eau de la mer.

On auroit pû avoir du penchant à regarder les jambes des Etoiles, comme les parties dont elles se servent à respirer l'eau, à cause de la ressemblance qui est

entre leur figure & celle des tuyau charnus des autres poissons dont nous avons parlé. Les Etoiles n'ont point de si gros tuyaux pour servir à cet usage ; c'est de quoy elles sont dédommagées par une quantité prodigieuse de petits tuyaux dont toute leur peau est remplie. Lorsqu'on prend des Etoiles en certains tems où elles sont fort gonflées par l'eau , on voit bien vite l'effet de ces tuyaux , en appercevant une infinité de jets d'eau très-déliés qui sortent partout de leur peau. Mais si l'on regarde alors avec attention l'Etoile , on voit que chacun de ces jets part d'un petit tuyau peu sensible à la vûë , qui le devient pourtant d'autant plus qu'on l'oblige de sortir davantage en pressant la peau de l'Etoile auprès de l'endroit où on l'a remarqué. Il paroît de figure conique , & d'une couleur blanche. Ces petits tuyaux ne sont jamais distribuez séparément. Il y en a ordinairement six attachez les uns auprès des autres dans un petit espace. Pour les faire plus aisément remarquer , on a représenté Fig. 31. un bout d'un rayon vû à la loupe , dans laquelle les lettres CCC sont posées auprès de trois de ces petits amas de tuyaux , qui sont representez allongez tels qu'ils le sont lorsqu'ils jettent l'eau , ou qu'on les fait paroître en pressant la peau de l'Etoile en RRR ; & dans tous les autres endroits du rayon où l'on n'a pas jugé à propos de mettre des lettres , on voit les mêmes amas de tuyaux , mais affaïssez.

Ce Memoire beaucoup trop long ne contient qu'une partie des observations que j'ay faites sur le mouvement progressif des animaux de mer ; un autre Memoire en contiendra la suite.



fig. 2.

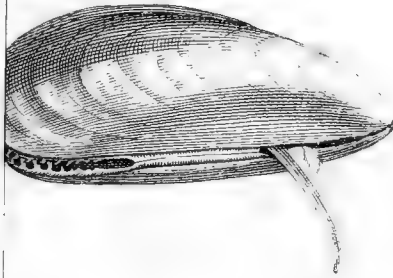


fig. 3.

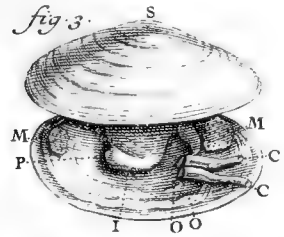


fig. 5.



fig. 6.

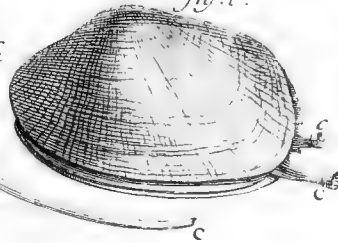


fig. 7.

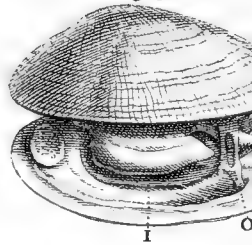


fig. 9.

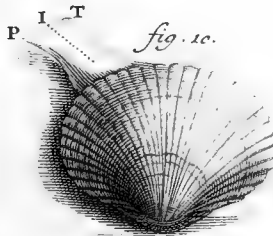
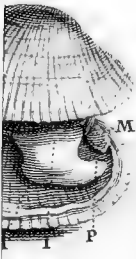


fig. 11.

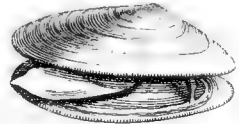


fig. 13.

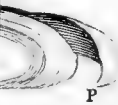


fig. 14.

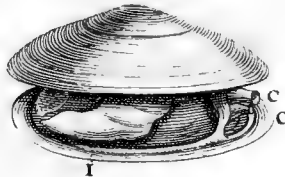
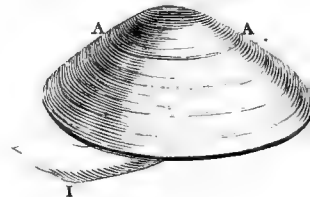
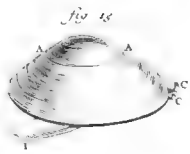
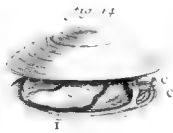
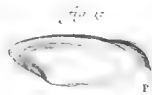
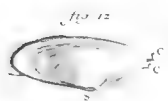
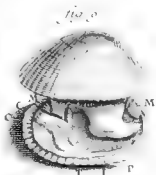
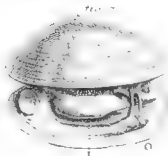
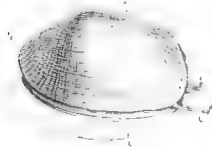
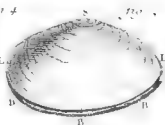
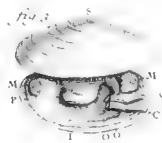
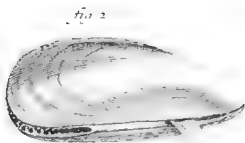
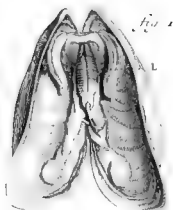
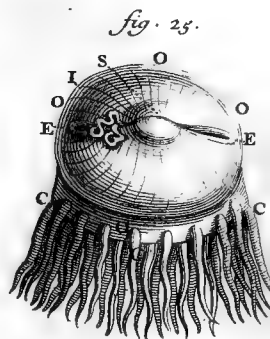
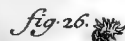
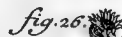
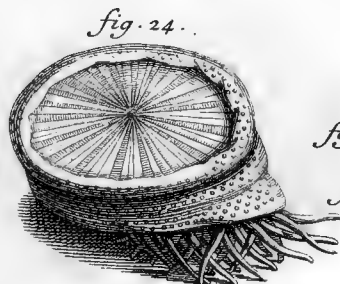
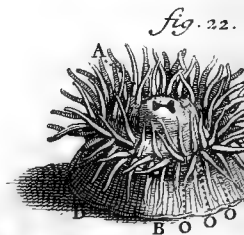
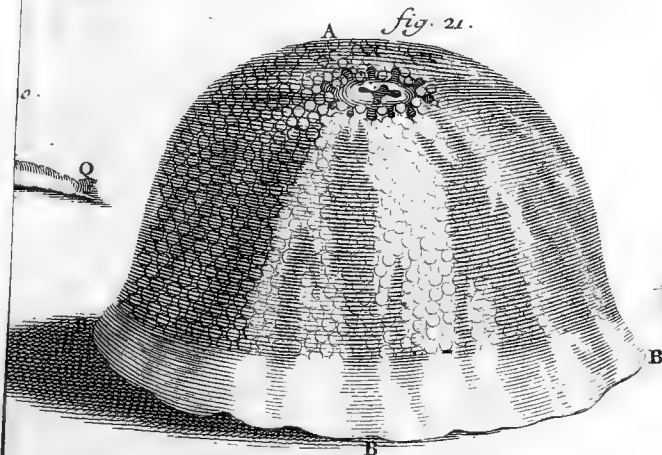
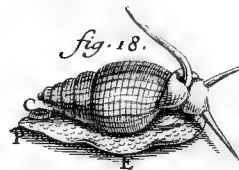
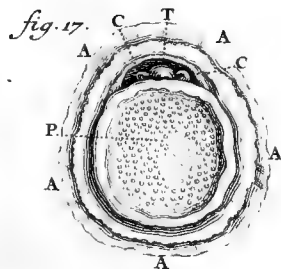


fig. 15.







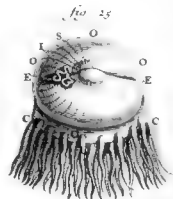
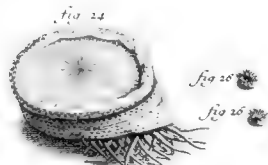
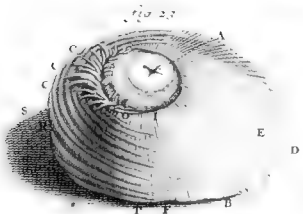
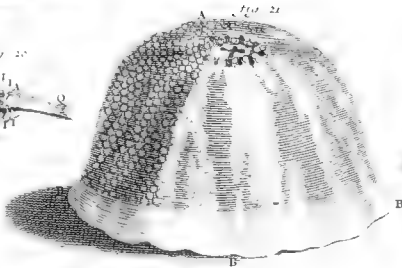
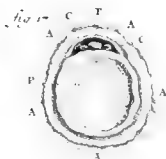
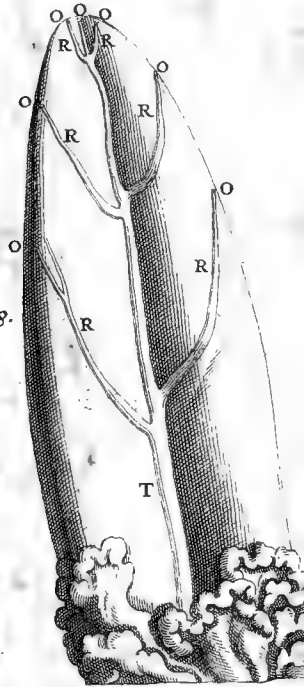
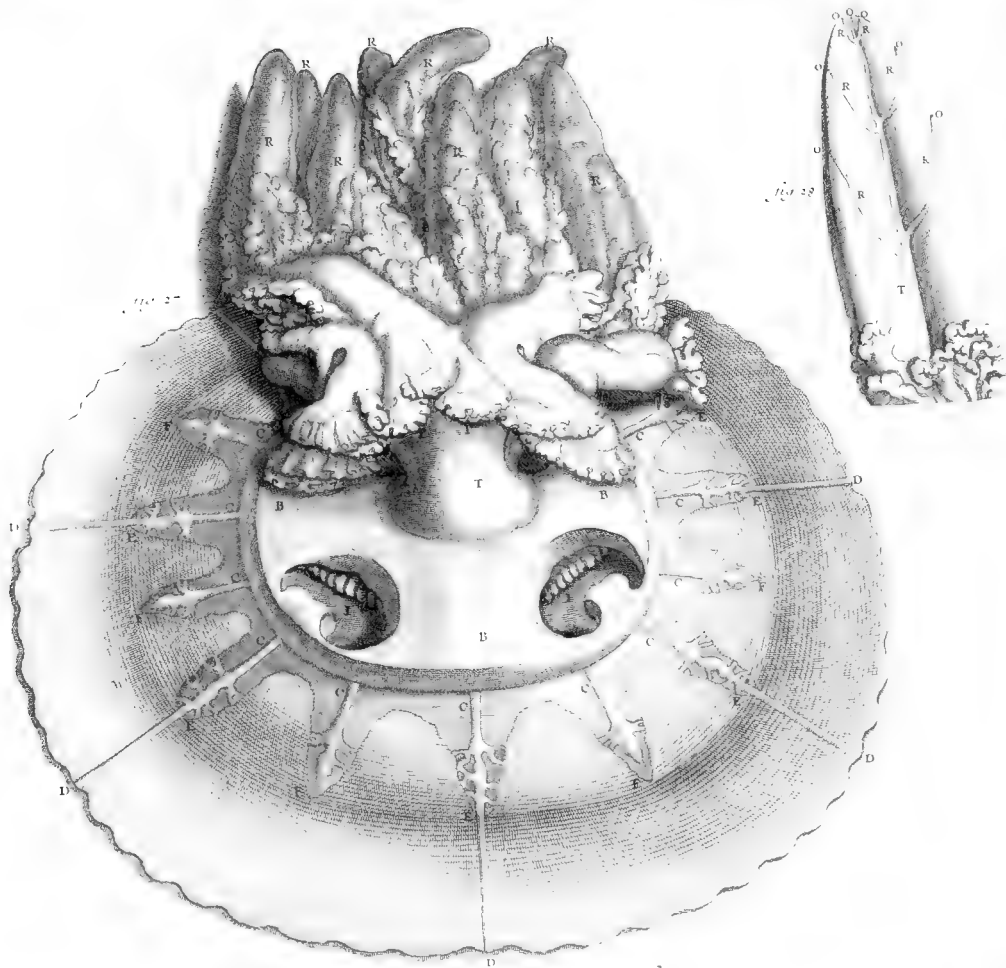




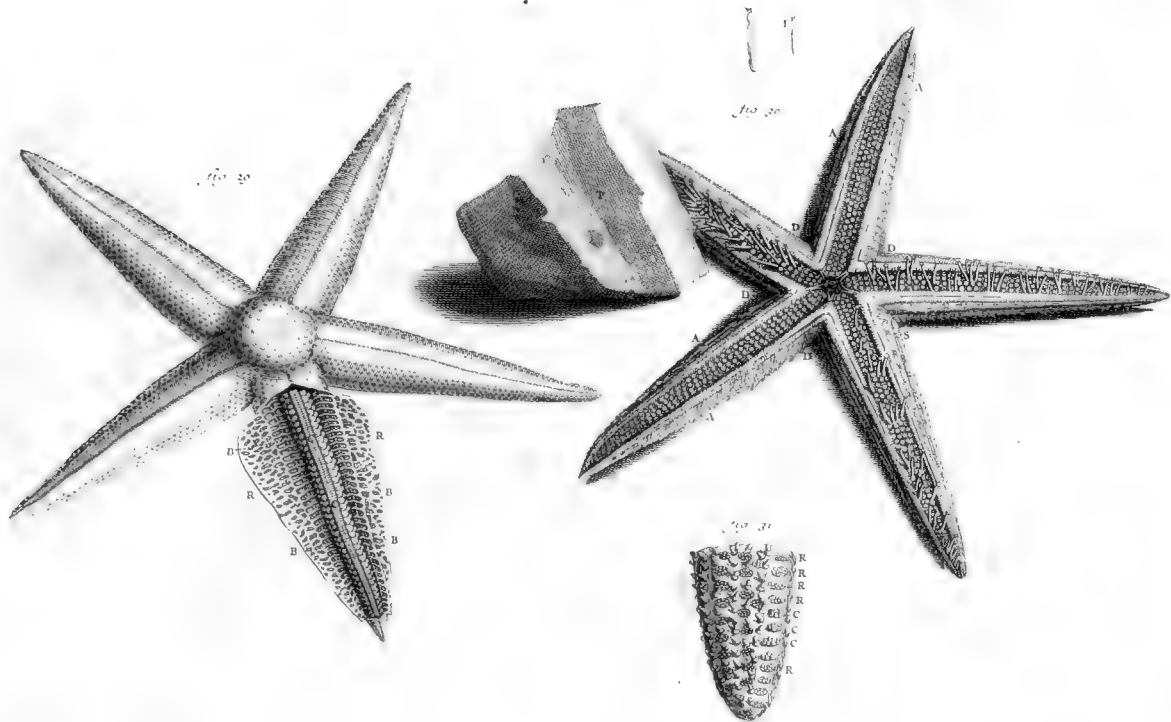
fig. 28.











## DES MOUVEMENTS

*Commencés par des vitesses quelconques , & ensuite primitivement accélérés en raison des tems écoulés , dans des milieux résistans en raison des sommes faites des vitesses effectives du mobile , & des quarrés de ces mêmes vitesses.*

PAR M. VARIIGNON.

**D**Ans le Mem. du 4. Juin dernier , on a vû ce que des mouvemens primitivement accélérés en raison des tems écoulés , en commençant à zero de vitesse , deviendroient dans des milieux résistans en raison des sommes faites des vitesses que le mobile y auroit effectivement malgré leurs résistances , & des quarrés de ces mêmes vitesses : on a vû , dis-je , dans ce Memoire quelles seroient alors ces vitesses , les especes qu'elles feroient parcourir au mobile dans des tems quelconques , &c. Voici presentement ce qui arriveroit aussi dans ces milieux à des mouvemens commencés par des vitesses quelconques , & ensuite accélérés encore primitivement en raison des tems écoulés , c'est-à-dire , à des mouvemens qui dans un milieu sans résistance auroient encore des accroissemens égaux de vitesse en tems égaux , ainsi que Galilée le suppose dans la chute des corps. Nous nous servirons pour cela du Lemme par où commence le Memoire qu'on vient de citer.

1710.  
27. Aoust.

## PROBLÈME.

*La construction générale du Lemme de la pag. 243. étant ici supposée , trouver les Courbes ARC des résistantes totales ou des vitesses perduës ; HUC des vitesses restantes ou actuelles , &c. dans les hypothèses , 1<sup>o</sup>. des résistances en*

FIG. I.  
II.  
III.

Qq ij

raison des sommes faites de ces vitesses & de leurs quarrés; 2°. des vitesses primitives en raison des sommes faites d'une initiale constante quelconque augmentée d'autres, qui comme dans le Probl. de la pag. 244. croitroient en raison des tems écoulés depuis le commencement du mouvement: ainsi qu'il arriveroit dans l'hypothèse de Galilée sur la pesanteur, si d'une force quelconque différente de la pesanteur quelconque d'un corps, on le jettoit verticalement de haut en bas dans un milieu sans résistance ni action.

## SOLUTION.

FIG. I. I. Suivant les art. 1. 2. du Lemme de la pag. 243. en se servant toujours des noms qui y sont employés, la première des deux hypothèses de ce Problème-ci, laquelle

III. est  $z = u + \frac{uu}{a} = \frac{au + uu}{a}$ , donnera encore ici, comme

$$\text{dans la Solut. du Probl. de la pag. 245. } z (TE) = \frac{au + uu}{a} \\ = \frac{AB \times TU + TU \times TU}{AB} = \frac{AB \times RV + RV \times RV}{AB} = \frac{AB \times TV - TR + TV - TR^2}{AB} \\ = \frac{axv - r + v - r^2}{a}, \text{ en supposant } AB = a \text{ constante; \& la}$$

seconde donnera  $v = TV = TX + XV = AF + FX = AF + AT = b + t$ ; d'où résulte  $dv = dt$ , &  $b + t - r = v - r = TV - TR = RV = TU = u$ . Donc en substituant ces valeurs de  $z$ ,  $u$ ,  $dv$ , dans les deux formules générales  $\frac{dt}{a} = \frac{dr}{z}$ ,  $\frac{dt}{a} = \frac{dv - du}{z}$ , de l'art. 2. du Lem-

me de la pag. 243. La première se changera ici en  $\frac{dt}{a} = \frac{dr}{axb + t - r + b + t - r^2}$  pour la Courbe ARC des résistances

totales; & la seconde, en  $\frac{dt}{aa} = \frac{dt - du}{au - uu}$  pour la Courbe HUC des vitesses restantes  $TU (u)$ , comme dans la Solution 1. du Probl. de la pag. 245. Mais avec cette différence que ces vitesses  $TU$  commençant (hyp.) à zero en A dans ce Problème là, & ici à une première vitesse  $= AF (b)$ ; la Courbe HUC doit ici passer par un point H de AB perpendiculaire en A sur l'axe ATC, & pro-

longée où besoin sera du côté de  $B$ , lequel point  $H$  donne  $AH = AF(b)$ , au lieu que dans le Probl. de la pag. 144. Corol. 2. pag. 147. cette Courbe des vitesses restantes ( $u$ ) devoit passer par  $A$ .

II. Pour construire les deux Courbes  $HUC$ ,  $ARC$ , il faut considérer que la dernière équation  $\frac{dt}{aa} = \frac{dt - du}{aa - au + uu}$  de la Courbe  $HUC$ , donnant  $aadt - uadt = aadt - aadu$ , ou  $aadu = aadt - aadt - uadt$ , donne aussi  $dt = \frac{aadu}{aa - au - uu}$  pour l'équation de cette Courbe, comme dans la Solut. 1. du Probl. de la pag. 246. pour celle de ce Problème-là.

III. Soit encore (comme dans cette Solution-là)

$\frac{5a^3y}{a+y^2} = aa - uu - uu$ . L'on aura ici comme là  $u = \frac{a-y}{a+y} \times \frac{av5 - \frac{1}{2}a}{2}$ ,  $dt = -\frac{a}{v5} \times \frac{dy}{y}$ , &  $y = \frac{aa\sqrt{5} - aa - 2au}{av5 + a + 2u}$ : lesquel- les équations font voir que les  $y$  doivent être les ordon- nées  $GT$  d'une logarithmique  $LGC$  sur l'asymptote  $ATC$ , de laquelle elle s'approche à l'infini du côté de  $C$ , y ayant sa souvrangente  $= \frac{a}{v5}$ . La dernière  $y = \frac{aa\sqrt{5} - aa - 2au}{av5 + a + 2u}$  de ces trois équations fait voir de plus que  $AT(i)$  infinie, qui rend ainsi  $GT(y) = 0$ , doit rendre aussi  $aa\sqrt{5} - aa - 2au = 0$ , & conséquemment  $u = \frac{av5 - a}{2}$  après un tems infini: de sorte qu'en prenant  $AD$  de cette valeur sur  $AB$  perpen- diculaire à  $AT$ , c'est à dire  $AD = \frac{av5 - 2}{2} = AB \times \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$ ; la droite  $DC$  parallele à  $AT$ , sera une asymptote de la Courbe  $HUC$  des vitesses restantes  $TU(u)$ .

IV. Cette même équation  $y(GT) = \frac{aa\sqrt{5} - aa - 2au}{av5 + a + 2u}$  fait voir qu'au commencement du mouvement en  $A$ , la pre- miere vitesse  $u(hyp.) = b$ , doit rendre la premiere or- donnée logarithmique  $AL(y) = \frac{aa\sqrt{5} - aa - 2ab}{av5 + a + 2b}$ : de sorte que cette premiere ordonnée  $AL$  sera positive ou négative, & conséquemment aussi toutes les autres ordonnées

494 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 GT ( $y$ ) de la même logarithmique LGC, selon que  $b$   
 ( $AF$ ) sera moindre ou plus grande que  $\frac{a\sqrt{5-a}}{2}$  ( $AD$ ); &  
 $AL=0$  avec toutes les GT ( $y$ )  $=0$ , c'est-à-dire, la lo-  
 garithmique LGC confondue avec son asymptote ATC,  
 si  $b(AF) = \frac{a\sqrt{5+a}}{2}$  ( $AD$ ). Ce qui produit deux cas dans  
 les Fig. 1. 2. 3. Le premier de  $AL$  & de toutes les GT ( $y$ )  
 positives du côté de  $H$  par rapport à  $A$ , si  $b(AF$  ou  $AH)$   
 $< \frac{a\sqrt{5-a}}{4}$  ( $AD$ ) comme dans les Fig. 1. 2. Le second de  $AL$   
 & de toutes les GT ( $y$ ) negatives de l'autre côté de  $A$   
 vers  $F$ , si  $b(AF$  ou  $AH) > \frac{a\sqrt{5-a}}{2}$  ( $AD$ ), comme dans  
 la Fig. 3. Ce qui change ici les équations  $\frac{5a^3y}{a+y} = aa - au$   
 $-uu$ , &  $u = \frac{a-y}{a+y} \times \frac{a\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}a$ , de l'art. 3, en  $\frac{+5a^3y}{a+y} = aa -$   
 $au - uu$ , & en  $u = \frac{a+y}{a-y} \times \frac{a\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}a$ , dont les signes supe-  
 rieurs, haut & bas de la fraction, sont pour le cas des  
 Fig. 1. 2. & les inferieurs pour celui de la Fig. 3.

V. Cela étant, si l'on prend  $AB=a$ , perpendiculaire  
 en  $A$  sur  $AT$ , & par tout ensuite  $TU(u) = \frac{AB \pm GT}{AB \mp GT} \times$   
 $\frac{AB\sqrt{5}}{5} - \frac{1}{2}AB \left( \frac{a+y}{a-y} \times \frac{a\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}a \right)$ ; c'est-à-dire,  $TU = \frac{AB-GT}{AB+GT}$   
 $\times \frac{AB\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}AB$  dans le cas des Fig. 1. 2. &  $TU = \frac{AB+GT}{AB-GT}$   
 $\times \frac{AB\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}AB$  dans celui de la Fig. 3. La ligne  $HUC$  qui  
 passera par tous les points  $U$  ainsi trouvés, sera la Cour-  
 be cherchée des vitesses restantes  $u$  ( $TU$ ) malgré les ré-  
 sistances supposées, laquelle (art. 1.) est exprimée par  
 $dt = \frac{aadu}{aa-au-uu}$ . Ce qu'il falloit premierement trouver.

VI. Cette Courbe  $HUC$  des vitesses  $TU(u)$  restan-  
 tes des primitives  $TV(v)$  malgré les résistances suppo-  
 sées, étant ainsi construite, il n'y aura plus qu'à prendre  
 par tout  $UR=TV$  (*hyp.*)  $TX + XV = AF + FX =$   
 $AF + AT$ ; & la ligne  $ARC$ , qui passera par tous les

points  $R$  ainsi trouvés, fera ici (*Lem. art. 1. pag. 243.*) la Courbe des résistances totales  $TR (r)$ , ou des vitesses perduës, exprimée (*art. 1.*) par  $dt = \frac{aadr}{axb + r - r + b + r - r^2}$ .

Ce qu'il falloit encore trouver.

## COROLLAIRE I.

Puisque (*Solut. art. 4.*)  $AL = \frac{aa\sqrt{5-aa-2ab}}{av\sqrt{5+a+2b}}$ , il est manifeste que  $GT (y)$  en  $AL$ , doit y donner aussi  $y = \frac{aa\sqrt{5-aa-2ab}}{av\sqrt{5+a+2b}}$ . Ainsi ayant en général  $y = \frac{aa\sqrt{5-aa-2au}}{av\sqrt{5+a+2u}}$ ,  $GT$  en  $AL$  doit y donner  $\frac{aa\sqrt{5-aa-2au}}{av\sqrt{5+a+2u}} = \frac{aa\sqrt{5-aa-2ab}}{av\sqrt{5+a+2b}}$ , & conséquemment  $u=b$ , ou  $TU (u) = AF (b)$ . Mais  $GT$  en  $AL$ , rend  $TU$  en  $AH$ . Donc la premiere  $AH$  des vitesses  $TU (u)$  au commencement  $A$  du tems  $AT (t)$  est égale à l'initiale  $AF (b)$  dans tous les cas possibles des Fig. 1. 2. 3.

## COROLLAIRE II.

Puisque  $TU$  en  $AH$ , y rend dans tous les cas (*Corol. 1.*)  $u=b$ , l'équation (*Solut. art. 2.*)  $dt = \frac{aadu}{aa-au-uu}$  de la Courbe  $HUC$  doit s'y changer en  $dt = \frac{aadu}{aa-ab-bb}$ ; ce qui fait voir que cette Courbe doit rencontrer en  $H$  son ordonnée  $AH$  (perpendiculaire en  $A$  sur  $AT$ ) sous un angle  $AHU$  dont le sinus soit à celui de son complément ::  $aa$ .  $aa-ab-bb$ . dans tous les cas possibles des Fig. 1. 2. 3. & conséquemment sous un angle de 45. deg. dans celui de la Fig. 1. dans qui la vitesse initiale est  $b=0$ , ainsi que dans le Corol. 1. de la pag. 247. où l'on a déjà trouvé la même chose pour ce cas-ci.

## COROLLAIRE III.

Quant à la Courbe  $ARC$ , dont (*Solut. art. 1.*) l'équation est  $dt = \frac{aadr}{axb + r - r + b + r - r^2}$ , elle doit rencontrer son axe  $AT$  en  $A$  sous un angle  $TAR$  dont le sinus soit à celui

496 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 de son complément ::  $ab + bb$ .  $aa$ . Puisque  $TR (r)$  en  
 $A$ , rendant  $r = 0$ , &  $t (AT) = 0$ , réduit cette équation  
 à  $dt = \frac{aadr}{ab+bb}$ . De plus les  $dr$  croissant ou décroissant ici  
 avec les  $b+t-r$  ( $u$  ou  $TU$ ) correspondantes, cette Cour-  
 be  $ARC$  tournera sa convexité ou sa concavité en même  
 sens ou de même côté que la Courbe  $HUC$  tournera la  
 sienne.

#### COROLLAIRE IV.

L'équation  $TU (u) = \frac{AB-GT}{AB+GT} \times \frac{ABVs}{2} - \frac{1}{2} AB$  trouvée  
 dans l'art. 5. de la Solut. pour le cas des Fig. 1. 2. dans  
 lesquelles  $AH (b)$  est moindre que  $AD \left( \frac{aVs-a}{2} \right)$ , fait  
 voir que les vitesses restantes  $TU (u)$  y doivent toujours  
 croître depuis la première  $AH (b)$ , à mesure que les  
 $GT (y)$  diminuent; puisque le rapport  $\frac{AB-GT}{AB+GT}$  croît à  
 mesure que les  $GT (y)$  deviennent plus petites; ce qui  
 leur arrive à l'infini (Solut. art. 3.) du côté de  $C$ .

#### COROLLAIRE V.

Au contraire l'équation  $TU (u) = \frac{AB+GT}{AB-GT} \times \frac{ABVs}{2} - \frac{1}{2} AB$  trouvée dans l'art. 5. de la Solut. pour le cas de la  
 Fig. 3. dans lequel  $AH (b)$  est plus grande que  $AD$   
 $\left( \frac{aVs-a}{2} \right)$ , fait voir que les vitesses restantes  $TU (u)$  y  
 doivent toujours diminuer avec  $CT (y)$ ; puisque le rap-  
 port ou la fraction  $\frac{AB+GT}{AB-GT}$  diminue à mesure que les  $GT$   
 deviennent plus petites, c'est-à-dire (Solut. art. 3. à l'in-  
 fini du côté de  $C$ .

#### COROLLAIRE VI.

Quoique les  $TU$  croissent à l'infini (Corol. 4.) depuis  
 $AH$  du côté de  $C$  dans les Fig. 1. 2. & qu'elles dimi-  
 nuent au contraire à l'infini (Corol. 5.) du même côté  
 de  $C$  dans la Fig. 3. Celles-là (Fig. 1. 2.) ne peuvent ja-  
 mais



mais être plus grandes, ni celles-ci (Fig. 3.) plus petites que  $AD \left( \frac{a\sqrt{5}-a}{2} \right)$ , même quand  $AT$  feroit infinie; puis- que  $AT$  infinie, rendant (Solut. art. 3.)  $GT=0$ , l'équa- tion générale  $TU = \frac{AB+GT}{AB+GT} \times \frac{AB\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2} AB$  trouvée dans la Solut. art. 5. pour tous les cas (Fig. 1. 2. 3.) se réduiroit alors à  $TU = \frac{AB\sqrt{5}-AB}{2} = \frac{a\sqrt{5}-a}{2}$  (Solut. art. 3.)  $= AD$ .

Ce qui fait encore voir que dans quelque cas que ce soit, la Courbe  $HUC$  des vitesses restantes  $TU(u)$  ne peut arriver jusqu'en  $DC$  parallèle à  $ATC$  qu'à une distance infinie de  $AD$  perpendiculaire à l'une & à l'autre dans l'origine  $A$  des tems ou des abscisses  $AT(t)$ ; & qu'ainsi dans tous les cas imaginables cette droite  $DC$  doit être une asymptote de cette Courbe  $HUC$ , comme on l'a déjà vû pour tous ces cas dans l'art. 3. de la Solution, & pour celui de la Fig. 1. dans le Corol. 1. de la pag. 247. où les vitesses commencent à zero comme ici lorsque  $b=0$ .

## COROLLAIRE VII.

Puisque (Corol. 6.) lorsque  $AH$  (Fig. 1. 2.) est moins que  $AD$ , les vitesses  $TU(u)$  croissent toujours jusqu'à  $DC$ ; & que lorsque  $AH$  (Fig. 3.) est plus grande que  $AD$ , ces vitesses  $TU$  décroissent toujours jusqu'à la même  $DC$ , à laquelle le Corol. 6. fait voir qu'elles n'aboutiront de part & d'autre qu'après un tems infini  $AT(t)$ , qui à la fin rendroit  $TU(u) = AD \left( \frac{a\sqrt{5}-a}{2} \right)$ , & changeroit ainsi l'équation  $dt = \frac{aadu}{aa-uu-uu}$  de la Courbe  $HUC$  en  $dt = \frac{4aadu}{4aa-2aa\sqrt{5}+1-aa\sqrt{5}-1^2} = \frac{4adu}{4-2\sqrt{5}+2-5+2\sqrt{5}-1}$   $= \frac{4du}{0}$ ; Alors par tout là les accroissemens ou décroissemens  $du$  se trouvant nuls, il est manifeste que si le mouvement continuoit, ce feroit après cela d'une vitesse constante  $= AD \left( \frac{a\sqrt{5}-a}{2} \right)$  qui le rendroit uniforme. Aussi ce cas de  $u = \frac{a\sqrt{5}-a}{2}$  changeant l'équation  $v-r=u$  trouvée dans

la Solut. art. 1. en  $v - r = \frac{a\sqrt{s-a}}{2}$ , donneroit-il alors  $dv - dr = 0$ , ou  $dv = dr$ , c'est-à-dire (*Lem. art. 4. pag. 244.*) la pesanteur du mobile égale à la résistance que lui feroit alors le milieu supposé, en regardant cette pesanteur constante comme cause de l'accélération primitive ( $dv$ ) continuellement (*hyp.*) ajoutée à la vitesse initiale  $AH$  ou  $AF$  ( $b$ ) laquelle fût ici de projection verticale de haut en bas. Et cette égalité de la pesanteur du mobile avec la résistance qui s'opposeroit ici à sa vitesse  $AD$  ( $\frac{a\sqrt{s-a}}{2}$ ), empêchant également l'une & l'autre de rien changer à cette vitesse; cette même vitesse  $AD$ , non-seulement resteroit uniforme tant que le mouvement continueroit dans le milieu supposé, mais encore feroit la plus grande (appelée *terminale* par M. Hughes) que le mobile pût jamais y acquérir en vertu de sa pesanteur. Ainsi, au langage de M. Hughes, la vitesse  $AD$  ( $\frac{a\sqrt{s-a}}{2}$ ) à laquelle dans tous les cas les vitesses restantes  $TU$  ( $u$ ) se réduiroient ici après un tems  $AT$  ( $t$ ) infini, feroit égale à la terminale du mobile dans le milieu supposé.

## COROLLAIRE VIII.

Donc si la vitesse  $AH$  ( $b$ ) de projection verticale de haut en bas, se trouvoit égale à la terminale  $AD$  ( $\frac{a\sqrt{s-a}}{2}$ ) du corps jetté, c'est-à-dire (*Corol. 7.*) égale à la plus grande qu'il pût acquérir en vertu de sa pesanteur constante en tombant dans le milieu supposé; le mouvement de ce corps seroit uniforme à l'infini dès le premier instant de sa chute: puisque ce cas de  $u$  ( $b$ )  $= \frac{a\sqrt{s-a}}{2}$  dès ce premier instant, qui rend dès-lors (comme dans le *Corol. 7.*) la résistance du milieu égale à la pesanteur du mobile, rendant ce corps par leur équilibre comme s'il n'avoit aucune pesanteur, ni le milieu aucune résistance, rendroit aussi la vitesse de projection hors d'état d'être augmen-

tée ni retardée, la pesanteur devant l'emporter sur la résistance pour le premier, & la résistance sur la pesanteur pour le second, ce que leur égalité une fois arrivée ne permet plus.

## COROLLAIRE IX.

Ce feroit encore en ce que ce cas de  $b (AH) = \frac{a\sqrt{s-a}}{1}$  ( $AD$ ) ou de  $2ab = aa\sqrt{s} - aa$ , réduisant  $AL$  (*Solut. art. 4.*)  $= \frac{aa\sqrt{s} - aa - 2ab}{a\sqrt{s} + a + 2b}$ , à  $AL = 0$ , & conséquemment la logarithmique  $LGC$  à se confondre avec son asymptote  $ATC$ , en rendant aussi toutes ses  $GT (y) = 0$ ; ce même cas réduiroit l'équation  $u = \frac{a-y}{a+y} \times \frac{a\sqrt{s}}{2} - \frac{1}{2}a$  trouvée dans la *Solut. art. 4.* à  $u (TU) = \frac{a\sqrt{s-a}}{2} (AD)$ , c'est-à-dire que ce cas donneroit par tout  $TU = AD$  (*Corol. 1.*)  $= AH$ , & confondant ainsi la Courbe  $HUC$  avec son asymptote  $DC$ , rendroit (malgré les résistances supposées) la vitesse  $TU (u)$  par tout uniforme  $= AD \left( \frac{a\sqrt{s-a}}{2} \right)$ ; d'où l'on voit encore qu'en ce cas la pesanteur du mobile feroit par tout égale à la résistance du milieu, c'est-à-dire, égale à chaque résistance instantanée de ce milieu.

## COROLLAIRE X.

Cette égalité de la pesanteur constante du mobile avec chaque résistance instantanée du milieu supposé, rendant (*Lem. art. 4. pag. 244.*)  $dx = dv$  (La Solution donnant  $v = b + t$ )  $= dt$ , fait voir aussi qu'alors la Courbe  $ARC$  des résistances totales ou des vitesses perduës dégènereroit en une ligne droite parallèle à  $FVC$ , & donneroit par-là  $AF = RV$  (*Solut. art. 6.*)  $= TU$ : de sorte que le *Corol. 1.* donnant  $AF = AH$  (*hyp.*)  $= AD$ , on retrouve encore ici  $TU (u) = AD \left( \frac{a\sqrt{s-a}}{2} \right)$  conformément aux précédens *Corol. 8. 9.* c'est-à-dire (comme dans ces deux *Corollaires*) que dès que la vitesse d'un corps jeté verticalement de haut en bas, sera égale à sa terminale, le

500 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
mouvement en sera uniforme pour toujours après cela  
dans le milieu résistant supposé. Par conséquent lorsque  
la vitesse  $AF$  ou  $AH$  de projection verticale de haut en  
bas, sera égale à la terminale  $AD$  du corps ainsi jetté  
dans ce milieu, la Courbe  $HUC$  dégènerera en une li-  
gne droite confonduë avec son asymptote  $DC$ , ainsi  
qu'on l'a déjà vû dans le Corol. 9.

### COROLLAIRE XI.

FIG. I. Mais si la force ou vitesse  $AH$  ou (Corol. 1.)  $AF(b)$   
de projection étoit nulle, enforte que le mobile n'eût  
plus que sa pesanteur pour descendre, ainsi que dans le  
Probl. de la pag. 244. le point  $H$  se trouvant alors en  $A$   
aussi bien que le point  $F$ , comme dans la Fig. 1. la Cour-  
be  $HUC$  feroit non-seulement la même, mais aussi en  
même position que dans ce Problème-là qu'on voit n'être  
qu'un cas de celui-ci, lequel par conséquent donne-  
roit aussi tous les Corollaires qu'on a tirés de celui-là,  
en faisant ainsi  $AH(b) = 0$  dans tout ce qu'on voit ici  
& dans la suite.

### COROLLAIRE XII.

FIG. I. De ce que dans tous les cas (Corol. 6.)  $AD = \frac{a\sqrt{5-a}}{2}$ , &  
II. (Solut. art. 5.)  $AB = a$ , l'on aura en général  $AB$ .  $AD$   
III.  $:: a. \frac{a\sqrt{5-a}}{2} :: 2.\sqrt{5}-1$ . c'est-à-dire  $AB$  plus grande que  
 $AD$  dans tous les cas; & conséquemment (Corol. 4. 5. 6.)  
plus grande que  $AH$  dans celui des Fig. 1. 2. & en telle  
raison qu'on voudra à  $AH$  dans celui de la Fig. 3.

### COROLLAIRE XIII.

Il suit encore en général des Corol. 6. 7. 8. 9. que les  
vitesses  $TU(u)$  restantes de celle de projection & des  
primitivement accélérées, à la fin des tems  $AT$ , doivent  
être ici à la plus grande  $AD\left(\frac{a\sqrt{5-a}}{2}\right)$  que le mobile  
puisse jamais avoir dans le milieu supposé en vertu de la

seule pesanteur, même après un tems infini :  $TU. AD$ . Et qu'ainsi (*Lem. art. 3. pag. 244.*) les espaces ici parcourus en vertu de ces vitesses restantes  $TU (u)$  pendant un tems  $AT (t)$  quelconque, doivent être à ce que le mobile en parcourroit en pareil tems d'une vitesse uniforme égale à sa terminale  $AD \left( \frac{a\sqrt{s}-a}{1} \right) : ATUH. ATSD$ .

## COROLLAIRE XIV.

Quant à la comparaison entr'eux de ces espaces ici parcourus en vertu des vitesses restantes  $TU (u)$  pendant les tems  $AT (t)$ , on voit de même (*Lem. art. 3. pag. 244.*) que ces espaces doivent être entr'eux comme les aires correspondantes  $ATUH (\int u dt)$ . Mais la Solution (*art. 4.*) donnant en général  $\frac{+sa^3y}{a+y} = aa - au - uu$ , &  $u = \frac{a+y}{a+y} \times \frac{a\sqrt{s}}{2} - \frac{1}{2}a$  dont les signes supérieurs de  $+$ ,  $+$ , sont pour le cas des Fig. 1. 2. & les inférieurs pour celui de la Fig. 3. D'où résulte  $du = \frac{+a\sqrt{s}}{2} dy \times \frac{a+y+a+y}{a+y} = \frac{+a\sqrt{s}}{2} \times dy \times \frac{2a}{a+y} = \frac{+dy}{a+y} \times aa\sqrt{s}$ , & conséquemment  $\frac{aadu}{aa-au-uu} (dt) = \frac{+dy \times a^2\sqrt{s}}{+sa^3y} = -\frac{dy}{y} \times \frac{a}{\sqrt{s}}$ , c'est-à-dire en général,  $dt = -\frac{dy}{y} \times \frac{a}{\sqrt{s}}$  comme dans l'art. 3. de la Solution ; cette Solution doit aussi donner en général  $u dt = \frac{-ady+ydy}{\frac{ay+y}{b+y}} \times \frac{aa}{2} + \frac{dy}{y} \times \frac{aa}{2\sqrt{s}}$  (à cause de  $\frac{-ady+ydy}{ay+y} = -\frac{dy}{y} + \frac{2dy}{b+y}$ )  $= -\frac{dy}{y} \times \frac{aa}{2} + aa \times \frac{dy}{a+y} + \frac{dy}{y} \times \frac{aa}{2\sqrt{s}} = \frac{aa-aa\sqrt{s}}{2\sqrt{s}} \times \frac{dy}{y} + aa \times \frac{dy}{a+y}$ , dont l'intégrale est  $\int u dt (ATUH) = \frac{aa-aa\sqrt{s}}{2\sqrt{s}} \times ly \pm aa \times \sqrt{a+y} + q = \frac{aa-aa\sqrt{s}}{2\sqrt{s}} \times lGT \pm aa \times lAB \pm GT + q$ , en prenant  $GT$  pour la valeur de  $y$  dans  $ly$ , & de  $\pm y$  dans  $\sqrt{a+y}$ , l'art. 4. de la Solut. donnant  $\pm y$  pour expression générale de  $GT$  dans tous les cas. Mais celui de  $ATUH = 0$ , qui (en rendant  $TU = AH$ ) rend  $GT = AL$ , réduit cette

intégrale à  $= 0 \frac{aa - aa\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} \times lAL \pm aa \times lAB \pm AL \pm q$ ,  
 d'où résulte  $q = \frac{aa\sqrt{5} - aa}{2\sqrt{5}} \times lAL \pm aa \times lAB \pm AL$ . Donc

cette intégrale précise est  $ATUH = \frac{aa - aa\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} \times lGT \pm$   
 $\frac{aa\sqrt{5} - aa}{2\sqrt{5}} \times lAL \pm aa \times lAB \pm GT \pm aa \times lAB \pm AL$  ( la  
 Solut. art. 3. donnant  $\frac{a\sqrt{5} - a}{2} = AD ) = -\frac{a}{\sqrt{5}} \times AD \times lGT$   
 $\pm \frac{a}{\sqrt{5}} \times AD \times lAT \pm aa \times lAB \pm GT \pm aa \times lAB \pm AL$ .

Or si après avoir pris dans les Fig. 1. 2.  $B\lambda = AL$ ,  
 $B\gamma = GT$ , depuis l'origine  $B$  vers  $\lambda$  sur  $AB$  prolongée  
 de ce côté-là ; & dans la Fig. 3.  $Ab = AB$ ,  $b\lambda = AL$ ,  
 $b\gamma = GT$ , sur  $BA$  prolongée de l'autre côté de  $AT$  ;  
 on fait  $\lambda M$ ,  $\gamma P$ ,  $BY$ ,  $bY$  parallèles à  $TA$  ; & que des  
 points  $M$ ,  $P$ ,  $Y$ , où elles rencontrent la logarithmique  
 $CGL$  prolongée aussi du côté de  $M$ , on lui fasse les or-  
 données  $MN$ ,  $PQ$ ,  $YZ$ , perpendiculaires en  $N$ ,  $Q$ ,  $Z$ ,  
 sur  $TA$  prolongées de ce côté-là : l'on aura ( en prenant  
 $AL$  pour l'unité )  $lAL = 0$ ,  $lGT = -AT$ ,  $lAB \pm AL =$   
 $lA\lambda = lMN = AN$ , &  $lAB \pm GT = lA\gamma = lPQ = A Q$ .  
 Donc l'intégrale précédente sera aussi pour lors  $ATUH$   
 $= \frac{a}{\sqrt{5}} \times AD \times AT \pm aa \times A Q \pm aa \times AN = \frac{a}{\sqrt{5}} \times AD \times AT$   
 $\pm aa \times N Q = \frac{AB \times AD \times AT}{\sqrt{5}} \pm AB \times AB \times N Q$ , dans la  
 quelle valeur  $N Q$  aura son origine en  $N$  ; qui répond à la  
 plus grande  $GT = AL = B\lambda$  dans les Fig. 1. 2. ou  $GT = AL$   
 $= b\lambda$  dans la Fig. 3. lorsque  $AT = 0$  dans toutes ; & son  
 terme en  $Z$  qui répond à la plus petite  $B\gamma = GT = 0$   
 dans les Fig. 1. 2.  $b\gamma = GT = 0$  dans la Fig. 3. lorsque  
 $AT$  est infinie dans toutes.

Donc enfin ( Lem. art. 3. pag. 244. ) les espaces parcourus pendant les tems  $AT$  ( 1 ), seront ici entr'eux dans tous les cas possibles , comme les grandeurs  $\frac{AB \times AD \times AT}{\sqrt{5}} \pm AB \times AB \times N Q$  correspondantes , ou comme les correspondantes  $AD \times AT \pm AB \times N Q \times \sqrt{5}$  : c'est-à-dire , comme les correspondantes  $AD \times AT - AB \times N Q \times \sqrt{5}$  dans cas des Fig. 1. 2. & comme les correspondantes  $AD \times AT$

+  $AB \times NQ \times \sqrt{5}$  dans celui de la Fig. 3.

## AUTRE SOLUTION.

I. Soit presentement  $\pm \frac{1}{4} \times \frac{a^4}{5xx} = aa - au - uu$ , ou  $xx = \frac{1}{4} \times \frac{\pm a^4}{aa - au - uu} = \frac{1}{4} \times \frac{a^4}{\pm aa \pm au \pm uu}$ , d'où résulte  $x = \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{aa}{\sqrt{\pm aa \pm au \pm uu}}$ , & conséquemment  $x = \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{aa}{\sqrt{\pm aa \pm ab \pm bb}}$  au commencement du mouvement où l'on suppose la premiere vitesse  $u = b$ : c'est-à-dire alors  $x = \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{aa}{\sqrt{aa - ab - bb}}$  dans le cas (Fig. 1. 2.) de  $b < \frac{a\sqrt{5}-a}{2}$ , &  $x = \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{aa}{\sqrt{-aa + ab + bb}}$  dans celui (Fig. 3.) de  $b > \frac{a\sqrt{5}-a}{2}$ : D'où l'on voit que les superieurs des doubles signes  $\pm$ ,  $\mp$ , sont pour le premier de ces deux cas, & les inferieurs pour le second.

II. L'équation  $\pm \frac{1}{4} \times \frac{a^4}{xx} = aa - au - uu$  donne aussi  $uu \mp au \mp \frac{1}{4} aa = \frac{1}{4} aa \mp \frac{1}{4} \times \frac{a^4}{xx} = \frac{1}{4} \times \frac{aa \mp \frac{a^4}{xx}}{xx}$ , & conséquemment  $u \mp \frac{1}{2} a = \frac{a\sqrt{5}}{2x} \times \sqrt{xx \mp aa}$ , ou  $u = \frac{a\sqrt{5}}{2x} \times \sqrt{xx \mp aa} - \frac{1}{2} a$ , d'où résulte  $du = \frac{a\sqrt{5}}{2} \times \frac{-dx \sqrt{xx \mp aa} + \frac{xx dx}{\sqrt{xx \mp aa}}}{xx}$

$= \frac{-xx dx \mp a a dx + xx dx}{xx \sqrt{xx \mp aa}} \times \frac{a\sqrt{5}}{2} = \frac{a\sqrt{5}}{2} \times \frac{\mp a a dx}{xx \sqrt{xx \mp aa}} = \pm \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{a^3 dx}{xx \sqrt{xx \mp aa}}$ . Donc ayant aussi (art. I)  $\pm \frac{1}{4} \times \frac{a^4}{xx} = aa - au - uu$ ,

l'on aura ici  $\frac{aa du}{aa - au - uu} = \frac{\pm \frac{\sqrt{5}}{2} \times a^3 dx}{\pm \frac{1}{4} a^4 \sqrt{xx \mp aa}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{aa dx}{\sqrt{xx \mp aa}}$

$\frac{4}{a\sqrt{5}} \times \frac{aa dx}{2\sqrt{xx \mp aa}}$ . Mais on a aussi trouvé ci-dessus (Solut. I.

art. 2.)  $\frac{aa du}{aa - au - uu} = dt$ . Donc on aura pareillement ici

$dt = \frac{4}{a\sqrt{5}} \times \frac{aa dx}{2\sqrt{xx \mp aa}}$ . Par conséquent (en intégrant)

$t = \frac{4}{a\sqrt{5}} \times \int \frac{aa dx}{2\sqrt{xx \mp aa}}$ : c'est-à-dire  $t = \frac{4}{a\sqrt{5}} \times \int \frac{aa dx}{2\sqrt{xx \mp aa}}$  pour

le cas (Fig. 1. 2.) de  $b < \frac{a\sqrt{5}-a}{2}$ , &  $t = \frac{4}{a\sqrt{5}} \times \int \frac{aa dx}{2\sqrt{xx \mp aa}}$

pour celui (Fig. 3.) de  $b > \frac{a\sqrt{5}-a}{2}$ .

FIG. IV.  
V.  
VI.

III. Pour trouver ces deux intégrales à la fois, soit une hyperbole équilatère  $LPO$  sur l'axe  $ZC$ , dont le centre soit  $Z$ , le demi-axe transverse  $ZL = a = AB$ , les abscisses  $ZQ = x$ , & conséquemment les ordonnées perpendiculaires correspondantes  $QP = \sqrt{xx + aa}$ : sçavoir  $QP = \sqrt{xx - aa}$  dans les Fig. 4. 5. pour le cas de  $b < \frac{av\sqrt{5}-a}{2}$ , &  $PQ = \sqrt{xx + aa}$  dans la Fig. 6. pour le cas de  $b > \frac{av\sqrt{5}-a}{2}$ . Soit prise  $ZM = \frac{av\sqrt{5}}{2}$ , & faite sur elle en  $M$  une perpendiculaire  $MB$  qui rencontre l'hyperbole  $LPO$  en  $\Delta$ , son asymptote  $ZO$  en  $D$ , & la droite  $ZP$  en  $N$ .

1°. Par la nature de l'hyperbole  $LPO$ , l'on aura en général  $M\Delta = \sqrt{\frac{1}{4}aa + aa}$ : sçavoir  $M\Delta = \sqrt{\frac{1}{4}aa - aa} = \sqrt{\frac{1}{4}aa} = \frac{1}{2}a$  dans les Fig. 4. 5. &  $M\Delta = \sqrt{\frac{1}{4}aa + aa} = \sqrt{\frac{9}{4}aa} = \frac{3}{2}a$  dans la Fig. 6.

2°. Les triangles (*Constr.*) semblables  $ZQP$ ,  $ZMN$ , donneront aussi en général  $ZQ(x) : ZM\left(\frac{av\sqrt{5}}{2}\right) :: QP(\sqrt{xx + aa}) : MN = \frac{av\sqrt{5}}{2x} \sqrt{xx + aa}$ . De sorte qu'en prenant  $MA = \frac{1}{2}a$ , ce qui fera (*nombr. 1.*) tomber  $A$  en  $\Delta$  dans les Fig. 4. 5. l'on aura dans toutes les trois Fig. 4. 5. 6.  $AN = \frac{av\sqrt{5}}{2x} \sqrt{xx + aa} - \frac{1}{2}a$  (*art. 2.*) =  $u$ , vitesse restante à la fin du tems  $t$  malgré les résistances supposées.

IV. De plus ayant (*hyp.*)  $u = b$  au commencement du mouvement, & conséquemment alors (*art. 1.*)  $x = \frac{av\sqrt{5}}{2} \times \frac{b}{\sqrt{\frac{1}{4}aa + ab + bb}}$ , & conséquemment aussi pour lors  $\sqrt{xx + aa} = \sqrt{\frac{\frac{1}{4}a^4}{\frac{1}{4}aa + ab + bb} + aa} = \frac{\sqrt{\frac{1}{4}a^4 - a^4 + a^3b + aabb}}{\sqrt{\frac{1}{4}aa + ab + bb}} = \frac{\sqrt{\frac{1}{4}a^4 + a^3b + aabb}}{\sqrt{\frac{1}{4}aa + ab + bb}} = \frac{\frac{1}{2}aa + ab}{\sqrt{\frac{1}{4}aa + ab + bb}}$ ; si l'on prend l'abscisse  $Z\phi(x) = \frac{av\sqrt{5}}{2} \times \frac{a}{\sqrt{\frac{1}{4}aa + ab + bb}}$ , & conséquemment l'ordonnée correspondante  $\phi\psi(\sqrt{xx + aa}) = \frac{\frac{1}{2}aa + ab}{\sqrt{\frac{1}{4}aa + ab + bb}}$ , & qu'on mene la droite  $Z\psi$  qui rencontre  $MB$  en  $H$ ;  
les



les triangles semblables  $Z\phi\psi$ ,  $ZMH$ , donneront aussi

$$Z\phi \left( \frac{a\sqrt{s}}{2} \times \frac{a}{\sqrt{\pm aa \pm ab \pm bb}} \right) \cdot \phi\psi \left( \frac{\frac{1}{2}aa \pm ab}{\sqrt{\pm aa \pm ab \pm bb}} \right) :: ZM \left( \frac{\sqrt{s}}{2} \right) \cdot MH = \frac{1}{2}a \pm b. \text{ Donc ayant déjà (art. 3. nomb. 2.)}$$

$$MA = \frac{1}{2}a, \text{ l'on aura aussi } AH = b \text{ vitesse initiale supposée; \& de plus } AD = MD - AM = ZM - AM = \frac{a\sqrt{s}}{2} - \frac{a}{2} = \frac{a\sqrt{s} - aa}{2}.$$

V. Puisque (art. 3. nomb. 2.)  $AN = u$  vitesse restante à la fin du tems  $t$  malgré les résistances supposées, & (art. 4.)  $AH = b$  vitesse initiale, ou supposée au commencement de ce tems; il est manifeste que  $t=0$ , rendant  $u=b$ , rend aussi  $AN=AH$ , & conséquemment  $ZP$  en  $Z\psi$ ,  $\mathcal{Q}P$  en  $\phi\psi$ , &  $Z\mathcal{Q}$  en  $Z\phi$ ; ce qui réduit alors le secteur hyperbolique  $LZP$  à  $LZ\psi$ .

VI. Après cela pour trouver l'intégrale  $t = \frac{4}{a\sqrt{s}} \times \int \frac{aadx}{2\sqrt{xx \pm aa}}$  requise dans l'art. 2. soit l'ordonnée  $qp$  infiniment proche de  $\mathcal{Q}P$ , avec le droite  $Zp$  infiniment proche de  $ZP$ . Le triangle rectangle  $Z\mathcal{Q}P = \frac{x}{2}\sqrt{xx \pm aa}$  différentié donnera  $\mathcal{Q}Ppq \pm PZp = \frac{dx\sqrt{xx \pm aa}}{2} +$

$$\frac{xx dx}{2\sqrt{xx \pm aa}} = \frac{2xx dx \pm aadx}{2\sqrt{xx \pm aa}}. \text{ Mais la trapeze } \mathcal{Q}Ppq = \frac{dx\sqrt{xx \pm aa}}{2} = \frac{2xx dx \pm aadx}{2\sqrt{xx \pm aa}}. \text{ Donc le secteur hyperbolique } \pm PZp = \frac{\pm aadx}{2\sqrt{xx \pm aa}}, \text{ ou } \frac{aadx}{2\sqrt{xx \pm aa}} = PZp. \text{ Par conséquent (en intégrant) } \int \frac{aadx}{2\sqrt{xx \pm aa}} = LZP + q. \text{ Donc}$$

ayant en général (art. 2.)  $t = \frac{4}{a\sqrt{s}} \times \int \frac{aadx}{2\sqrt{xx \pm aa}}$ , l'on aura aussi en général  $t = \frac{4}{a\sqrt{s}} \times LZP + q$ . Mais le cas de  $t=0$ , rendant (art. 5.)  $LZP = LZ\psi$ , réduit cette intégrale à  $0 = \frac{4}{a\sqrt{s}} \times LZ\psi + q$ , d'où résulte  $q = -\frac{4}{a\sqrt{s}} \times LZ\psi$ . Donc

cette intégrale complete est  $t = \frac{4}{a\sqrt{s}} \times LZP - \frac{4}{a\sqrt{s}} \times LZ\psi$

$\frac{4}{av^5} \times \downarrow ZP$  ( *art.* 5. donnant  $ZM = \frac{av^5}{2}$ , & conséquemment  $\frac{2}{ZM} = \frac{4}{av^5}$  )  $= 2 \times \frac{\downarrow ZP}{ZM}$ , en commençant à l'origine  $\downarrow$  vers  $O$  à l'infini.

VII. Donc en prenant par tout du point  $A$  sur la droite  $ATC$  parallele à  $ZC$ , les abscisses  $AT = 2 \times \frac{\downarrow ZP}{ZM}$  l'on aura aussi par tout ( *art.* 6. ) ces  $AT = t$  pour les tems écoulés depuis le commencement du mouvement. Mais on a d'ailleurs ( *art.* 3.  *nomb.* 2. ) les  $AN = u$  pour les vitesses restantes à la fin de ces tems malgré les résistances supposées. Donc en faisant autant de rectangles  $NT$ , de chacune des  $AT(t)$  &  $AN(u)$  correspondantes, la ligne  $UC$  qui passera par tout leurs angles  $U$  ainsi trouvés à l'infini, sera la Courbe cherchée des vitesses ( $u$ ) restantes à la fin des tems ( $t$ ) malgré les résistances supposées, laquelle on a vû ( *Solut.* i. *art.* 2. ) avoir  $dt = \frac{aadu}{aa - au - uu}$  pour son équation, les  $AT(t)$  &  $AN(u)$  venant ( *art.* 3.  *nomb.* 2. *art.* 6. ) d'en résulter. Ce qu'il falloit encore premierement trouver.

VIII. Si l'on prend presentement  $AF = AH$  ( *art.* 4. )  $= b$  sur  $DA$  du côté de  $M$ , & qu'on mene la droite  $FV$  inclinée de 45. degrés sur  $FX$  parallele à  $ATC$ , lesquelles rencontrent  $UT$  prolongée en  $V$ ,  $X$ ; le Lem. *art.* 1. pag. 244. donnera  $TV = v$  pour les vitesses primitives qui dans le vuide, & à la fin des tems  $AT$  ou  $FX$ , résulteroient de l'initiale  $AF(b)$  & de l'acceleration qu'on y suppose avec Galilée en raison de ces tems écoulés, desquelles vitesses primitives  $TV(v)$  les restantes à la fin de ces mêmes tems dans le milieu résistant supposé, seroient  $TU(u)$ . Le même Lem. *art.* 1. pag. 243. fait voir aussi qu'après la construction précédente ( *art.* 7. ) de la Courbe  $VC$  de ces vitesses restantes  $TU(u)$ , si l'on prend par tout  $UR = TV$ , la ligne  $ARC$ , qui passera par tous les points  $R$  ainsi trouvés, sera pareillement la Courbe des résistances totales  $TR(r)$  faites par le milieu résistant supposé pendant chaque tems entier écoulé  $AT(t)$ ; & consé-

quemment aussi la Courbe des vitesses perduës ou retranchées des primitives  $TV (v)$  pendant chacun de ces tems entiers, en sorte que les restantes à la fin de ces tems malgré les résistances supposées, ne soient que  $TU (u) = UR - TR = TV - TR = RV$  conformément à l'art. 1. du Lem. de la pag. 243. *Ce qu'il falloit encore secondement trouver.*

## COROLLAIRE XV.

Puisque (*hyp.*)  $u=b$  au commencement du mouvement, qui rend  $AT (t) = 0$ , il est manifeste que  $T$  en  $A$  rendra ici  $TU (u) = b$  (*Solut. 2. art. 4.*)  $= AH$ ; & qu'ainsi la Courbe  $UC$  passera par  $H$ , ainsi qu'on l'a déjà vu dans le Corol. 1.

## COROLLAIRE XVI.

Le cas de  $x$  infinie dans  $\frac{a\sqrt{s}}{2x}\sqrt{xx+aa}-\frac{1}{2}a$  (*Solut. 2. art. 3. nomb. 2.*)  $= AN$  (*Solut. 2. art. 7.*)  $= TU$ , rendant pour lors  $TU (u) = \frac{a\sqrt{s}}{2x}\sqrt{xx}-\frac{1}{2}a = \frac{a\sqrt{s-a}}{2}$  (*Solut. 2. art. 4.*)  $= AD$ ; cette même  $x (ZQ)$  infinie rendant aussi pour lors le secteur hyperbolique  $\downarrow ZP$  infini, & conséquemment le tems  $AT \left( 2 \times \frac{\downarrow ZP}{ZM} \right)$  pareillement infini; il est manifeste que ce cas de  $AT (t)$  infini, doit rendre par tout ici la dernière vitesse  $TU (u) = AD$ , qui pour cette raison est appelée *terminale*: c'est-à-dire que  $AD \left( \frac{a\sqrt{s-a}}{2} \right)$  doit être la plus grande de toutes les vitesses possibles  $TU (u)$  restantes des primitives  $TV (v)$  malgré les résistances supposées dans les Fig. 4. 5. dans lesquelles la vitesse initiale  $AD (b)$  est moindre que  $AD \left( \frac{a\sqrt{s-a}}{2} \right)$ ; & la moindre de toutes les possibles dans la Fig. 6. dans laquelle l'initiale  $AH (b)$  est plus grande que cette terminale  $AD \left( \frac{a\sqrt{s-a}}{2} \right)$ . D'où l'on voit que  $DC$  parallèle à  $ATC$ , doit être une asymptote de la Courbe  $HUC$

Sff ij

508 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
des vitesses restantes  $TU (u)$  dans tous les cas possibles ,  
ainsi qu'on l'a déjà vû dans le Corol. 6. Et delà suivent  
encore les Corol. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. de la maniere  
qu'on les a vû suivre de ce Corol. 6.

### COROLLAIRE XVII.

Pour ce qui est des espaces ici parcourus pendant les  
tems  $AT (t)$  en vertu des vitesses  $TU (u)$  restantes des  
primitives  $TV (v)$  à chaque instant de ces tems ; la So-  
lur. 2. art. 2. ayant donné  $u = \frac{av\sqrt{5}}{2x} \sqrt{xx+aa} - \frac{1}{2}a$ , &  $dt =$   
 $\frac{4}{av\sqrt{5}} \times \frac{aadx}{2\sqrt{xx+aa}}$ , doit donner aussi  $u dt = \frac{aadx}{x} - \frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{aadx}{2\sqrt{xx+aa}}$ .  
Donc, en intégrant,  $\int u dt (ATUH) = aa \times lx - \frac{2}{\sqrt{5}} \times$   
 $\int \frac{aadx}{2\sqrt{xx+aa}} + q$  ( cette même Solur. 2. art. 3. 6. donnant  
 $x = Z\mathcal{Q}$ , &  $\int \frac{aadx}{2\sqrt{xx+aa}} = LZP ) = aa \times lZ\mathcal{Q} - \frac{2}{\sqrt{5}} \times LZP + q$ .  
Mais le cas de  $ATUH = 0$ , qui rend aussi  $AT (t) = 0$ ,  
rendant ( Solur. 2. art. 5. )  $LZP = LZ\downarrow$ , &  $Z\mathcal{Q} = Z\phi$ ,  
réduit cette intégrale à  $0 = aa \times lZ\phi - \frac{2}{\sqrt{5}} \times LZ\downarrow + q$ ,  
d'où résulte  $q = -aa \times lZ\phi + \frac{2}{\sqrt{5}} \times LZ\downarrow$ . Donc cette in-  
tégrale précise est  $ATUH = aa \times lZ\mathcal{Q} - aa \times lZ\phi - \frac{2}{\sqrt{5}} \times$   
 $LZP + \frac{2}{\sqrt{5}} \times LZ\downarrow = aa \times l \frac{Z\mathcal{Q}}{Z\mathcal{P}} - \frac{2}{\sqrt{5}} \times \downarrow ZP$  qui a  $\downarrow$  pour  
origine fixe. Donc ( Lem. art. 3. pag. 244. ) les espaces  
parcourus pendant les tems  $AT \left( 2 \times \frac{\downarrow ZP}{ZM} \right)$ , doivent être  
ici entr'eux comme les grandeurs  $aa \times l \frac{Z\mathcal{Q}}{Z\mathcal{P}} - \frac{2}{\sqrt{5}} \times \downarrow ZP$   
correspondantes, ou comme les correspondantes  $aa \times l \frac{Z\mathcal{Q}}{Z\mathcal{P}}$   
 $+ \frac{2}{av\sqrt{5}} \times \downarrow ZP$ , c'est-à-dire ( Solur. 2. art. 3. ) comme les  
correspondantes  $ZL \times \frac{Z\mathcal{Q}}{Z\mathcal{P}} - \frac{\downarrow ZP}{ZM}$

## COROLLAIRE XVIII.

Pour exprimer sans logarithmes, & par le moyen de la seule hyperbole  $LPO$ , les espaces ici parcourus, déjà exprimés (*Corol.* 14.) en feuls logarithmiques; soient du centre  $Z$  par les points  $\phi$ ,  $\mathcal{Q}$ ,  $q$ , les arcs de cercles  $\phi\beta$ ,  $\mathcal{Q}\Pi$ ,  $q\pi$ , lesquels rencontrent en  $\beta$ ,  $\Pi$ ,  $\pi$ , l'asymptote  $ZO$  de l'hyperbole  $LPO$ , desquels points  $\beta$ ,  $\Pi$ ,  $\pi$ , soient les ordonnées  $\beta\delta$ ,  $\Pi\mu$ ,  $\pi\nu$ , perpendiculaires à cette asymptote, & qui rencontrent l'hyperbole en  $\delta$ ,  $\mu$ ,  $\nu$ .

Cela fait, si l'on appelle  $\Pi\mu$ ,  $s$ ; ayant déjà (*Solut.* 2.

$$\text{art. 3. 4.}) \quad ZL = a, \quad Z\phi = \frac{a\sqrt{5}}{2} \times \frac{a}{\sqrt{+aa+ab+bb}}, \quad Z\mathcal{Q} = x;$$

$$\text{l'on aura non-seulement } Z\beta = \frac{a\sqrt{5}}{2} \times \frac{a}{\sqrt{+aa+ab+bb}}, \quad \&$$

$$Z\Pi = x; \text{ mais encore } sx = \frac{1}{2}aa, \text{ ou } 2s = \frac{aa}{x}; \quad \& \text{ par}$$

$$\text{conséquent } \frac{aadx}{x} = 2sdx = 2 \times \Pi\mu\nu\pi. \text{ Or (} \textit{Corol. 17.})$$

$$udt = \frac{aadx}{x} - \frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{aadx}{2\sqrt{xx+aa}}. \text{ Donc aussi } udt = 2 \times \Pi\mu\nu\pi -$$

$$\frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{aadx}{2\sqrt{xx+aa}}. \text{ Par conséquent } \int udt \text{ (} \textit{ATUH}) = -2 \times$$

$$O\Pi\mu O - \frac{2}{\sqrt{5}} \times \int \frac{aadx}{2\sqrt{xx+aa}} + q, \text{ en prenant } \Pi\mu\nu\pi \text{ pour l'é}$$

lement de l'aire  $O\Pi\mu O$ , laquelle diminuant à mesure que  $ATUH$  augmente, doit résulter négative d'un éle-

ment positif. Or (*Solut.* 2. *art.* 6.)  $\int \frac{aadx}{2\sqrt{xx+aa}} = LZP.$

$$\text{Donc } ATUH = -2 \times O\Pi\mu O - \frac{2}{\sqrt{5}} \times LZP + q. \text{ Mais}$$

le cas de  $ATUH = 0$ , le même que celui de  $AT$

(*t*)  $= 0$ , qui (*Solut.* 2. *art.* 5.) rend  $Z\mathcal{Q} = Z\phi$ ,

& conséquemment (*Constr.*)  $Z\Pi = Z\beta$ , rendant ainsi

$$O\Pi\mu O = O\beta\delta O, \quad \& \quad LZP = LZ\downarrow, \text{ réduit cette inté}$$

$$\text{grale à } 0 = -2 \times O\beta\delta O - \frac{2}{\sqrt{5}} \times LZ\downarrow + q, \text{ d'où résulte } q =$$

$$2 \times O\beta\delta O + \frac{2}{\sqrt{5}} \times LZ\downarrow. \text{ Donc cette intégrale précise est}$$

$$ATUH = 2 \times O\beta\delta O + \frac{2}{\sqrt{5}} \times LZ\downarrow - 2 \times O\Pi\mu O - \frac{2}{\sqrt{5}} \times LZP$$

$$= 2 \times \beta\delta\mu\Pi - \frac{2}{\sqrt{5}} \times \downarrow ZP, \text{ différence d'aires qui ont leurs}$$

510 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 origines en  $\beta$ ,  $\psi$ . Donc aussi ( *Lem. art. 3. pag. 244.* ) les  
 espaces ici parcourus pendant les tems  $AT$   $\left( 2 \times \frac{\psi ZP}{ZM} \right)$   
 doivent être ici entr'eux comme les differences  $2 \times \beta \delta \mu \Pi$   
 $-\frac{2}{\sqrt{5}} \times \psi ZP$  correspondantes, ou comme les correspondan-  
 tes  $\beta \delta \mu \Pi \times \sqrt{5} - \psi ZP$ .

### COROLLAIRE XIX.

FIG. VII. Tout ce qu'on voit des Fig. 4. 5. 6. dans les Fig. 7. 8. 9.  
 VIII. y demeurant le même, pour y trouver encore autrement  
 IX. le rapport des espaces ici parcourus pendant les tems  $AT$   
 $\left( 2 \times \frac{\psi ZP}{ZM} \right)$ , soit du centre  $Z$  par  $A$  l'hyperbole équilate-  
 re  $\omega AC$  entre les asymptotes orthogonales  $ZC$ ,  $Z\omega$ , dans  
 les Fig. 7. 8. 9. avec son opposée  $KYG$  entre les mêmes  
 asymptotes prolongées vers  $K$ ,  $G$ , dans la Fig. 9. Soient  
 prises ensuite sur  $CK$  les abscisses  $ZV = \frac{ZM^2 - MH^2}{ZL}$  con-  
 stante, &  $ZS = \frac{ZM^2 - MN^2}{ZL}$  variable : positives l'une &  
 l'autre dans les Fig. 7. 8. qui ont  $MH$ ,  $MN$ , plus petites  
 que  $MD$  égale à  $ZM$ , & négatives dans la Fig. 9. qui les a  
 plus grandes que cette même  $MD$  ou  $ZM$ . De sorte que si  
 l'on fait les ordonnées  $VX$ ,  $SY$ , correspondantes parallè-  
 les à  $MA$ , & qui rencontrent les hyperboles  $\omega AC$ ,  $KYG$ ,  
 en  $X$ ,  $Y$ ; ces hyperboles opposées donnant  $VX = \frac{ZM \times MA}{ZV}$ ,  
 $SY = \frac{ZM \times MA}{ZS}$ , ces ordonnées  $VX$ ,  $SY$ , se trouveront pa-  
 reillement positives dans les Fig. 7. 8. & négatives dans la  
 Fig. 9. de même que les diviseurs ou numerateurs  $ZV$ ,  $ZS$ ,  
 le dénominateur commun  $ZM \times MA$  étant positif de part  
 & d'autre; d'où l'on voit que ces trois Figures sont ici tel-  
 les qu'elles y doivent être.

Cela posé, les art. 3. 4. de la Solut. 2. donnant  
 $ZL = a$ ,  $ZM = \frac{a\sqrt{5}}{2}$ ,  $MA = \frac{1}{2}a$ ,  $AH = b$ ,  $AN = u$ ,  
 & conséquemment  $MH = \frac{1}{2}a - b$ ,  $MN = \frac{1}{2}a + u$ , don-  
 neront  $XV = \left( \frac{ZM^2 - MH^2}{ZL} \right) = \frac{\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{4}a^2 - ab - bb}{a} = \frac{aa - ab - bb}{a}$ ,

& les  $ZS \left( \frac{ZM^2 - MN^2}{ZL} \right) = \frac{\frac{1}{2}aa - \frac{1}{2}aa - au - uu}{a} = \frac{aa - au - uu}{a}$ ,

qui dans le cas de  $TU(u) = AH(b)$  deviennent  $ZS = \frac{aa - ab - bb}{a} = ZV$ , & qui augmentant ou diminuant alternativement avec les  $TU(u)$ , doivent avoir leurs élémens  $Ss = \frac{adu + 2udu}{a}$ . L'on aura de plus  $VX \left( \frac{ZM \times MA}{ZV} \right)$

$= \frac{aa\sqrt{s}}{4} \times \frac{a}{aa - ab - bb}$ , &  $SY \left( \frac{ZM \times MA}{ZS} \right) = \frac{aa\sqrt{s}}{4} \times \frac{a}{aa - au - uu}$ .

Donc en ajoutant l'ordonnée  $sy$  parallèle à  $SY$ , & infiniment près d'elle, l'on aura ici dans tous les cas  $SY \times Ss$

$(SYs) = \frac{aa\sqrt{s}}{4} \times \frac{adu + 2udu}{aa - au - uu} = \frac{a\sqrt{s}}{4} \times \frac{aadu + 2aadu}{aa - au - uu}$ .

Or (Solut. 2. art. 2.)  $\frac{aadu}{aa - au - uu} = \frac{4}{a\sqrt{s}} \times \frac{aadx}{2\sqrt{xx} + aa}$  (Solut.

2. art. 6)  $= \frac{4}{a\sqrt{s}} \times PZp$ , ou  $PZp = \frac{a\sqrt{s}}{4} \times \frac{aadu}{aa - au - uu}$ . Donc

$SYs - PZp = \frac{a\sqrt{s}}{4} \times \frac{2aadu}{aa - au - uu} = \frac{\sqrt{s}}{2} \times \frac{aadu}{aa - au - uu}$ . Mais

l'art. 2. de la Solut. 1. donnant  $dt = \frac{aadu}{aa - au - uu}$ , doit aussi

donner  $\frac{\sqrt{s}}{2} \times udt = \frac{\sqrt{s}}{2} \times \frac{aadu}{aa - au - uu}$ . Donc  $\frac{\sqrt{s}}{2} \times udt = SYs$

$- PZp$ ; & (en intégrant)  $\frac{\sqrt{s}}{2} \times fudt = fSYs - fPZp + q = VSIX - LZP + q$ .

Mais le cas de  $fudt (ATUH) = 0$ , qui rend  $TU(u)$

$= AH(b)$ , & conséquemment  $ZS \left( \frac{aa - au - uu}{a} \right) =$

$\frac{aa - ab - bb}{a} = ZV$ , ou  $VS = 0$ , rendant ainsi  $VSIX = 0$ ,

& (Solut. 2. art. 5.)  $LZP = LZ\downarrow$ , réduit cette intégrale à  $0 = -LZ\downarrow + q$ , d'où résulte  $q = LZ\downarrow$ . Donc cette

intégrale précise est  $\frac{\sqrt{s}}{2} \times ATUH = VSIX - LZP +$

$LZ\downarrow = VSIX - \downarrow ZP$ , ou  $ATUH = \frac{2}{\sqrt{s}} \times \frac{\downarrow ZP}{VSIX} - \downarrow XP$ .

Donc aussi (Lem. art. 3. pag. 244.) les espaces parcourus

pendant les tems  $AT \left( 2 \times \frac{\downarrow ZP}{ZM} \right)$ , doivent être ici entr'eux

comme les différences  $VSIX - \downarrow ZP$  des aires hyperboli-

ques  $VSIX$ ,  $\downarrow ZP$  correspondantes depuis les origines

fixes  $V$ ,  $\downarrow$ , vers  $Z$ ,  $O$ .

## COROLLAIRE XX.

La même chose se peut encore trouver en considérant que  $PZp. NZn :: \overline{ZP}^2 . \overline{ZN}^2 :: \overline{ZQ}^2 . \overline{ZM}^2 :: \overline{QP}^2 . \overline{MN}^2 :: \frac{\overline{ZQ}^2 - \overline{QP}^2 . \overline{ZM}^2 - \overline{MN}^2}{\overline{ZM}^2 - \overline{MN}^2} :: \frac{\pm \overline{ZL}^2 . \overline{ZM}^2 - \overline{MN}^2}{\overline{ZL}^2} :: \pm \overline{ZL} . \pm \overline{ZS} :: \overline{ZL} . \overline{ZS}$ . Le supérieur du double signe  $\pm$  étant pour les Fig. 7. 8. & l'inférieur pour la Fig. 9. c'est-à-dire pour les trois ensemble  $PZp. NZn :: \overline{ZL} . \overline{ZS}$ . Car ayant ainsi  $\overline{ZS} = \frac{\overline{ZL} \times \overline{NZn}}{\overline{PZp}}$   
 $= \frac{\overline{ZL} \times \overline{ZM} \times \overline{Nn}}{2 \times \overline{PZp}}$  ( soit  $PZp$  constant & égal  $\overline{ZL} \times \overline{dn}$ , dont  $\overline{dm}$  soit conséquemment un infiniment petit constant )  
 $= \frac{\overline{ZM} \times \overline{Nn}}{2 \overline{dm}}$  ; l'on aura  $SY \left( \frac{\overline{ZM} \times \overline{MA}}{\overline{ZS}} \right) = \frac{2 \times \overline{MA} \times \overline{dm}}{\overline{Nn}}$  ( *Solut. 2. art. 3. 4.* )  $\frac{\overline{ZL} \times \overline{dm}}{\overline{Nn}}$  ; outre que  $\overline{ZS}$  ( *Corol. 19.* )  $= \frac{\overline{ZM}^2 - \overline{MN}^2}{\overline{ZL}}$ , augmentant alternativement avec  $\overline{MN}$ , aura son élément  $Ss = \frac{2 \times \overline{MN} \times \overline{Nn}}{\overline{ZL}}$ . Donc  $SY \times Ss$  (  $SYs$  )  $= 2 \overline{MN} \times \overline{dm}$ . Par conséquent ayant déjà  $PZp = \overline{ZL} \times \overline{dm}$  ( *Solut. 2. art. 3. 4.* )  $= 2 \times \overline{MA} \times \overline{dm}$ , l'on aura pareillement  $SYs - PZp = 2 \times \overline{MN} \times \overline{dm} - 2 \times \overline{MA} \times \overline{dm} = 2 \overline{dm} \times \overline{AN}$  ( *Solut. 2. art. 3. nomb. 2.* )  $= 2 \overline{dm} \times \overline{TU}$ . Donc  $\overline{dm}$  étant ( *hyp.* ) constante, la somme  $VSTX - \downarrow ZP$  des  $SYs - PZp$  sera par tout ici proportionnelle à la somme  $ATUH$  des vitesses  $TU$  correspondantes, & conséquemment encore ( *Lem. art. 3. pag. 244.* ) en raison des espaces ici parcourus pendant les tems  $AT \left( 2 \times \frac{\downarrow ZP}{\overline{ZM}} \right)$  en vertu de ces vitesses restantes malgré les résistances supposées, ainsi que dans le Corol. 19.

## COROLLAIRE XXI.

La même chose se peut encore démontrer plus simplement, en considérant seulement que puisque ( *Corol. 19.* )  $\frac{\sqrt{s}}{2} \times \overline{udt} = SYs - PZp$ , il n'y a qu'à prendre les instans  $dt$  constans pour avoir les vitesses  $TU(u)$  ou  $AN$  par



par tout ici en raison des différences élémentaires  $STYs$  —  $PZp$  correspondantes ; & conséquemment aussi les sommes de ces vitesses, ou ( *Lem. art. 3. pag. 244.* ) les espaces ici parcourus pendant les tems  $AT$   $\left( 2 \times \frac{\downarrow ZP}{ZM} \right)$ , encore entr'eux comme les sommes  $VSYX$  —  $\downarrow ZP$  de ces différences élémentaires, c'est-à-dire, comme les différences dont les aires hyperboliques correspondantes  $VSYX$  surpassent les hyperbolyques  $\downarrow ZP$  pareillement correspondantes.

On verra comme dans la réflexion italique de la pag. 364. que lorsque  $AT$  est infinie, cette différence d'aires hyperboliques alors infinies, est pareillement infinie, en ce que la première  $VSYX$  se trouve pour lors multiple de la seconde  $\downarrow ZP$ . Ce qui fera voir que l'espace ici parcouru pendant un tems  $AT$   $\left( 2 \times \frac{\downarrow ZP}{ZM} \right)$  infini, seroit aussi infini.

Les espaces ici parcourus pendant des tems quelconques pourroient encore se trouver en d'autres manieres, telles que sont celles des Corol. 11. 12 13. 14. du Prob. de la pag. 244. lesquelles sont trop faciles à accommoder à la généralité de celui-ci pour s'y arrêter davantage.

## COROLLAIRE XXII.

Puisque ( *Corol. 19.* )  $\pm ZS = \frac{aa - au - uu}{a} = a - \frac{au - uu}{a}$ , le supérieur du double signe  $\pm$  étant pour les Fig. 7. 8. & l'inférieur pour la Fig. 9. l'on aura aussi  $\frac{au + uu}{a} = a + ZS$  ( *Solut. 2. art. 3.* )  $= ZL + ZS$  : sçavoir  $\frac{au + uu}{a} = ZL - ZS = LS$  dans les Fig. 7. 8. &  $\frac{au + uu}{a} = ZL + ZS$  ( soit du centre  $Z$  le quart de cercle  $L\lambda$  dans la Fig. 9. )  $= Z\lambda + ZS = \lambda S$  dans la Fig. 9. Donc les résistances instantanées du milieu étant ici ( *hyp.* ) comme les  $u + \frac{uu}{a}$  ou  $\frac{au + uu}{a}$  correspondantes ; les  $LS$ ,  $\lambda S$ , correspondantes seront ici comme ces mêmes résistances instantanées, la dernière desquelles après un tems infini ( qui rendroit

$$u = \frac{av\sqrt{s-a}}{2} \text{ suivant le Cor. 16. } \text{seroit } \frac{aa\sqrt{s-aa}}{2a} + \frac{5aa-2aa\sqrt{s+aa}}{4a}$$

$$= \frac{2aa\sqrt{s-2aa+5aa-2aa\sqrt{s+aa}}}{4a} = \frac{4aa}{4a} = a \text{ (Solut. 2. art. 3.)}$$

$= \bar{Z}L = Z\lambda$ ; & laquelle de plus ( *Corol. 7.* ) seroit égale à la pesanteur constante du mobile. Donc les résistances instantanées du milieu doivent être ici à cette pesanteur ::  $LS. ZL$ . dans les Fig. 7. 8. Et ::  $\lambda S. Z\lambda$ . dans la Fig. 9. Ainsi en prenant  $ZL$  ou son égale  $Z\lambda$  pour cette pesanteur du mobile, l'on aura ici  $LS$  dans les Fig. 7. 8. &  $\lambda S$  dans la Fig. 9. pour les résistances instantanées que lui fait le milieu supposé à la fin des tems correspondans  $AT \left( 2 \times \frac{\downarrow ZP}{ZM} \right)$ ; & chaque  $ZS$  pour la différence de force dont cette pesanteur du mobile surpassé alors chacune de ces résistances dans le cas des Fig. 7. 8. où est alors surpassée par chacune d'elles dans celui de la Fig. 9. c'est-à-dire, pour ce qu'il y aura de cette pesanteur employé à produire l'augmentation de vitesse qui ( *Corol. 4.* ) survient au mobile à l'instant de cette résistance dans le premier de ces deux cas, ou pour ce qu'il y aura de cette résistance employé ( *Corol. 5.* ) à retarder ce mobile dans le second.

### COROLLAIRE XXIII.

Donc lorsque  $ZS = 0$ , la vitesse du mobile n'augmente ni ne diminue plus du tout. Mais ce cas, qui rend  $VS = VZ$ , rendant pareillement ( *Corol. 19.* )  $\overline{ZM}^2 - \overline{MN}^2 = 0$ , & conséquemment  $ZM = MN = MA + AN$ , rend  $AN(TU) = ZM - MA = DM - MA = AD$ . Ce même cas rendant de plus ( *Corol. 19.* )  $aa - uu - uu = 0$ , doit rendre au contraire  $x(ZQ)$  infinie dans l'équation  $\pm \frac{1}{4} \times \frac{a^4}{xx} = aa - au - uu$  de l'art. 1. de la Solut. 2. & conséquemment aussi le tems  $AT \left( 2 \times \frac{\downarrow ZP}{ZM} \right)$  infini. Donc la vitesse  $AN(TU)$  du mobile doit être encore ici  $AD$  après un tems infini; & conséquemment  $AD$  doit être la plus grande ( *Fig. 7. 8.* ) que le milieu

résistant supposé puisse permettre au mobile, même après un tems infini, dans le cas de l'initiale  $AH$  moindre que cette dernière vitesse  $AD$ ; & la moindre qu'il puisse lui laisser (Fig. 9.) dans le cas de  $AH$  plus grande que  $AD$ . Donc quoique les vitesses  $AN$  ( $TU$ ) s'accroissent ici toujours (Corol. 4.) dans le premier de ces deux cas, & qu'elles s'y retardent toujours (Corol. 5.) dans le second; la plus grande dans le premier, & la moindre dans le second, ne peut jamais être qu'égalée à la finie  $AD$ , même après un tems infini, ainsi qu'on l'a déjà vu dans les Corol. 6. 16. Et delà suivent encore les Corol. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. de la manière qu'on les a vu suivre du Corol. 6.

Le rapport trouvé dans le Corol. 22. entre la pesanteur du mobile, la résistance qui s'y oppose à chaque instant, & la différence ou l'excès de force dont cette pesanteur surpasse cette résistance, ou est surpassée par elle; suit encore en général de l'équation  $\frac{dt}{aa} = \frac{dt-du}{au+uu}$  trouvée pour la Courbe HUC dans l'art. 2. de la Solut. 1. ainsi qu'on l'a déjà vu dans la Remarq. 3. pag. 371. pour le cas du Probl. de la pag. 244. dont l'équation est la même que celle-ci, excepté seulement que  $AT(t) = 0$ , rend là  $TU(u) = 0$ , & ici  $TU(u) = AH(b)$

## COROLLAIRE XXIV.

On sçait que les aires hyperboliques  $VSTX$  croissent ou décroissent en progression arithmétique à mesure que leurs abscisses  $ZS$  décroissent ou croissent en progression géométrique. Mais on vient de voir (Corol. 22.) que ces abscisses  $ZS$  sont ici comme les différences ou excès de force dont la pesanteur constante du mobile surpasse les résistances instantanées du milieu résistant supposé, ou est surpassée par elles. Donc en prenant ces différences ou excès de force en progression géométrique, les aires hyperboliques  $VSTX$  croîtront arithmétiquement à mesure que ces différences ou excès de forces diminuëront géométriquement. Par conséquent les tems écoulés du mouvement étant ici (Solut. 2. art. 6.) comme les secteurs

516 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 $\downarrow ZP$  correspondans , & ( *Corol.* 19. 20. 21. les espaces ici parcourus pendant ces tems , étant comme les différences  $VSTX$  —  $\downarrow ZP$  correspondantes ; ces espaces doivent pareillement être ici entr'eux comme des différences d'aires hyperboliques , dont la plus grande croît en progression arithmétique à mesure que les différences de forces de la pesanteur aux résistances instantanées du milieu supposé , diminuent geometriquement ; & la moindre soit en raison des tems écoulés depuis le commencement du mouvement.

#### COROLLAIRE XXV.

FIG. IV. La supposition qu'on fait par tout dans ce Memoire  
 V. ( *Solut.* 1. *art.* 1. ) de  $v = b + t$  , donnant  $u, v :: u. b + t$ .  
 VI. l'on aura aussi par tout ici ( *Solut.* 2. *art.* 3. 4. 6. )  $u. v :: AN$ .  
 $AH + 2 \times \frac{\downarrow ZP}{ZM} :: \frac{AN \times ZM}{2} . \frac{AH \times ZM}{2} + \downarrow ZP$  ( en menant la droite  $ZA$  dans les Fig. 4. 5. 6. ) ::  $AZN$ .  $AZH + \downarrow ZP$ . c'est-à-dire que chaque vitesse effective ou restante  $u$  (  $TU$  ) fera par tout ici à la primitive  $v$  (  $TV$  ) dont elle reste malgré les résistances supposées , comme le triangle rectiligne variable  $AZN$  correspondant sera à la somme faite du constant  $AZH$  & du secteur hyperbolique  $\downarrow ZP$  pareillement correspondant. D'où l'on voit qu'à près un tems infini  $AT$  (  $2 \times \frac{\downarrow ZP}{ZM}$  ) où cette vitesse primitive  $TV$  (  $v$  ) seroit infinie dans un milieu sans résistance , de même que ( *Solut.* 2. *art.* 6. ) le secteur  $\downarrow ZP$  qui seroit alors  $0\downarrow ZO$  ; la vitesse  $TU$  (  $v$  ) restante de cette primitive malgré les résistances supposées , ne seroit que finie , le triangle  $AZN$  se trouvant seulement alors égal au fini  $AZD$ . Ce que s'accorde encore avec les *Corol.* 6. 16. 23.

#### COROLLAIRE XXVI.

FIG. VII. Suivant le Lem. art. 3. pag. 244. l'espece ici parcouru  
 VIII. pendant quelque tems  $AT$  (  $2 \times \frac{\downarrow ZP}{ZM}$  ) que ce soit , mal-  
 IX. gré les résistances supposées , est à ce que le mobile'en

auroit parcouru pendant un pareil tems dans un milieu sans résistance ni action ::  $\text{fudt. fudt}$  ( la Solut. 1. art. 1. donnant  $v=b+t$  ) ::  $\text{fudt. fudt} + \text{fudt.} :: \text{fudt. bt} + \frac{1}{2} tt$

( Corol. 19. & Solut. 2. art. 6. )  $\frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{VSTX - \downarrow ZP}{ZM} \cdot 2 \times \frac{AH \times \downarrow ZP}{ZM}$

$+ 2 \times \frac{\downarrow ZP \times \downarrow ZP}{ZM \times ZM} :: \frac{ZM \times ZM}{\sqrt{5}} \times \frac{VSTX - \downarrow ZP}{ZM} \cdot AH \times ZM \times$

$\downarrow ZP + \downarrow ZP \times \downarrow ZP :: \frac{ZM \times ZM}{\sqrt{5}} \cdot \frac{AH \times ZM \times \downarrow ZP + \downarrow ZP \times \downarrow ZP}{VSTX - \downarrow ZP}$  ( la

Solut. 2. art. 3. 4. donnant  $ZM = \frac{a\sqrt{5}}{2} = MA \times \sqrt{5}$  ) : :

$ZM \times MA \cdot \frac{AH \times ZM \times \downarrow ZP + \downarrow ZP \times \downarrow ZP}{VSTX - \downarrow ZP}$ .

## S C H O L I E.

I. Pour ce qui est de la Courbe  $KEC$  des résistances instantanées ( $dr$ ), dont les ordonnées, proportionnelles à ces résistances, sont (*hyp.*)  $ET=z=\frac{au+uu}{a}$ , on trouvera

FIG. I.  
II.  
III.

que son équation est  $dt = \frac{aadz}{a-z \times \sqrt{4az+aa}}$ , comme dans le

Scholie de la pag. 372. Mais cette équation qui dans ce Scholie faisoit passer cette Courbe par  $A$ , la fera passer ici par  $K$  dans tous les cas possibles, ayant sa premiere or-

donnée  $AK(z) = \frac{ab+bb}{a}$ ; puisque (*hyp.*)  $=b$  en  $A$ , y doit rendre  $z \left( \frac{au+uu}{a} \right) = \frac{ab+bb}{a}$ .

II. Cette valeur de  $z = \frac{ab+bb}{a}$  en  $A$ , substituée dans l'équation  $dt = \frac{aadz}{a-z \times \sqrt{4az+aa}}$ , la changeant en  $dt =$

$\frac{a^3 dz}{aa-ab-bb \times \sqrt{4ab+4bb+aa}} = \frac{a^3 dz}{aa-ab-bb \times 2b+a}$ , fait voir que

la rencontre en  $K$  de la Courbe  $KEC$  avec sa premiere ordonnée  $AK$ , s'y doit faire sous un angle dont le sinus

soit à celui de son complément : :  $a^3 \cdot \frac{aa-ab-bb \times 2b+a}{2}$

: :  $\frac{a^3}{2} \cdot \frac{aa-ab-bb}{a} \times b + \frac{1}{2} a$ . Le Corol. 19. donne  $\frac{a^3}{2}$

$= \frac{ZL \times ZL}{2}$ ,  $\frac{aa-ab-bb}{a} = ZV$ ,  $b + \frac{1}{2} a = MH$  dans les Fig.

7. 8 9. Ce qui peut servir à exprimer encore autrement le rapport des sinus précédens.

Ttt iiij

III. La supposition qu'on fait par tout ici de  $z = \frac{au + uu}{a}$ , fait voir que dans tous les cas les  $TE (z)$  croîtront ou diminuëront toujours avec les  $TU (u)$  & qu'ainsi la Courbe  $KEC$  des résistances instantanées tournera toujours sa convexité en même sens que la Courbe  $HUC$  des vitesses restantes, par rapport à leur axe commun  $ATC$ .

IV. Puisque (*Solut. 1. art. 3. Solut. 2. art. 4. & Corol. 6. 7. 9. 10. 16.*)  $AT$  infinie rend  $u = \frac{a\sqrt{5-a}}{2}$ , cette valeur de  $u$  substituée dans la précédente de  $z = \frac{au + uu}{a}$ , la doit changer en  $z = \frac{\frac{aa\sqrt{5-a}}{2} + \frac{5aa - 2aa\sqrt{5-a}}{4}}{a} = \frac{2aa\sqrt{5-a} + 5aa - 2aa\sqrt{5-a}}{4a} = \frac{5aa}{4a} = \frac{5a}{4}$ ; ce qui fait voir que  $AT (t)$  infinie doit aussi rendre  $TE (z) = a = AB$ ; & conséquemment que la droite  $BC$  parallele à  $AT$ , doit être une asymptote de la Courbe  $KEC$  des résistances instantanées, comme  $DC$  distante de  $AT$  de la valeur de  $AD \left( \frac{a\sqrt{5-a}}{2} \right)$  en est une de la Courbe des vitesses restantes  $HUC$ . Dans la Fig. 3. le point  $B$  de l'asymptote  $BC$  de la Courbe  $KEC$ , doit être entre en  $D$  &  $H$ , lorsque  $AH (b) > AB (a)$ ; & entre  $H$ ,  $K$ , lorsque  $AH (b) < AB (a)$ : il seroit en  $H$  si  $AH = AB$ .

Il est aisé de voir qu'en faisant  $b=0$  dans tout ce qui précède, le Probl. de la pag. 244. se trouvera n'être qu'un Corollaire de celui-ci dont les deux Solutions avec leurs Corollaires deviendront alors propres & particulieres à ce Problème-là exprimé dans la Fig. 1. 4. 7. de celui-ci: de sorte qu'on auroit pu l'omettre en concluant ainsi de ce qui précède tout ce qu'on a démontré dans les pag. 245. &c. Mais les Solutions particulieres qu'on en a données là, ont paru utiles pour l'intelligence de ces générales-ci.

Voilà pour les mouvemens primitivement accelerés en raison des tems écoulés, c'est à-dire, dont les vitesses dans le vuide auroient eu des accroissemens égaux en tems égaux: lesquels mouvemens seroient faits dans des milieux résistans

Fig. 3.

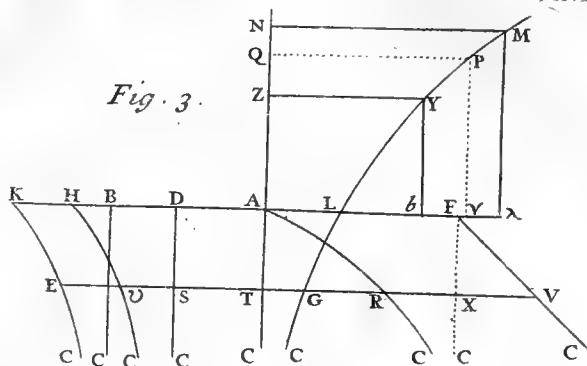


Fig. 6.

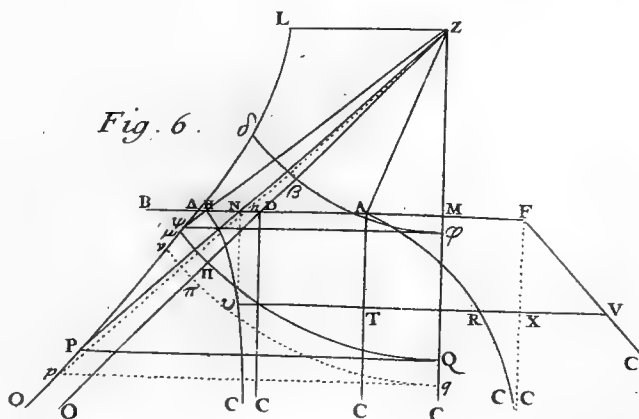
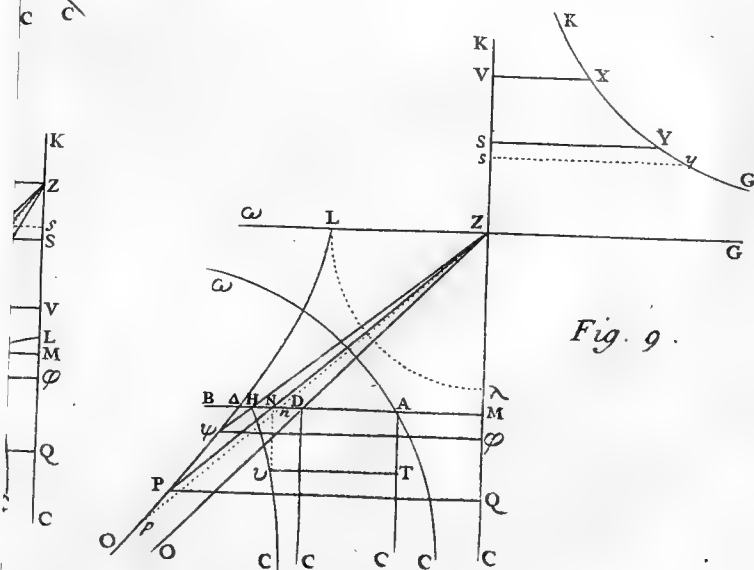
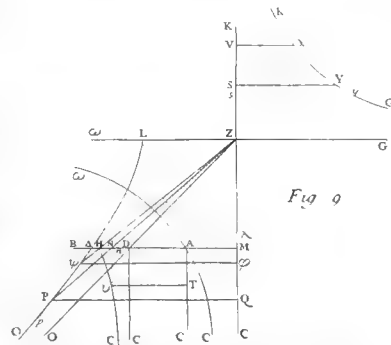
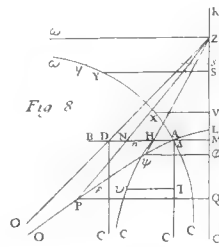
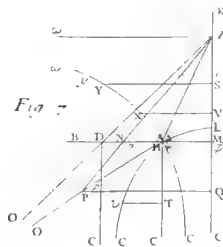
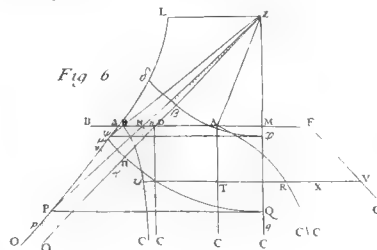
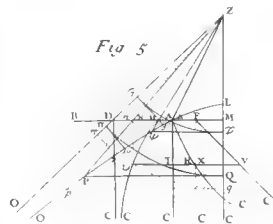
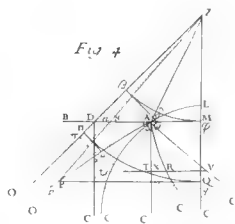
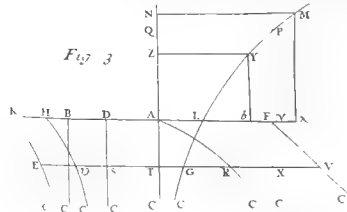
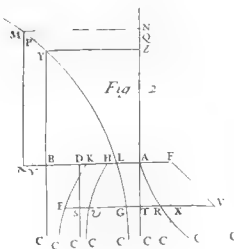
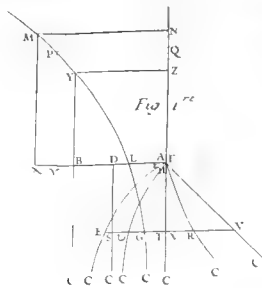


Fig. 9.







*en raison des sommes faites des vitesses que ces milieux permettroient au mobile , & des quarrés de ces mêmes vitesses effectives ou restantes des primitives malgré les résistances de ces milieux. On verra dans un autre Memoire ce qui concerne les mouvemens primitivement retardés en raison des tems à écouler jusqu'à leur entiere extinction dans le vuide: lesquels mouvemens seroient aussi faits dans des milieux résistans comme ci-dessus.*

## EXTRAIT D'UNE LETTRE

*De M. Herman à M. Bernoulli , datée de Padoüe  
le 12. Juillet 1710.*

**J**E suis bien aise, Monsieur, que vous ayez pleinement résolu le Problème inverse des Forces centripètes, pour trouver la Courbe qu'elles doivent faire décrire, la loy de ces forces étant donnée: Problème que je croy incomparablement plus difficile que le direct. C'est ce qui m'a porté à essayer aussi mes forces sur cette question, & assez heureusement, ayant trouvé par mon Analyse que les Sections Coniques sont les seules Courbes que les Planetes puissent décrire avec des forces centripètes réciproquement proportionnelles aux quarrés des distances de ces Planetes au centre de ces forces: vous en jugerez par l'Analyse que voici ( ce me semble ) assez courte.

Soient  $ABC$  la Courbe cherchée,  $LI$  son axe,  $S$  le centre des forces,  $BC$  une particule infiniment petite de la Courbe, sur laquelle particule prolongée soit  $CE=BC$ ; du point  $E$  ayant tiré  $ED$  parallele à  $CS$ , & qui rencontre la Courbe en  $D$ , soient  $DF$ ,  $CG$ ,  $BH$ , paralleles à  $LI$ , lesquelles rencontrent en  $F$ ,  $G$ , la petite droite  $EG$  parallele à  $CI$  perpendiculaire sur  $LI$ , & en  $H$

Reçu de M.  
Bernoulli le  
1. Novem-  
bre 1710.  
& lu à l'A-  
cad. le 13.  
Dec. 1710.

Voyez la  
Fig. de la  
page sui-  
vante.



la sôutangente  $IL = s$  : si après cela on differentie jusqu'aux secondes differences l'équation de la Courbe donnée , & qu'on y substitue  $\frac{vrrxyy}{z}$  au lieu de  $ddx$ ,  $\frac{vrry^3}{z}$  au lieu de  $ddy$ ,  $s$  au lieu de  $dx$  , &  $y$  au lieu de  $dy$  ; il en résultera une équation en grandeurs toutes finies , dont  $v$  désignera la force centripete, laquelle étant regardée comme inconnue , les autres grandeurs  $x, y, r, s, z$ , doivent toutes être prises pour connues.

Si vous voulez bien , Monsieur, me faire part de votre Analyse de ce Problème des Forces centripetes inverses , que je crois très-élegante , vous me ferez beaucoup de plaisir , &c.

*Extrait de la Réponse de M. Bernoulli à M. Herman ,  
datée de Basle le 7. Octobre 1710.*

Permettez-moi , Monsieur, d'examiner tant soit peu votre Solution du Problème inverse des Forces centripetes , quoique bonne & digne de votre pénétration ; après quoi je vous expliquerai plus au long ma maniere de le résoudre , que vous me marquez souhaiter. A vous parler franchement , votre Solution paroît faite à dessein , accommodée à ce que vous cherchiez , & à ce que vous connoissiez déjà. En effet , comment sans cela auriez-vous vu que pour trouver l'intégrale de votre équation  $\frac{-ddx\sqrt{xx+yy}}{x} = \frac{ydx - xdy^2}{xx+yy}$  , il falloit la réduire

à  $-a ddx = y dx - x dy \times \frac{xydx - xxdy}{xx+yy\sqrt{xx+yy}}$  ? De plus, comment sans cela auriez-vous pu tirer l'intégrale de celle-ci , & ensuite l'intégrale de l'intégrale ? Puisque les indéterminées  $x, y, dx, dy, ddx, y$  sont si mêlées & si compliquées que de les vouloir séparer , seroit entreprendre un travail à se désespérer ; & qu'il vous auroit été impossible de les intégrer toutes mêlées , comme vous avez fait , si vous n'eussiez pas soupçonné que les Sections Coniques , que vous aviez en vûe , satisfaisoient à votre équation differentio-differentielle ; que vous

avez pour cela si heureusement accommodée au but où vous tendiez, que vous l'avez enfin réduite à une équation algebrique. Je ferois fort que vous essayassiez votre methode sur l'hypothese générale, c'est-à-dire, pour trouver la Courbe trajectoire dans quelque hypothese que ce soit des forces centripetes, du moins en supposant la quadrature des espaces curvilignes : vous verriez que le mélange des indéterminées vous engageroit alors dans un embarras, d'où je ne crois pas que vous sortissiez sans prendre un autre chemin que celui-là.

De plus il ne suit pas encore de votre Solution particuliere qu'elle ne convienne qu'aux seules Sections Coniques : après la premiere intégration de votre équation differentio-differentielle vous avez oublié d'y ajoûter de part ou d'autre une quantité constante ; ce qui pourroit laisser quelqu'un en doute, si outre les Sections Coniques, il n'y auroit point encore quelque'autre genre de Courbes qui satisfist à votre question : pour lever ce doute vous deviez faire voir que l'addition ou le retranchement d'une quantité constante dans un des membres de l'integrale d'une équation differentielle quelconque, ne change rien à la nature de la Courbe exprimée par ces deux équations. Voici comment je supplée à cette omission.

Dans votre équation differentio-differentielles —  $a dx$   
 $= y dx - x dy \times \frac{xy dx - xx dy}{xx + yy \sqrt{xx + yy}}$  je ne mets pas seulement  
 (comme vous) —  $adx$  pour l'intégrale de —  $addx$  mais  
 —  $adx +$  une quantité constante, c'est-à-dire, —  $adx + c \times$   
 $y dx - x dy$  ; pour le reste je le fais comme vous : de sorte  
 qu'en intégrant votre précédente équation differentio-  
 differentielle, je trouve —  $adx + cxy dx - x dy = - \frac{y}{\sqrt{xx + yy}}$   
 $\times y dx - x dy = \frac{xy dy - yy dx}{\sqrt{xx + yy}}$ , ou —  $\frac{abx}{xx} + \frac{eb}{xx} \times y dx - x dy =$   
 $\frac{bxy dy - by dx}{xx \sqrt{xx + yy}}$ , dont l'intégrale est  $\frac{ab}{x} + \frac{eb}{x} + c = \frac{b\sqrt{xx + yy}}{x}$ ,

c'est-à-dire en prenant  $h = eb$ , & en réduisant l'équation)  $ab + hy + cx = b\sqrt{xx} + yy$ : laquelle équation, quoiqu'elle renferme  $hy$  que la votre ne renfermoit pas, est cependant ( comme elle ) aux trois Sections Coniques. Quant à la grandeur constante  $exydx - xdy$ , que vous avez négligée, si elle n'eût pas été intégrable étant divisée par  $xx$ ; ou si étant aussi intégrable, elle eût donné des  $y$  de plusieurs dimensions; vous voyez, Monsieur, qu'outre les Sections Coniques il y auroit eu encore d'autres Courbes qui auroient satisfait à votre question sans que vous vous en fussiez aperçû: ce qui me fait espérer que vous conviendrez avec moi que votre Solution est défectueuse faute d'être assez générale.

Voici presentement ma Solution que vous me marquez souhaiter: j'espère aussi qu'elle ne vous déplaira pas, 1°. étant générale pour quelque hypothese que ce soit, & donnant la construction de la Courbe, les quadratures des espaces curvilignes étant données; 2°. en ce que j'y arrive à une équation sans mélange d'indéterminées; 3°. & parce qu'il n'y entre que des premieres differentielles sans avoir besoin de differentio-differentielles. Pour vous faire voir le tout d'un bout à l'autre, & dans une étendue qui ( quoique longue ) ne vous déplaira pas; je commence par le Lemme suivant.

## L E M M E.

*Si deux corps de masses proportionnelles à leurs pesanteurs, commencent à descendre d'un même point A avec des vitesses égales, & avec des forces égales vers un même point O; l'un directement suivant la droite AO, & l'autre obliquement suivant la trajectoire ABC qu'il décrira: je dis que dans toutes les distances égales de part & d'autre du centre O des forces, comme en B, E, en imaginant l'arc de cercle BE décrit de ce centre O; ces deux corps auront toujours des vitesses égales: de sorte que si EG marque la vitesse acquise en E du corps qui descendroit suivant AO, la même EG marquera aussi la vitesse en B du corps qui décrit la trajectoire ABC.*

Voyez la  
Fig. de la  
page sui-  
vante.

Vu ij



suivant les premiers élémens lineaires seront ici égaux entr'eux. On les démontrera de même égaux entr'eux à la fin des seconds élémens de ces lignes  $AO$ ,  $ABC$ , à la fin des troisièmes, à la fin des quatrièmes, &c. pris ainsi deux à deux à distances égales du point  $O$ . Donc à distances égales quelconques de ce point  $O$ , les vitesses suivant chacune des lignes  $AO$ ,  $ABC$ , se trouvant ainsi faites des premiere( *hyp.* ) égales entr'elles, & d'un égal nombre d'accroissemens égaux deux à deux de part & d'autre, seront aussi égales entr'elles. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROL. Delà voici la Courbe  $DGH$  de ces vitesses, c'est-à-dire une Courbe qui par chacune de ses appliquées  $EG$  désigne la vitesse que le corps qui descend droit de  $A$  vers  $O$ , a en chaque point  $E$  correspondant de la droite  $AO$ ; & conséquemment aussi ( *Lem.* ) celle que le corps qui trace la Courbe  $ABC$ , a en chaque point  $B$  correspondant de cette Courbe. Pour cela soit  $OE = x$ ,  $EG = v$ , & la force en  $E$  ou en  $B$  vers  $O$ , c'est-à-dire la force centripète  $= \phi$ , laquelle soit donnée en  $x$  & en constantes suivant quelque loi de forces que ce soit.

Cela posé, puisque le tems par  $Ee$  est  $= \frac{dx}{v}$ , & que ce tems multiplié par la force centripète  $\phi$ , donne l'augmentation ou la diminution momentanée de vitesse selon que le corps descend ou monte, c'est-à-dire, selon qu'il s'approche ou qu'il s'éloigne du point  $O$ ; l'on aura ici  $\frac{\phi dx}{v} = -dv$ , ou  $\phi dx = -v dv$ , dont l'intégrale est  $\int \phi dx = ab - vv$ : j'entens par  $ab$  une quantité constante quelconque, laquelle se peut ajouter à volonté aux intégrales simples. Donc  $v = \sqrt{ab - \int \phi dx}$ , qui est l'équation cherchée de la Courbe  $DGH$  des vitesses.

*C'est pour éviter les fractions que je prends  $vv$  pour  $\frac{1}{2} vv$ , la grandeur arbitraire  $ab$  me le permettant. Voici présentement le Problème en question, en vûe de qui tout ce qui précède a été fait.*

## PROBLÈME.

Les quadratures étant supposées, & la loi des forces centripètes  $\phi$  étant donnée à volonté en  $x$  & en constantes, trouver la trajectoire ABC qu'elles doivent faire décrire au mobile.

Voyez la  
Fig. de la  
page précédente.

SOLUT. Soit  $OA = a$ , & de ce rayon l'arc de cercle  $AL = z$ ,  $Ll = dz$ ; & par conséquent  $Nb = \frac{x dz}{a}$ . Soit aussi le tems par  $Bb$  en raison de  $Nb \times BO$  (double du triangle  $Bob$ )  $= \frac{xx dz}{a}$ . Vous sçavez que ce tems multiplié par la vitesse, c'est-à-dire (suivant le Corollaire du Lemme précédent) par  $\sqrt{ab - \int \phi dx}$ , donne l'espace  $Bb$ . Donc  $\frac{xx dz}{a} \times \sqrt{ab - \int \phi dx} = Bb = \sqrt{dx^2 + \frac{xx dz^2}{aa}}$ : d'où ré-

sulte l'équation  $dz = \frac{a a c dx}{\sqrt{abx^4 - x^4 \int \phi dx - a a c x x}}$  qui exprime la nature de la trajectoire cherchée ABC, dans laquelle équation  $c$  est une constante arbitraire pour rendre le tout homogène. *Ce qu'il falloit trouver.*

Vous voyez, Monsieur, que j'arrive tout d'un coup à une équation différentielle du premier degré, dans laquelle il n'y a aucun mélange des indéterminées entr'elles; & qu'ainsi la construction géométrique s'en peut aisément déduire, les quadratures des espaces curvilignes étant données, & même plus commodément que M. Newton ne l'a trouvée dans la pag. 127. &c. de ses Princ. Math.

Mon équation fait voir de plus si la trajectoire cherchée est Algébrique ou non dans quelque hypothèse que ce soit des forces données. Car si l'intégrale de  $\frac{a a c dx}{\sqrt{abx^4 - x^4 \int \phi dx - a a c x x}}$  se trouve réductible à un arc de cercle dont le rayon soit  $OA$  ( $a$ ) comme nombre à nombre; la Courbe cherchée sera nécessairement alors Algébrique. Ainsi l'hypothèse ordinaire des forces centripètes en raison réciproque des quarrés des distances du mobile à leur centre, c'est-à-dire l'hypothèse



de  $\phi = \frac{aag}{xx}$  changeant l'équation précédente en  $dz = \frac{aacdx}{\sqrt{abx^4 + aagx^3 - aacxxx}} = \frac{aacdx}{x\sqrt{abxx + aagx - aacc}}$ , qui se peut réduire à un tel arc de cercle ; je vois tout d'un coup que votre Courbe  $ABC$  doit être Algebrique dans cette hypothese.

Pour voir presentement que cette Courbe  $ABC$  dans cette hypothese est toujours une Section Conique, ainsi que M. Newton l'a supposé pag. 55. Corol. 1 sans le démontrer ; il y faut bien plus d'adresse : voici comme j'en viens à bout. Afin de réduire cette valeur de  $dz$  à une formule differentielle ordinaire d'arc circulaire, soit  $x = \frac{ay}{y}$  : la

Substitution de cette valeur de  $x$  donnera  $\frac{aacdx}{x\sqrt{abxx + aagx - aacc}} = \frac{-acdy}{\sqrt{a^3b + aagy - ccyy}} = \frac{acdy}{acdt}$  ( en supposant  $y = \frac{aag}{2cc} - t$  )  $= \frac{acdt}{\sqrt{a^3b + \frac{a^4gg}{4cc} - cctt}}$  ( en supposant  $cchh = a^3b + \frac{a^4gg}{4cc}$  pour

abreger )  $= \frac{adt}{\sqrt{bh - tt}} = dz$  ; & par conséquent  $\frac{dz}{a} = \frac{dt}{\sqrt{bh - tt}}$   $= \frac{1}{b} \times \frac{bdt}{\sqrt{bh - tt}}$ , qui est une differentielle d'arc de cercle (dont le rayon est  $= b$ , & le sinus  $= t$ ) divisé par son rayon.

Cela étant, puisqu'un arc de cercle divisé par son rayon exprime l'angle qui lui est opposé, & que suivant cela l'angle  $LOl = \frac{dz}{a}$ , l'on aura aussi  $\frac{1}{b} \times \frac{bdt}{\sqrt{bh - tt}}$  pour la quantité d'un angle differentiel d'un qui auroit son rayon  $= b$ , & son sinus  $= t$ . Donc à cause de l'égalité de ces deux angles differentiels, les angles intégraux en seront aussi égaux, ou ( pour plus de généralité ) l'un surpassera l'autre d'un angle constant. Si donc on décrit un cercle  $MST$  d'un rayon  $OM = b$ , & que l'angle  $AOL \left( \int \frac{dz}{a} \right)$  soit diminué ou augmenté d'un angle constant  $LOS$  pour avoir l'angle  $MOS \left( \int \frac{1}{b} \times \frac{bdt}{\sqrt{bh - tt}} \right)$  ; il est manifeste que

Voyez la  
Figure pré-  
cedente de  
la pag. 524.

Tout Geometre attentif verra que l'angle constant  $LOS$ , dont on augmente ou diminue l'angle  $AOL$ , ne change point la nature de la Courbe  $ABC$ ; mais seulement sa situation; en l'avancant ou en l'arrierant autour du point  $O$ , tous les points  $B$  s'avancant ou s'arrierant ainsi dans leurs arcs  $EB$ , de même que si tout le plan de cette Courbe  $ABC$  tournoit avec elle autour de ce centre fixe  $O$ . Cependant pour rendre le calcul plus facile, je vas supposer que l'angle  $AOL$  n'augmente ni diminue, c'est-à-dire que l'angle  $MOS$  lui est égal.

Fig. précédente) perpendiculairement en  $O$  sur

& du centre  $Q$  entre les  
asymptotes  $QO, QR$ ,  
une hyperbole équilatère  
 $VXZ$ , dont le rectangle  
(descoordonnées)  $QYXO$

$20Z = 44$ ; soit prolongée une ordonnée quelconque  $XY$  de l'hyperbole jusqu'à ce qu'elle rencontre le cercle  $MST$  en  $S$ , par lequel point  $S$  soit menée  $OS$ , sur laquelle

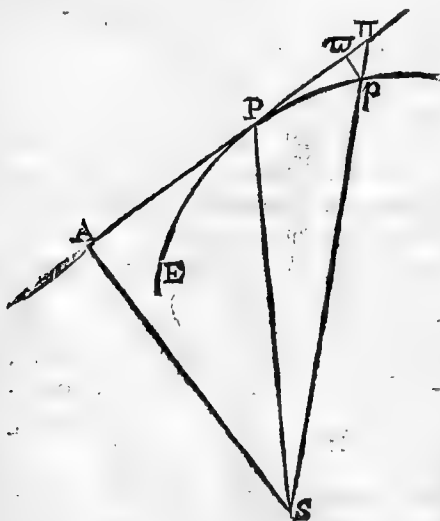
[illegible]

puisque (*hyp.*)  $OB = XY = \frac{OZ}{2Y} = \frac{aa}{\frac{aag}{2cc} - t} = \frac{2aacc}{aag - 2cct}$  : &

que la construction presente rend  $ABC$  une Section Conique, ainsi qu'on s'en convaincra si l'on cherche l'équation qui exprime le rapport de ses coordonnées  $OF$ ,  $FB$ ; car en les appellant  $x, y$ , on trouvera l'équation  $a^4 gg - 4c^4 hh \times xx = 8aac + bx - a^4 ggyy + 4a^4 c^4$ , qu'on sçait exprimer une Section Conique: sçavoir une Parabole, lorsque  $OQ \left( \frac{aag}{2cc} \right) = OT(h)$ ; une Ellipse, lorsque  $OQ > OT$ ; & une Hyperbole, lorsque  $OQ < OT$ . Ce qu'il falloit démontrer.

*Préparation à une autre Solution.*

Quant à la maniere de trouver les forces centripetes, les Courbes étant données, voici un assez beau Theorème dont je trouvai autrefois la Solution indépendamment de l'inverse précédente: je la communiquai à M. Moivre dans une Lettre du 16. Fevrier 1706. en ces termes après avoir supposé que  $EPp$  est la Courbe donnée,



$S$  le centre ou le foyer des forces centripetes, &  $SA$  une perpendiculaire sur la tangente  $AΠ$  de cette Courbe en  $P$ : voici, dis-je, en quels termes je lui écrivis.

Soit tirée du centre  $S$  des forces une droite  $SΠ$  infiniment proche de  $SP$ , & qui coupe la tangente prolongée en  $Π$ , & la Courbe en  $p$ ; soit aussi tirée la petite perpendiculaire  $pσ$ . Supposant donc que

Voyez la  
Fig. pré-  
cedente  
de la pag.  
529.

» le triangle  $PSp$ , qui marque le tems que le mobile em-  
» ploie à parcourir l'élément  $Pp$  de la Courbe, soit con-  
» stant, on pourra faire  $SA \times Pp = 1$ . Or vous sçavez que  
» le diametre de la développée en  $P$  ( que je nomme  $R$  )  
» est à  $Pp$  comme  $Pp$  à  $p\omega = \frac{Pp^2}{R}$ ; mais à cause des trian-  
» gles semblables  $SA\Pi$  &  $p\omega\Pi$ , on fait  $SA \cdot S\Pi (SP) :: p\omega$   
»  $\left( \frac{Pp^2}{R} \right) \cdot p\Pi$  Ainsi on trouvera  $p\Pi$  ou l'éloignement mou-  
» ventain de la tangente,  $= \frac{SP \times Pp^2}{SA \times R} = \frac{SP \times SA^2 \times Pp^2}{SA \times R}$  (à cause  
» de  $SA \times Pp = 1$ )  $= \frac{SP}{SA^2 \times R}$ ; enforte que la force centri-  
» pete est en raison directe des distances, & en raison ré-  
» ciproque composée du diametre des développées & du  
» cube des perpendiculaires sur les tangentes, &c.

De cette maniere la force centripete se trouve gé-  
néralement exprimée en terme tous finis.

Ce Théorème sert à trouver encore une autre Solution  
du Problème inverse des forces centripetes, que je trou-  
vai ( si je m'en souviens bien ) il y a environ 15. ans, dès  
mon arrivée en Hollande. Il est vrai qu'elle renferme  
des secondes differences; mais j'ai une maniere particu-  
liere de les séparer, & ensuite d'intégrer l'équation, & de  
la réduire à celle du Problème précédent : voici cette  
autre Solution que je veux bien vous communiquer.

Voyez la  
Fig. de la  
pag. 524.

Soient ici comme-là dans la Figure de la page 524.  
 $OB = OE = x$ ,  $AL = z$ ,  $OA = a$ ,  $BN = dx$ ,  $Nb = dy$ ,  
la force centripete en  $B = \phi$  ( par le Theorème que je  
viens de démontrer )  $= \frac{x}{p^3 r}$ , en appellant  $p$ , la perpen-  
diculaire menée du point  $O$  sur la touchante en  $B$ ; &  $r$ ,  
le diametre de la développée en  $B$ . Or les formules ordi-  
naires donnent  $p = \frac{xdy}{\sqrt{ax^2 + dy^2}}$ ; & sans faire aucune diffe-

rentielle constante, on trouve  $r = \frac{2 \times x dx^2 + x dy^2 \times \sqrt{dx^2 + dy^2}}{dx^2 dy + dy^3 + x dx dy - x dy dx}$

Donc on aura ici  $\frac{x}{p^3 r}$  ou  $\phi = \frac{dy^3 + dx^2 dy - x dy dx - x dx dy}{2 x^3 dy^3}$ .

L'artifice dont je me sers pour séparer ici les indéterminées ( ce qui seroit difficile autrement ) consiste à abréger cette longue formule ; ce qu'on pourra faire en considérant laquelle des différentielles (cela est arbitraire) étant faite constante, & substituée dans cette équation, n'y laissera que deux termes en y détruisant les deux autres. Or je vois que cela se peut facilement faire en deux manieres, sçavoir en prenant  $x dy$  ou  $\frac{dx}{y}$  pour constante, quoiqu'on ait déjà pris le tems  $x dy$  (  $SA \times Pp$  ) constant dans le Theorème précédent pour arriver à  $p\Pi$  (proportionnelle à la force centrale en  $P$  )  $= \frac{SP}{SA^3 \times R} = \frac{x}{p^3 r}$ , cette formule étant la même que si l'on n'y eût fait rien de constant.

Voyez la  
Fig. de la  
pag. 529.

1°. Si  $x dy = c$ , l'on aura  $\phi = \frac{dy^3 - x dy ddx}{2c^3}$ ; ce qui s'intègre en différentiant la constante  $x dy$ , qui donne  $x ddy + dx dy = 0$  ou  $dy = -\frac{x ddy}{dx}$ , & substituant cette valeur de  $dy$  dans la précédente équation  $\phi = \frac{dy^3 - x dy ddx}{2c^3}$ , il en proviendra  $\phi = \frac{-dy ddy - dx ddx}{2cc dx}$ , ou  $\phi dx = \frac{-dy ddy - dx ddx}{2cc}$ , dont l'intégrale est  $\int \phi dx = \frac{-dy^2 - dx^2}{4cc} + n$ ; j'entens encore ici par  $n$  une quantité constante quelconque.

On peut encore arriver autrement à cette équation, en multipliant  $\phi = \frac{dy^3 - x dy ddx}{2cc^3}$  par  $dx$ , & en la prenant par parties pour avoir  $\phi dx = \frac{dy^3 dx}{2c^3} \left( \frac{dx}{2x^3} \right) - \frac{xdx dy ddx}{2c^3} - \left( \frac{-dx ddx}{2xx dy^2} \right)$ , dont l'intégrale est  $\int \phi dx = -\frac{1}{4xx} - \frac{dx^2}{4xx dy^2} + n = \frac{-dy^2 - dx^2}{4xx dy^2} + n$ , comme ci-devant.

2°. Soit présentement  $\frac{dx}{x}$  constante. Cette autre supposition changera l'équation précédente  $\phi = \frac{dy^3 + dx x dy - x dy ddx + x dx ddy}{2x^3 dy^3}$  en  $\phi = \frac{dy^3 + x dx ddy}{2x^3 dy^3}$ , qui peut encore s'intégrer en deux manieres ; mais pour me servir seulement de la seconde, soit cette dernière équation multipliée par  $dx$ , & distribuée en plusieurs parties tel-

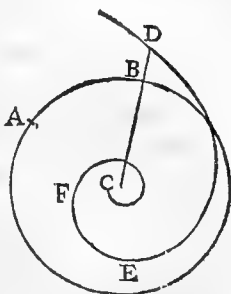
les que  $\phi dx = \frac{dx}{2x^3} + \frac{dx^2 dy}{2xxdy^3}$ , dont les intégrales (à cause de  $\frac{dx^2}{xx}$  constante) donnent  $\int \phi dx = -\frac{1}{4xx} - \frac{dx^2}{4xxdy^2} + n = -\frac{dy^2 - dx^2}{4xxdy^2} + n$  comme ci-dessus.

Nôtre équation differentio-differentielle étant ainsi réduite à une équation differentielle ordinaire, si l'on s'y prend bien (en suppléant les homogenes) l'on en déduira  $\frac{2dx}{\sqrt{axx - xxx \int \phi dx - b^4}} = dy = \frac{x dz}{a}$ , & conséquemment aussi  $dz = \frac{bb dz}{\sqrt{nx^4 - x^4 \int \phi dx - b^4 xx}}$ , équation semblable à celle que j'ai trouvée par la premiere Méthode, & de laquelle par conséquent suit encore (comme de celle-là) la construction universelle de la trajectoire, & sa détermination aux Sections Coniques dans l'hypothese particuliere des forces centripetes réciproquement proportionnelles aux quarrés des distances du mobile au centre de ces forces.

#### REMARQUE.

J'ai dit ci-devant que M. Newton, après avoir démontré que les forces centrales d'un corps, dirigées par un des foyers d'une Section Conique quelconque décrite par ce corps, sont toujours entr'elles en raison renversée des quarrés des distances de ce même corps à ce foyer; suppose l'inverse de cette proposition sans la démontrer: sçavoir que lorsque les forces centrales d'un corps qui décrit une Courbe, sont en raison réciproque des quarrés des distances de ce corps à quelque point du plan de cette Courbe, elle est toujours une Section Conique dont ce point est le foyer ou un des foyers. Pour voir encore la nécessité de la démonstration que je viens de donner de cette inverse, il n'y a qu'à considérer que de ce qu'un corps pour se mouvoir sur une Spirale logarithmique, requiert des forces centrales en raison réciproque des cubes de ses distances au foyer ou centre de cette Courbe; ce n'est pas une conséquence qu'avec de telles forces il décrirait toujours une telle Courbe: Puisqu'il

est aisé de se convaincre par les formules directes des forces centrales, que ce corps auroit aussi ces forces en cette raison s'il décriroit une Spirale hyperbolique  $CFED$  dont la nature fût d'avoir égaux entr'eux, ou constans, tous les rectangles ou produits  $AB \times CD$  faits chacun de chacun des rayons  $CD$  de cette Spirale, par l'abscisse correspondante  $AB$  de la circonférence du cercle  $ABL$  décrit du centre  $C$  de cette même Spirale hyperbolique.



## DES FORCES

### CENTRALES INVERSES.

PAR M. VARIGNON.

ON peut faire deux questions sur les forces centrales : la première de *trouver ces forces, les Courbes qu'elles font décrire, étant données*; & la seconde au contraire, *ces forces étant données, trouver les Courbes qu'elles doivent faire décrire*. La première de ces deux questions, s'appellera ici *des Forces centrales directes*; & la seconde, *des Forces centrales inverses*.

1710.  
13. Decemb.

L'Ecrit que je viens de lire de M. Bernoulli renferme deux Solutions de la seconde de ces deux questions, & une de la première : Dans lesquelles Solutions paroît sa sagacité ordinaire, sur-tout dans la manière dont il déduit de la première de ces deux-là, que dans l'hypothèse des Forces centrales en raison réciproque des carrés des distances du mobile à leur centre ou foyer, ce mobile doit toujours décrire quelque Section Conique.

A l'occasion de ces deux Solutions du Problème inverse des Forces centrales, & d'une aussi générale que je reçus de M. Herman peu de jours après celles-là ; il me prit envie d'essayer si les formules directes que j'ai données de ces forces, & qui résolvent toutes le premier des deux Problèmes précédens, ne me donneroient point aussi la même inverse que ces deux Messieurs ont trouvées pour la Solution du second, & de 18. de ces formules directes qui se voient dans les Mem. de 1701. pag. 31. 32. deux me donnerent tout d'un coup cette inverse ; & tant le soir que le lendemain douze autres d'entr'elles me la donnerent aussi, presque toutes avec la même facilité, les unes immédiatement, & les autres en les transformant en celles-là, même sans avoir besoin (pour les intégrer) d'en séparer les indéterminées, quelques compliquées qu'elles y soient, & même aussi dans plusieurs sans y supposer aucune différentielle constante, c'est-à-dire, d'une manière indéterminée.

De ces 18. formules directes des Mem. de 1701. pag. 31. 32. dont quatorze me donnerent ainsi l'inverse de M<sup>rs</sup>. Bernoulli & Herman, il y en a six infiniment générales qui donnent les douze autres en y supposant quelques différentielles constantes : d'autres différentielles, que j'y ai pareillement supposé constantes, m'ont encore donné plusieurs autres formules directes, desquelles intégrées m'est aussi venu la même inverse de ces deux sçavans Geometres.

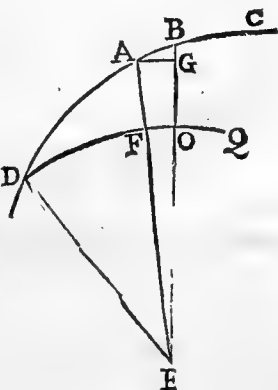
Cette inverse n'étant que pour l'hypothèse des tems en raison des aires centrales, que M. Newton a démontré dans ses Princ. Math. pag. 37. être la véritable dans un espace sans résistance où le mobile auroit (par quelque cause que ce fût) la force centrale supposée ; la cinquième des Solutions qui m'ont donné cette même inverse, fut suivie d'une vûe qui me les rendit toutes générales pour des hypothèses quelconques des tems, & aussi générales en y supposant des différentielles constantes qu'en n'y en supposant pas. En voici quelques-unes de l'une & de l'autre manière, lesquelles serviront



à trouver de mêmes les autres par le moyen de mes formules directes, à ceux qui voudront en avoir le plaisir. Pour y préparer le Lecteur voici aussi en peu de mots ce que j'y vas supposer des Mem. 1701.

## PRÉPARATION.

Soit ici la Fig. 5. du Memoire qui commence à la pag. 20. de ceux de l'Acad. de 1701. dans laquelle Figure  $E$  est le centre ou le foyer des forces centrales quelconques qui font décrire au mobile  $A$  ou  $B$  une Courbe aussi quelconque  $DABC$ ;  $AE$ ,  $BE$ , sont deux rayons de ces forces, infiniment proches l'un de l'autre;  $AG$  est une perpendiculaire en  $G$  sur  $BE$ , ou un petit arc de cercle décrit du centre  $E$  par  $A$ ; &  $DQ$  est un autre arc de cercle décrit du même centre  $E$  d'un rayon quelconque  $ED$ , & qui rencontre  $AE$ ,  $BE$ , en  $F$ ,  $O$ : les arcs,  $DF$ ,  $DO$ , &c. s'en appelleront *arcs de révolution* du mobile pendant qu'il décrit les correspondans  $DA$ ,  $DB$ , &c. de la Courbe  $DABC$  qu'il parcourt; & les aires correspondantes  $DEA$ ,  $DEB$ , &c. s'appelleront (comme ci-dessus) *aires centrales*.



Soient encore ici, comme dans le Mem. de 1701. que je viens de citer,  $ED = a$ ,  $DF$  ou  $DO = z$ ,  $EA$  ou  $EB = y$ ,  $AG = dx$ ,  $AB = ds$ ;  $dt$ , chaque instant ou élément de tems employé par le mobile à parcourir chaque élément  $AB$  de la Courbe  $DABC$ ; &  $f$ , chaque force centrale de ce mobile en chaque point  $A$  ou  $B$  suivant chaque  $AE$  ou  $BE$ , laquelle force ( $f$ ) soit donnée à volonté en  $y$  & en constantes. Soit de plus  $n$  une grandeur constante quelconque. Nous marquerons ici à l'ordinaire les sommes ou integrales par la caractéristique  $\int$ .

## PROBLÈME.

Les Quadratures étant supposées, & la loi quelconque des Forces centrales  $f$  étant donnée à volonté en  $y$  & en constantes; Trouver en général la nature de la Courbe que ces forces doivent faire décrire au mobile pendant des tems ou des élémens des tems dt donnés aussi à volonté en  $y$  & en constantes multipliées par  $dx$  ou par  $dz$  variables ou non.

## SOLUTION I.

Dans l'hypothèse de  $ydx$  constante.

I. Dans cette hypothèse les Mem. de 1701. pag. 32. art. 19. donnent  $f = \frac{dsdds}{dydt^2}$ , d'où résulte  $\frac{2f dy dt^2}{yy dx^2} = \frac{2dsdds}{yy dx^2}$ , dont l'intégrale (à cause de  $ydx$  supposée constante) est  $2 \times \int \frac{f dy dt^2}{yy dx^2} = -\frac{ds^2}{yy dx^2} + n$ , ou  $2yy dx^2 \times \int \frac{f dy dt^2}{yy dx^2} = nyy dx^2 - ds^2 = nyy dx^2 - dx^2 - dy^2$ , ou bien aussi  $dy^2 = nyy dx^2 - dx^2 - 2yy dx^2 \times \int \frac{f dy dt^2}{yy dx^2}$ ; ce qui donne  $dy = dx \sqrt{nyy - 1 - 2yy \times \int \frac{f dy dt^2}{yy dx^2}}$  (à cause de  $EF(a). EA(y) :: FO(dz). AG(dx) = \frac{ydz}{a}$ .)

$$= \frac{ydz}{a} \sqrt{nyy - 1 - 2yy \times \int \frac{f dy dt^2}{yy dx^2}}, \text{ ou } dz = \frac{ady}{y \sqrt{nyy - 1 - 2yy \times \int \frac{f dy dt^2}{yy dx^2}}},$$

qui est l'équation de la Courbe cherchée  $DABC$ , aussi-

$$\text{bien que } dx = \frac{dy}{\sqrt{nyy - 1 - 2yy \times \int \frac{f dy dt^2}{yy dx^2}}} \text{ résultante de } dy^2 =$$

$nyy dx^2 - dx^2 - 2yy dx^2 \times \int \frac{f dy dt^2}{yy dx^2}$  trouvée ci-dessus: Dans lesquelles équations on substituera une valeur constante de  $n$ , & d'autres constantes aux degrés qu'exigera l'homogénéité des termes suivant les valeurs données de  $f$  & de  $\frac{dt}{dx}$  en  $y$  & en constantes. *Ce qu'il falloit trouver.*

II. En substituant la valeur de  $dx = \frac{ydz}{a}$  dans ces deux équations  $dx = \frac{dy}{\sqrt{nyy - 1 - 2yy \times \int \frac{f dy dt^2}{yy dx^2}}}$ ,  $dz =$

$$= \frac{ady}{yV_{nyy-I-2yy} \times \int \frac{f dy dt^2}{yy dx^2}}, \text{elles se changeront en } dx =$$

$$= \frac{dy}{V_{nyy-I-2aayy} \times \int \frac{f dy dt^2}{y^4 dx^2}}, dz = \frac{ady}{yV_{nyy-I-2aayy} \times \int \frac{f dy dt^2}{y^4 dx^2}},$$

qui exprimeront encore chacune la nature de la même Courbe *DABC*, en y substituant aussi des constantes au degré qu'exigera l'homogeneité des termes suivant les valeurs données de *f* & de  $\frac{d^2}{dz}$  en *y* & en constantes. Ce qu'il falloit encore trouver.

## SOLUTION II.

Dans la même hypothese de *ydx* constante.

Dans cette hypothese les Mem. de 1701. pag. 32. art. 19. donnent aussi  $f = \frac{dx^2 - yddy}{y dt^2}$ ; & conséquemment  $\frac{2f dy dt^2}{yy dx^2} = \frac{2dy dx^2 - 2y ddy}{y^3 dx^2} = \frac{2y dy}{y^4} - \frac{2y ddy}{yy dx^2}$ , dont l'intégrale (à cause de *y dx* supposée constante) est  $2 \times \int \frac{f dy dt^2}{yy dx^2} = -\frac{1}{yy} - \frac{dy^2}{yy dx^2} + n = \frac{nyy dx^2 - dx^2 - dy^2}{yy dx^2}$ ; d'où résulte  $dy^2 = nyy dx^2 - dx^2 - 2yy \times dx^2 \times \int \frac{f dy dt^2}{yy dx^2}$ , & le reste comme dans la Solut. I.

## SOLUTION III.

Dans l'hypothese de *dx* constante.

Dans cette hypothese le nomb. 1. de l'art. 18. pag. 31. des Mem. de 1701. donne  $f = \frac{dy ds^2 - y ds ds}{y dy dt^2}$ , & conséquemment  $\frac{2f dy dt^2}{yy dx^2} = \frac{2y dy ds^2 - 2yy ds ds}{y^4 dx^2}$ , dont l'intégrale (à cause de *dx* supposée constante) est  $2 \times \int \frac{f dy dt^2}{yy dx^2} = -\frac{ds^2}{yy dx^2} + n = \frac{nyy dx^2 - ds^2}{yy dx^2} = \frac{nyy dx^2 - dx^2 - dy^2}{yy dx^2}$ ; d'où résulte  $dy^2 = nyy dx^2 - dx^2 - 2yy dx^2 \times \int \frac{f dy dt^2}{yy dx^2}$ , & le reste comme dans la Solut. I.

## SOLUTION IV.

Dans la même hypothèse de  $dx$  constante.

Dans cette hypothèse le nomb. 1. de l'art. 18. de la pag. 31. des Mem. de 1701. donne aussi  $f = \frac{ds^2 - yddy}{yds^2} = \frac{dyds^2 - ydyddy}{ydyds^2}$  ( $dx$  constante rendant  $dyddy = dsdds$ )  $= \frac{dyds^2 - ydsdds}{ydyds^2}$ ; d'où l'on aura les formules requises comme dans la précédente Solut. 3.

## SOLUTION V.

Dans l'hypothèse du  $y^m dx$  constante.

Cette hypothèse générale donnant  $my^{m-1} dydx + y^m ddx = 0$ , & conséquemment  $yddx = -m dydx$ ; la substitution de cette valeur de  $y ddx$  en sa place dans la première  $f = \frac{dx dy ds^2 + y ds^2 ddx - y dx ds dds}{y dx dy ds^2}$  des formules infiniment générales directe de la pag. 31. des Memoires de 1701. réduira cette formule à  $f = \frac{1 - m x dx dy ds^2 - y dx ds dds}{y dx dy ds^2}$ ; d'où

$$\text{résulte } \frac{2f dy dt^2}{y y dx^2} = \frac{2 - 2m x y^{1-2m} dy ds^2 - 2y^{1-2m} ds dds}{y^{4-2m} dx^2} = \frac{2 - 2m x y^{1-2m} dy ds^2 - 2y^{1-2m} ds dds}{y^{4-4m}} \times \frac{1}{y^{2m} dx^{2^2}}$$

dont l'intégrale (à cause de  $y^m dx$  supposée constante) est  $2 \times \int \frac{f dy dt^2}{y y dx^2} = -\frac{ds^2}{y^{2-2m}} \times \frac{1}{y^{2m} dx^2} + n = -\frac{ds^2}{y y dx^2} + n = \frac{n y y dx^2 - ds^2}{y y dx^2} = \frac{n y y dx^2 - dx^2 - dy^2}{y y dx^2}$ ; ce qui donne  $dy^2 = n y y dx^2 - dx^2 - 2 y y dx^2 \times \int \frac{f dy dt^2}{y y dx^2}$  & le reste comme dans la Solut. 1.

## SOLUTION VI.

Sans supposer aucune différentielle constante.

La première des formules infiniment générales di-

rectes de la pag. 31. des Memoires de 1701. est  $f = \frac{dx dy ds^2 + y ds^2 dx - y dx ds ds}{y dx dy ds^2}$ ; ce qui donne  $\frac{2f dy ds^2}{yy dx^2}$   
 $\frac{2y dy dx^2 ds^2 + 2yy ds^2 dx dx - 2yy dx^2 ds ds}{y^2 dx^4}$ , dont l'intégrale est  $2 \times$   
 $\frac{\int f dy ds^2}{yy dx^2} = -\frac{ds^2}{yy dx^2} + n = \frac{nyy dx^2 - ds^2}{yy dx^2} = \frac{nyy dx^2 - dx^2 - dy^2}{yy dx^2}$ ;  
 d'où résulte  $dy^2 nyy dx^2 - dx^2 - 2yy dx^2 \times \frac{\int f dy ds^2}{yy dx^2}$ , & le reste  
 comme dans la Solut. 1.

## COROLLAIRE I.

Il suit des deux formules générales trouvées dans l'art. 1. de la Solut. 1. & pareillement dans les autres Solutions: c'est-à-dire, des formules

$$dz = \frac{ady}{y \sqrt{nyy - 1 - 2yy \times \frac{\int f dy ds^2}{yy dx^2}}}$$

$$dx = \frac{dy}{\sqrt{nyy - 1 - 2yy \times \frac{\int f dy ds^2}{yy dx^2}}}$$

1°. Que si l'on prend  $dt = y dx$ , c'est-à-dire, les tems en raison des aires centrales, ainsi que M<sup>re</sup> Bernoulli & Herman les prennent avec M. Newton après Kepler pour les Planetes; les deux précédentes formules générales se changeront pour ce cas en  $dz = \frac{ady}{y \sqrt{nyy - 1 - 2yy \times \int f dy}}$

$dx = \frac{dy}{\sqrt{nyy - 1 - 2yy \times \int f dy}}$ , dont la premiere sera celle de M<sup>re</sup>

Bernoulli & Herman, aux noms près, en y substituant  $ab = n$ , &  $ac = 1$ , pour l'homogeneité des termes, & de plus  $f = \frac{aag}{2yy}$  pour l'hypothese particuliere des Sections Coniques: Hypothese des forces centrales que M. Newton (dans ses Princ. Math. pag. 50. 51.) a démontrée, & moy ensuite (dans les Mem. de l'Acad. de 1700. pag. 223. par le moyen de la formule directe  $f = -\frac{ds ds}{ay ds^2}$ , qui vient de donner la premiere des Solutions précédentes) convenir aux Planetes supposées tracer des Ellipses à un des foyers desquelles soit le centre de ces forces.

2°. Que si l'on prend en général  $dt = p dx$ , dont  $p$  (aussi bien que  $f$ ) soit donnée à volonté en  $y$  & en constantes, les deux précédentes formules générales se changeront en

$$dz = \frac{ady}{yV_{nyy-1-2yy \times \int \frac{fppdy}{yy}}}, dx = \frac{dy}{V_{nyy-1-2yy \times \int \frac{fppdy}{yy}}},$$

lesquelles donneront encore les deux particulières du précédent nomb. 1. en  $y$  prenant  $p = y$  conformément à leur hypothèse de  $y dx = dt = p dx$ .

### COROLLAIRE II.

Il suit aussi des deux autres formules générales trouvées dans l'article 2. de la Solut. 1. & pareillement dans toutes les autres Solutions précédentes : c'est-à-dire, des formules.

$$dz = \frac{ady}{yV_{nyy-1-2aayy \times \int \frac{f dy dz^2}{y^4 dz^2}}},$$

$$dx = \frac{dy}{V_{nyy-1-2aayy \times \int \frac{f dy dz^2}{y^4 dz^2}}}.$$

1°. Que si, pour exprimer les tems ( $t$ ) par les arcs ( $z$ ) de révolution, l'on y prend  $dt = dz$ ; ces deux formules générales se changeront pour ce cas en  $dz =$

$$\frac{ady}{yV_{nyy-1-2aayy \times \int \frac{f dy}{y^4}}}, dx = \frac{dy}{V_{nyy-1-2aayy \times \int \frac{f dy}{y^4}}}$$

2°. Que si en général on prend  $dt = q dz$ , dont  $q$  (aussi bien que  $f$ ) soit donnée à volonté en  $y$  & en constantes, les deux précédentes formules générales se changeront en

$$dz = \frac{ady}{yV_{nyy-1-2aayy \times \int \frac{fq q dy}{y^4}}}, dx = \frac{dy}{V_{nyy-1-2aayy \times \int \frac{fq q dy}{y^4}}},$$

lesquelles donneront encore les deux particulières du précédent nomb. 1. en  $y$  prenant  $q = 1$ , conformément à leur hypothèse de  $dz = dt = q dz$ .

## S C O L I E.

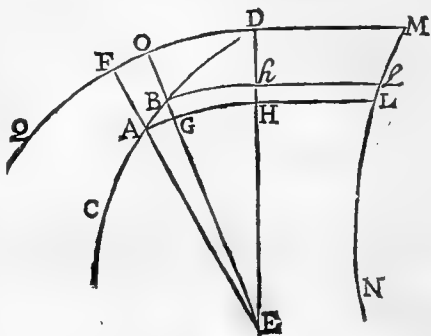
I. Il est manifeste que l'usage le plus commode des quatre formules générales inverses des Solutions précédentes, rapportées dans les Corol. 1. 2. est de les réduire aux générales des nomb. 2. de ces Corollaires, pour delà y substituer des valeurs de  $p, q, f$ , données (*hyp.*) en  $y$  & en constantes, & pour juger après cela si les intégrations de  $\int \frac{f dy d_1 z}{y y dx^2}$ ,  $\int \frac{f dy d_1 z}{y^4 dz^2}$ , y sont possibles.

II. Des six formules infiniment générales directes de la pag. 31. des Mem. de 1701. dont la première, sans y faire aucune différentielle constante, vient de donner dans la Solut. 6. les quatre générales inverses rapportées dans les précédens Corol. 1. 2. les cinq autres les donnent aussi sans y supposer aucune différentielle constante : sçavoir la quatrième immédiatement de même que la première, & les quatre autres en les transformant en ces deux-là. Après cela si l'on veut y employer des différentielles constantes, comme dans les cinq premières des Solutions précédentes; les huit formules directes déduites des six infiniment générales dans les pag. 31. 32. des Mem. de 1701. en y substituant successivement  $ds$ ,  $dz$ , constantes, donneront encore autant d'autres Solutions du même Problème inverse. Outre ces formules directes, plusieurs autres qu'on peut déduire encore des infiniment générales en y substituant aussi successivement  $\frac{dy}{y}$ ,  $\frac{ds^2}{y}$ ,  $y^m ds$ , &c. constantes, donneront de même encore tout autant d'autres Solutions de ce Problème. Je n'en mets ici que six pour laisser le plaisir aux jeunes Geometres de trouver les autres; je n'y en mets même tant que pour leur en marquer plus sûrement la manière, & pour leur en faire mieux pressentir la facilité qui est presque la même pour toutes, ainsi qu'ils l'essayeront si, à portée de cette matière, ils l'aiment assez pour vouloir s'y appliquer.

De la Courbe DAC requise dans le Problème précédent.

Imaginons une autre Courbe  $MLN$ , qui ait ses appliquées  $HL = \frac{aa}{2y\sqrt{nyy-1-2yy \times \int \frac{fppdy}{yy}}}$  toutes perpendi-

culaires en autant de points  $H$  sur le rayon arbitraire  $ED$  du cercle  $DFQ$  décrit du centre  $E$  des forces  $f$ , par le point  $D$ , auquel point  $D$  soit aussi perpendiculairement sur  $DE$  l'appliquée  $DM$  de cette Courbe  $MLN$ . Cela fait, puisqu'on suppose ici les quadratures données, les possibles ne se pouvant ici trouver que dans le détail, & non dans ce général; soit le secteur circulaire quelconque  $DEF = DHLM$  aire correspondante aussi quelconque de la Courbe  $MLN$ : je dis que si du centre  $E$  par  $H$ , l'on décrit l'arc de cercle  $HA$  qui rencontre en  $A$  le rayon  $EF$  du concentrique  $DFQ$ ; ce point  $A$  sera un de ceux de la Courbe cherchée  $DBC$ , & ainsi des autres.



DEMONSTR. Cette construction donnant ainsi par tout les aires correspondantes  $DEF$ ,  $DHLM$ , égales entr'elles, leurs élémens correspondans  $FEO$ ,  $HhLL$ , seront aussi par tout égaux entr'eux. Donc ( les noms demeurant ici les mêmes que dans la préparation de la pag. 535.) l'arc  $Bh$  (*hyp.*) concentrique à  $AH$ , & infiniment près de lui rendant  $Hh = GB = dy$ , & ayant de plus (*hyp.*)

$HL = \frac{aa}{2y\sqrt{nyy-1-2yy \times \int \frac{fppdy}{yy}}}$ ; l'on aura par tout ici



$$\frac{nady}{2yVnxy-1-2yy \times \int \frac{fppdy}{yy}} = Hb \times HL = HbLL (hyp.) = FEO$$

$$= \frac{adz}{2}, \text{ c'est-à-dire, } dz = \frac{ady}{yVnxy-1-2yy \times \int \frac{fppdy}{yy}} \text{ pour l'é-}$$

quation de la Courbe *DBC* qu'on vient de décrire. Donc cette équation étant aussi (*Corol. 1. nomb. 2.*) celle de la Courbe cherchée dans le Problème précédent ; cette Courbe *DBC* ainsi décrite, sera aussi la générale qu'exige ce Problème. *Ce qu'il falloit démontrer.*

## REMARQUES.

I. Dans la construction précédente si, au lieu de prendre

$$HL = \frac{aa}{2yVnxy-1-2yy \times \int \frac{fppdy}{yy}} \text{ conformément au nomb.}$$

2. du *Corol. 1.* l'on eût pris  $HL = \frac{aa}{2yVnxy-1-2yy \times \int \frac{fadyx^2}{yydx^2}}$

conformément aux Solutions d'où l'on a conclu ce Corollaire ; il est visible que cette construction de la Courbe *DBC* auroit été précisément la même : l'on n'a préféré la première de ces deux expressions à la seconde, que par la raison rapportée dans l'art. 1. du Scholie précédent.

II. Les quatre équations générales rapportées des Solutions dans les Corollaires précédens, exprimant la même Courbe en général ; il est visible aussi que la construction précédente satisfait à toutes.

III. Il est encore à remarquer que les quadratures supposées dans cette construction générale, la rendent beaucoup plus facile que les constructions particulières pour lesquelles il faut trouver ces quadratures, ou les éviter quand les Courbes sont Algébriques, comme M. Bernoulli a fait dans le cas ordinaire des tems en raison des aires centrales, & des forces en raison réciproque

544 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
des quarrés des distances du mobile au centre de ces  
forces : la construction qu'il vient de donner de la Cour-  
be requise en ce cas , & la maniere dont il fait voir que  
cette Courbe doit toujours être une Section Conique ,  
sont d'une sagacité & d'une adresse qui répondent à ce  
qu'il en paroît dans tout ce qu'il a donné jusqu'ici au  
Public.

---

## EXPERIENCES

DE L'EFFET DU VENT

A L'EGARD DU THERMOMETRE.

PAR M. CASSINI le fils.

1710.  
13. Decemb.

Entre diverses observations Physiques que M. l'Ab-  
bé Teinturier Archidiacre de Verdun m'a envoyées  
depuis son retour de Paris ; il a remarqué que lorsqu'on  
excite du vent contre un Thermometre avec un soufflet ,  
la liqueur qui y est enfermée augmente de hauteur ; ce  
qui lui paroît contraire à l'impression que le vent fait sur  
nous , qui paroît y exciter un sentiment de froid.

Pour examiner si le même effet arrive à nos Thermô-  
metres , j'ay appliqué un soufflet ordinaire à un Thermo-  
metre renfermé dans une Chambre, qui dans les Caves de  
l'Observatoire se tient à la hauteur de 50 degrés , & qui  
étoit alors à la hauteur de 52 degrés , c'est-à-dire deux  
degrés au-dessus du temperé ; & après avoir soufflé con-  
tre la boule pendant 7 ou 8 minutes , le Thermometre est  
monté d'un degré.

J'ay réitéré quelques jours après la même expérience ,  
le Thermometre étoit à la hauteur de 46 degrés , & il  
est monté aussi d'un degré pendant le même intervalle de  
temps.

Je me suis servi d'un Thermometre de M. Amontons ,  
que

que j'ai appliqué au foyer d'une forge où il y a plusieurs années qu'on n'a fait de feu. Ce Thermometre est monté de près d'une ligne dans l'espace de six minutes que j'ay soufflé contre le Thermometre.

Enfin j'ay mis le même Thermometre au foyer de la forge, où je l'ay laissé pendant l'espace de trois heures ou environ. Je l'ay ensuite retiré pour voir la hauteur où il étoit, que j'ay marqué de 53 pouces  $2\frac{2}{3}$ . J'ay soufflé contre ce Thermometre pendant l'espace de 5 minutes, & l'ayant retiré je l'ay trouvé à la hauteur de 53<sup>p</sup> 4<sup>l</sup>  $\frac{1}{3}$ , c'est à dire une ligne &  $\frac{2}{3}$  plus haut. Je l'ay remis aussi-tôt, & après avoir soufflé pendant l'espace de 5 minutes je l'ay trouvé à la hauteur de 53<sup>p</sup> 5<sup>l</sup>  $\frac{1}{4}$ . Ayant enfin soufflé pendant 5 autres minutes, il est monté à la hauteur de 53<sup>p</sup> 5<sup>l</sup> &  $\frac{1}{2}$ ; en sorte que dans l'espace d'un quart-d'heure le Thermometre est monté de plus de trois lignes.

On peut apporter pour raison de cette expérience que tout mouvement produit de la chaleur, & qu'ainsi l'air excité avec violence acquiert quelque degré de chaleur, quoiqu'en effet il paroisse nous causer un sentiment de froid, à cause que les particules de l'air poussées avec violence s'appliquent avec plus de force & en plus grande quantité contre notre corps qui est plus chaud que l'air que nous respirons.



## EXPERIENCES

## SUR LES THERMOMETRES.

PAR M. DE LA HIRE le fils

1710.  
17. Dec.

**M**On Pere avoit observé autrefois qu'ayant couvert de neige la boule d'un Thermometre à esprit de vin exposé à l'air, mais non-pas au vent, l'esprit de vin n'avoit pas changé de hauteur dans le tuyau, & qu'ensuite ayant soufflé fortement avec un soufflet contre cette neige, l'esprit de vin étoit toujours demeuré à la même hauteur; d'où il sembloit que l'on pouvoit conclure que la temperature de l'air qui agit sur l'esprit de vin n'y pouvoit causer aucune alteration y étant fortement poussé; cependant il a paru le contraire par une expérience rapporté à l'Academie par M. Cassini le fils. C'est pour tâcher de découvrir la raison de cet effet contraire, que nous avons refait l'expérience qu'il a rapportée, mais dans différentes circonstances & sur 4 Thermometres, dont 3 à esprit de vin, & 1 à air de M. Amontons.

Le 27 Novembre 1710 vers les 11 heures du matin, nous soufflâmes fortement avec un soufflet contre la boule d'un Thermometre à esprit de vin exposé depuis un grand nombre d'années dans la Tour orientale de l'Observatoire, laquelle est découverte, enforte qu'il y est à l'abri du vent, & l'esprit de vin qui étoit à 35 parties dans le tuyau, ce qui marque un air un peu plus chaud que le commencement de la gelée, ayant remarqué que lorsqu'il est à 32 il commence à geler dans la campagne, ne monta pas sensiblement dans le tuyau; nous avions pris la précaution devant que de nous servir du soufflet de le mettre pendant deux heures dans le même endroit où étoit le Thermometre, de peur que si tout le soufflet

étoit un peu plus chaud que l'air qui y entroit il ne s'y échauffât , & venant ensuite à rencontrer la boule du Thermometre , il ne l'échauffât & ne fit monter la liqueur ; & au contraire si le soufflet avoit été dans un lieu où l'air eût été plus froid que celui où étoit le Thermometre il ne la fit descendre comme nous le remarquâmes en soufflant avec le même soufflet , & aussi-tôt après l'expérience rapportée cy-dessus , contre la boule d'un autre Thermometre qui étoit dans le Cabinet de mon Pere , où l'air étoit beaucoup plus chaud que l'air extérieur où le soufflet avoit été exposé ; car aussi-tôt la liqueur descendit environ d'une demie ligne , & remonta ensuite à la même hauteur à peu près , quoique l'on continuât de souffler.

Nous avons fait encore un autre expérience sur un Thermometre à air , qui est un de ceux que M. Amontons avoit fait d'abord pour l'expérience de la chaleur de l'eau bouillante. La boule qui est au bas du petit tuyau recourbé est fort grosse , & a dans sa partie inferieure assez de mercure pour fournir à la dilatation de l'air de la boule , qui le fait élever dans le tuyau qui est ouvert par le haut , & qui a environ quatre pieds de hauteur , enforte que l'air n'entre point dans le tuyau.

Le 27 Novembre 1710 sur les 4 heures après midy , le Thermometre & le soufflet étant restés dans le même lieu plus de 5 heures , & ayant marqué exactement la hauteur du mercure dans le petit tuyau , nous soufflâmes pendant 3' contre la boule qui est remplie d'air , lequel étoit comprimé par 25 pouces de mercure , & nous ne remarquâmes aucun changement de hauteur au mercure qui étoit dans le tuyau.

Le lendemain 28 sur les 10 heures du matin , nous réitérâmes la premiere expérience sur le Thermometre qui est dans la Tour orientale , & l'esprit de vin ne monta point sensiblement ; il y avoit un autre Thermometre à esprit de vin proche de celui-là dont la boule étoit beaucoup plus petite & le tuyau fort délié , que nous ôtâmes

& que nous mîmes dans un lieu à côté qui est fermé & où il y avoit un soufflet double; & après l'y avoir laissé 3 ou 4 heures, nous soufflâmes contre la boule de ce second Thermometre pendant 7' avec le soufflet double, & l'esprit de vin monta de trois lignes dans le tuyau.

Nous prîmes ensuite le Thermometre à air de M. Amontons qui étoit depuis long-tems dans ce même lieu, & nous soufflâmes avec le soufflet double contre la boule pendant 7', & le mercure monta aussi de trois lignes; à la vérité nous étions 3 ou 4 personnes un peu éloignés du Thermometre pendant l'expérience.

Nous eûmes peur que la quantité de personnes que nous étions n'eût causé cet effet; c'est pourquoy nous laissâmes les Thermometres l'un proche de l'autre pendant 2 ou 3 heures, & ensuite avec un soufflet ordinaire nous soufflâmes pendant 3' contre chacune des boules de ces deux Thermometres, l'esprit de vin & le mercure qui étoient redescendus à la hauteur où ils étoient avant la précédente expérience remonterent chacun environ d'une ligne, mais celui à esprit de vin un peu moins que l'autre.

Nous eûmes peur que ce ne fût à cause que nous avions commencé par celui à esprit de vin, & que le soufflet ne se fût échauffé dans nos mains; c'est pourquoy nous les laissâmes dans la même position & le soufflet proche d'eux, & sur les six heures du soir nous soufflâmes encore pendant 3' contre chacune de ces deux boules; en commençant par celui à esprit de vin qui monta peu, mais celui à air ne monta point du tout.

Ensuite avec le même soufflet nous soufflâmes contre la boule d'un autre Thermometre à esprit de vin qui est de M. Amontons, & qui est placé dans le Cabinet de mon Pere, où l'air étoit plus chaud que celui où étoit le soufflet, & l'esprit de vin monta dans le tuyau de  $\frac{2}{3}$  de ligne, & ne descendit point d'abord comme il avoit fait la veille.

Le 4 à 7 heures du matin le Thermometre à air & le

gros Thermometre à esprit de vin & le soufflet ayant passé toute la nuit dans la Tour orientale, nous soufflâmes pendant 4' contre la boule de celui à air, & il ne monta point; ensuite nous soufflâmes contre la boule de celui à esprit de vin, & il monta environ d'une ligne. Ensuite nous soufflâmes pendant plus de 4' contre la boule d'un autre Thermometre à esprit de vin qui est plus petit, que nous avons laissé proche des vitres d'un lieu à côté qui est fermé, & qui est exposé au midy, les trous du soufflet étant tournés contre les vitres, la liqueur ne monta presque pas; mais en continuant de souffler, les trous du soufflet tournés de l'autre côté, il monta davantage.

L'après-midy sur les 2 heures le même Thermometre étant resté dans la même place, & ayant reçu l'impression du Soleil pendant 3 heures & demie, & le soufflet étant resté dans le même lieu sur un siege à six pieds de distance environ du Thermometre, le Soleil ayant aussi donné dessus, nous soufflâmes contre la boule de ce Thermometre, la liqueur descendit de plus de 6 lignes, les trous du soufflet n'étant pas tournés contre les vitres, & les ayant tournés contre les vitres & continuant de souffler, l'esprit de vin descendit encore considerablement, quoiqu'il y fit fort chaud, le Ciel ayant été fort serein toute la journée, & le Soleil y donnant pendant l'experience.

Le 5 au matin nous portâmes le Thermometre à air & le petit à esprit de vin dans la cave de l'Observatoire; & après les y avoir laissé près de trois quarts-d'heure & le soufflet aussi, & avoir ouvert & fermé le soufflet pendant du tems pour lui faire prendre par dedans la même chaleur que celle de l'air de la cave, nous soufflâmes pendant 5' contre la boule du Thermometre à air, & le mercure monta environ de 3 lignes: mais comme les deux Thermometres étoient à un pied de distance l'un de l'autre, & qu'auparavant de souffler contre celui à air nous avions remarqué aussi la hauteur de celui à es-

550 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
prit de vin, nous nous apperçûmes que celui à esprit de  
vin étoit aussi monté d'une ligne, quoiqu'on n'eût point  
soufflé contre; ensuite nous soufflâmes pendant le même  
tems contre celui à esprit de vin, & il monta aussi d'en-  
viron 3 lignes, & pendant ce tems-là le Thermometre à  
air ne monta point.

Nous avons pris la précaution de les porter dans la  
cave, craignant que la lumiere répandue dans l'air pen-  
dant le jour ne fit dessus quelque impression qui eût du  
rapport à ce qui arrive à la pierre de Boulogne & autre  
phosphore.

Ensuite nous appliquâmes un morceau de drap en 2  
ou 3 doubles contre la boule du Thermometre à air, &  
soufflant avec violence contre, il ne monta que d'une li-  
gne, & pendant ce tems-là le Thermometre à esprit de  
vin qui étoit resté à la même place monta d'une demie  
ligne; ensuite nous appliquâmes le drap contre la boule  
du Thermometre à esprit de vin, & après avoir soufflé  
contre pendant le même tems, il monta encore d'une  
demie ligne: mais le Thermometre à air ne monta point  
pendant ce tems-là, non plus que dans l'expérience pré-  
cedente.

Quoiqu'il paroisse en general que les experiences que  
nous venons de rapporter détruisent l'ancienne que mon  
Pere avoit faite, cependant il semble qu'elles fournissent  
un moyen d'en rendre raison & d'expliquer les differen-  
ces qui se trouvent entr'elles.

Car la neige qui étoit sur la boule du Thermometre  
& au travers de laquelle passoit l'air poussé par le souf-  
flet, étoit assez froide pour refroidir les particules de l'air  
un peu moins froides que la neige, qui se seroient appli-  
quées en grande quantité & en peu de tems par le moyen  
du soufflet contre la boule du Thermometre, & qui au-  
roient fait monter la liqueur. L'on ne peut quasi douter  
que ce ne soit la veritable raison de cette derniere expe-  
rience, & il semble que par son moyen on peut rendre  
raison de toutes les differences que nous avons remarqué



dans celles que nous avons faites. Cependant avant que de décider absolument, nous croyons qu'il faut attendre qu'on ait fait les deux experiences suivantes : la premiere, qui seroit de souffler contre la boule d'un Thermometre pendant un très-grand froid ; & la seconde, d'y souffler pendant un très-grand chaud, afin de voir si ce qui arrivera dans les extrêmes, fera conforme à ce qui est arrivé dans l'état moyen & autour du moyen.

Le 16 à 8 heures du matin un Thermometre à esprit de vin & de l'eau dans un vaisseau étant restés toute la nuit dans un même lieu, nous mîmes ce Thermometre dans cette eau, & après l'y avoir laissé assez de tems, nous ne remarquâmes point que l'esprit de vin eût changé de hauteur dans le tuyau ; ensuite nous retirâmes le Thermometre de l'eau, nous mouïllâmes un linge dans cette eau, nous l'appliquâmes en deux ou trois doubles sur la boule de ce Thermometre, & nous soufflâmes fortement avec un souffler ordinaire contre ce linge pendant 4 à 5' sans que l'esprit de vin changeât de hauteur.

Ayant laissé le Thermometre dans cet état pendant une heure, nous voulûmes refaire l'experience. Nous ôtâmes le linge de dessus la boule du Thermometre pour faire prendre à l'esprit de vin le même degré de chaleur de que l'air du lieu où il étoit ; & en attendant qu'il l'eût repris, nous voulûmes voir si en l'agitant dans l'air il ne lui arriveroit pas la même chose qu'en soufflant dessus, ce qui nous réussit ; car l'ayant agité fortement dans l'air pendant 8', l'esprit de vin monta de 2 lig. dans le tuyau, ensuite l'ayant laissé reposer quelque tems, il ne changea point de hauteur. Nous le mîmes ensuite pendant 8' dans la même eau où il avoit été d'abord, & la liqueur descendit quasi d'une ligne, mais ce ne fut que pendant les quatre dernieres minutes ; ensuite nous le retirâmes de l'eau, & ayant appliqué le linge mouïllé dessus, nous soufflâmes avec force pendant 8' contre le linge, & l'esprit de vin remonta à la même hauteur où il étoit devant que d'avoir été plongé dans l'eau.

Le 17 au matin sur les 9 heures le même Thermometre à esprit de vin ayant passé toute la nuit dans la Tour orientale de l'Observatoire , & plusieurs morceaux de marbre que nous y avions mis , nous les appliquâmes contre la boule de ce Thermometre , & en une demie heure l'esprit de vin descendit dans le tuyau de plus d'une ligne , & ensuite continuant de l'examiner , nous nous apperçûmes qu'il étoit un peu remonté. Pendant cette experience le grand Thermometre à esprit de vin qui demeure toujours dans cette Tour étoit remonté d'environ 2 lignes  $\frac{1}{2}$ . Cette experience sembleroit prouver que le marbre se refroidit plus que l'esprit de vin.





*MESSIEURS DE LA SOCIÉTÉ  
Royale des Sciences établie à Montpellier,  
ont envoyé à l'Académie l'Ouvrage qui  
suit, pour entretenir l'union intime qui doit  
être entr'elles, comme ne faisant qu'un seul  
Corps, aux termes des Statuts accordez  
par le Roi au mois de Février 1706.*

---

## OBSERVATION

*Sur les petits œufs de Poule sans jaune, que l'on  
appelle vulgairement œuf de Coq.*

PAR M. LAPEYRONIE.

**L**Es préjugés de la naissance & de l'éducation entretiennent les hommes dans des erreurs si grossières, souvent même en matière de fait, qu'il n'est pas moins digne des Compagnies de les en desabuser que de leur annoncer de nouvelles vérités.

On les accoutume par-là à un sage pyrrhonisme qui les tient en suspens, & qui ne leur permet d'admettre pour véritable que ce qui est clairement & distinctement connu.

Beaucoup de personnes, d'ailleurs raisonnables, croient avec le peuple que les Coqs pondent des œufs, que ces œufs étant couvés dans du fumier ou ailleurs, on en voit

éclore des Serpens ailés qu'on appelle Basilics \*. Ils pouf-  
sent plus loin la fable, & affurent que les regards de ces  
Basilics font mourir les hommes. Cette erreur n'a d'au-  
tre fondement qu'une ancienne tradition, dont la fauf-  
seté fera démontrée par les faits suivans.

Un Fermier m'apporta plusieurs œufs un peu plus gros  
que ceux de Pigeon (*Fig.* 1. disant qu'ils avoient été  
pondus par un jeune Coq, qui étoit le seul de sa basse-  
cour, dans laquelle il y avoit aussi quelques Poules. Il  
doutoit si peu de ce fait, qu'il m'assura positivement que  
si je faisois éclore quelqu'un de ces œufs, il naîtroit de  
chacun d'eux un Serpent; & pour me persuader ce qu'il  
avançoit, il me dit que je n'avois qu'à ouvrir un de ces  
œufs, que je le trouverois sans jaune, & qu'au défaut du  
jaune j'y verrois en petit, mais fort distinctement, la  
figure d'un Serpent.

Je fis l'ouverture de l'un de ces œufs en présence de  
M. Bon Premier Président de la Chambre des Comptes,  
Aydes & Finances, Associé honoraire, & de plusieurs  
autres personnes. Nous fûmes tous également surpris de  
voir cet œuf sans jaune, & de voir au défaut du jaune  
un Corps qui ressembloit assez bien à un petit Serpent  
entortillé. (*Fig.* 2.)

Je le développai sans peine après en avoir raffermi la  
substance dans de l'esprit de vin. (*Fig.* 3.)

J'en ouvris ensuite quelques autres que je trouvai en  
gros semblables au premier; toute la différence qui s'y  
trouvoit, c'est que le prétendu Serpent n'étoit pas dans

\* Sunt etiam quædam ova majora, alia minora, alia etiam minima quæ vulgo in Italia *Centinina* dicuntur & mulieres nostræ hodie (ut olim) à Gallo edita & Basiliscos productura fabulantur. Vulgus (inquit Fabricius) putat exiguum hoc ovum esse ultimum Gallinarum, cum jam centum ova Gallina pepererit (unde *Centininum* vocant (quod sine vitello est: habet tamen carera, ut chalazas, albumen, membranas, & corticem, verisimile enim est tunc generari, cum vitelli omnes jam in ova migrarunt, neque amplius in vitellario aliquis superest vitellus, qui in ovum evadere possit: ex altera tamen parte, albuminis adhuc modicum superest: ex hoc enim modico credibile est ovulum propositum creari. *Harvæus in tractatu generationis animalium, exercitatione XII. de ovorum differentiis.*

tous également bien représenté. J'ai eu l'honneur de faire voir plusieurs de ces œufs à la Compagnie; j'en ai trouvé quelques-uns dans lesquels on voyoit une tache jaune, ronde, d'une ligne de diametre, sans épaisseur, située sur la membrane qu'on trouve sous la coque cette tache répondoit à l'extrémité obtuse de l'œuf.

La différence de ces œufs aux œufs ordinaires qui ont tous un jaune, me donna la curiosité d'approfondir cette matiere, étant très-persuadé que si ces œufs avoient été pondus par un Coq, il falloit que celui-ci eût un organe particulier, & qu'outre les testicules ou les deux verges il eût un ovaire & une trompe, ce qui l'auroit rendu hermaphrodite; plusieurs animaux le font de leur nature, & nous lisons les observations de tant de Monstres qu'on dit l'avoir été, qu'on auroit bien pû penser qu'il peut se trouver un Coq qui le fût aussi.

Cette reflexion excitant ma curiosité, j'ouvris le jeune Coq que l'on prétendoit avoir pondu nos petits œufs, & par la dissection que j'en fis, j'y trouvai deux gros testicules qui donnoient origine à des vaisseaux de semence bien conditionnés, qui se terminoient chacun de leur côté par une petite verge dans la cloaque: le Coq nous parut très-vigoureux, mais incapable de ponte par le défaut d'organes. Je ne laissai pas que de faire couver quelques-uns de ces œufs que j'avois ramassés, je les ouvris après un mois de couvée, & je n'y trouvai aucun changement, si ce n'est que le blanc étoit plus divisé & plus fluide qu'à l'ordinaire.

Le Fermier n'ayant plus de Coq fut bien surpris de continuer à trouver des œufs semblables à ceux qu'il m'avoit apportés; il fut attentif à découvrir d'où ils venoient, guéri de son erreur, il voulut en connoître la source, & s'assura qu'ils étoient pondus par une Poule qu'il m'apporta.

J'apperçus pendant tout le temps que je la gardai qu'elle chantoit à peu près comme un Coq enroué, mais qu'elle chantoit avec beaucoup de violence.

Qu'elle rendoit par la cloaque des matieres jaunes fort délayées qui ressembloient à du jaune d'œuf détrempé dans de l'eau, & qu'elle pondoit de petits œufs semblables à ceux que j'avois ouverts.

Convaincus de ces faits il n'étoit plus question que d'en trouver la cause; je la cherchai dans les entrailles de la Poule, & je fis voir à la Compagnie une vessie de la grosseur du poing pleine d'eau fort claire représentée par CCCCC dans la Fig. 4. attachée par la racine supérieure G de son col au ligament EE qui attache à l'ovaire le pavillon de l'*oviductus*, & par la racine inférieure au centre G du mezentere de l'*oviductus*, ce qui étrangloit considérablement les deux parties de l'*oviductus* que cette attache FF embrassoit.

Cette hydropisie particuliere étrangloit si fort les deux endroits de l'*oviductus* marqués par FF, que leur cavité enflée avec violence n'avoit qu'environ cinq lignes de diametre; ainsi un œuf ordinaire, tels qu'ils sont en tombant dans la trompe, ne pouvoit pas y passer sans la crever, ou sans crever lui-même.

Le ventre de la Poule parut rempli d'une liqueur jaune dans laquelle nageoient de petites concretiones semblables à du jaune d'œuf durci, ce qui formoit une autre espece d'hydropisie assez singuliere.

La grosse vessie remplie d'eau étoit la veritable cause de tous ces faits.

Lorsqu'un œuf embrassé par le pavillon s'étoit détaché de l'ovaire & qu'il étoit engagé dans l'*oviductus*, il passoit quoiqu'avec beaucoup de peine au-delà du premier étranglement, & ne pouvoit absolument pas passer au-delà du second, 1°. parce qu'il étoit plus grand que le premier, 2°. parce que le blanc de l'œuf l'avoit grossi, l'humeur lui ayant été fournie par les membranes du canal qu'il avoit parcouru, l'œuf engagé entre les deux étranglemens irritoit les membranes du canal, qui ne pouvant le chasser redoubloit ses contractions, & obligeoit la Poule à se donner de grands mouvemens, & à

faire de violens efforts qu'elle exprimoit par des cris qui imitoient, comme il a été déjà dit, le chant d'un Coq enroué. Ces efforts pressoient la vessie pleine d'eau, celle-ci s'appliquoit contre ces attaches, & dans les concours de toutes ces différentes forces, l'œuf dont les membranes étoient encore très-minces, qui n'avoit que très-peu de blanc, & point de coque, se crevoit, le jaune s'échappoit tantôt dans l'abdomen, tantôt dans la cloaque, selon le côté vers lequel la crevasse répondoit, l'un & l'autre étoit arrivé à la Poule, comme on l'a déjà observé.

Le volume de l'œuf étant diminué par la perte d'une grande partie du jaune, descendoit malgré l'étranglement & continuoit son chemin.

Il est à remarquer que l'éponge du blanc qui environne le jaune ne laissoit pas de se remplir, quoiqu'elle fût percée dans l'endroit par où le jaune s'échappoit, & qu'elle manquât par-là de la tension qu'on auroit jugé devoir lui être nécessaire pour son accroissement, malgré cela l'humeur du blanc toujours fournie par les membranes de l'*Oviductus* \* grossissoit son éponge; à mesure qu'elle augmentoit, elle exprimoit le reste de la liqueur fluide du jaune qui ne pouvoit résister à cause de son issue, & qui sortoit presque toujours entierement; il laissoit quelquefois des traces à un des coins de l'œuf sous la forme d'une tache jaune; il pouvoit se faire aussi qu'il restât une petite portion du jaune ramassé, quoique je n'en aye jamais ouvert où il s'en soit trouvé.

Pendant que le jaune se vuidoit peu à peu les *calazas* se rengioient différemment selon l'endroit de la crevasse

\* Plusieurs personnes prétendent que le blanc de l'œuf est fourni par le jaune. Cette Observation démontre non-seulement que le jaune n'est pas la source du blanc (car comme le jaune qui augmente plutôt que de diminuer dans l'*Oviductus*, auroit-il pu suffire à produire toute la substance du blanc qui a beaucoup plus de volume que le jaune même, s'il ne recevoit d'ailleurs?) mais encore que la liqueur qui le fait ne passe point par le jaune, mais qu'après avoir passé par la membrane extérieure de l'œuf, elle entre immédiatement dans le corps spongieux où elle s'arrête: si cela étoit autrement, l'humeur du blanc se seroit écoulée avec le jaune, & son éponge n'auroit pas grossi.

558 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
de l'œuf, si elle se trouvoit à côté d'un *chalaza*, les cellules des environs du *chalaza* opposé grossissant choisissent l'autre qui se colloit à l'angle obtus de l'œuf, où il trouvoit une moindre résistance; aussi je l'ai souvent trouvé collé à cet endroit, plusieurs fois même ensemble avec la tache jaune.

Mais lorsque l'ouverture se faisoit dans un endroit du jaune également éloigné des deux *chalazas*, ils travailloient alors de concert à chasser le jaune & se réunissoient ensuite au centre de l'œuf par le resserrement de la membrane du jaune, aux bouts de laquelle ils sont fortement attachés, ce qui representoit un serpent beaucoup plus entortillé que lorsqu'il n'y avoit qu'un seul *chalaza*.

Après que le jaune étoit entierement vidé, & qu'il avoit été suivi de ce qui se trouvoit de plus fluide dans le blanc, son ouverture étoit bien-tôt cicatrisée par la viscosité du blanc enfermé dans un corps spongieux, aussi-bien que par les matieres grasses dont l'intérieur de l'*oviductus* est enduit, & enfin par la matiere de la coque de l'œuf qui se trouve au bas de ce conduit.

J'ai ramassé de cette humeur, & l'ayant exposée à une douce chaleur, elle a fait une substance semblable à la coque.

Il y a apparence qu'une partie du blanc s'échapoit avec le jaune, puisqu'il n'y en avoit dans chaque petit œuf qu'environ le tiers de ce qu'on en trouve dans un œuf ordinaire.

J'ai trouvé quelquefois la cicatrice de l'ouverture de la membrane par où le jaune s'étoit échapé, si intimement collée à la partie de la coque qui y répondoit qu'on n'auroit pû l'en détacher sans la déchirer, ce qui n'arrivoit pas dans tout le reste de la circonference.

S'il y a des Poules qui pondent quelquefois des œufs sans coque, cela vient ou de quelque maladie, qui irrite la trompe, leur fait chasser l'œuf avant le temps.

Ou bien par une grande fécondité qui ne leur donne



pas le loisir de les meurir tous, il y a des Poules qui font le même jour un œuf bien conditionné, & un autre sans coque.

Le défaut d'une suffisante quantité de cette humeur dans certaines Poules peut encore en être la cause.

Il peut y avoir des Poules qui pondent quelquefois des œufs semblables à ceux dont je donne la description, lorsque dans des efforts, ou par quelque cause extérieure le jaune d'œuf est crevé dans l'*oviductus* ; mais la cause n'étant pas constante, elles en font aussi de bien conditionnés.

Des étranglemens ou des compressions à peu près semblables, qui anéantissent les petits des ovipares en leur ôtant la matière de leur nourriture, ne rendroient que monstrueux ceux des vivipares, qui ne la portent pas avec eux, & qui vont la puiser dans la matrice, pourvû que la compression ne détruit pas aucune partie essentielle à la vie de l'animal.

On ne doit donc pas être surpris de ce que ceux-ci nous fournissent beaucoup plus de monstres que les autres.

#### EXPLICATION DES FIGURES.

**L** A Figure 1. représente au naturel l'œuf sans jaune, couvert de sa coque, ayant un angle aigu, & l'autre obtus.

La Fig. 2. représente le même œuf ouvert.

AAA. Le blanc clair.

BB. Le blanc épais au centre duquel on voit le *chalaza*, ou la figure du prétendu serpent.

La Fig. 3. représente le même *chalaza* tiré du centre du blanc épais, & regardé avec une loupe.

La Fig. 4. fait voir l'intérieur du ventre de la Poule qui faisoit les œufs représentés dans les Figures précédentes.

AAAAA. L'ovaire.

*BBBBBBBBB. L'oviductus.*

*CCCCC.* Vessie contre nature remplie d'eau claire située au milieu de l'abdomen, & que l'on a couchée de côté pour découvrir ses attaches; elle couvre une partie de l'*oviductus*, & l'étrangle dans les deux endroits marqués *FF*.

*D.* Le pavillon ou l'entrée de l'*oviductus*.

*EE.* Ligament qui attache le côté du pavillon derrière l'ovaire.

*FF.* Ligament du col de la vessie *CCCCC* qui étrangle deux endroits de l'*oviductus*.

*GG.* Attache dudit ligament l'une, sçavoir la supérieure au ligament *EE*, & l'inférieure au centre du mézentrère de l'*oviductus*.

*H.* La cloaque dans laquelle on voit deux ouvertures; dont l'une répond à l'*oviductus*, & l'autre à l'intestin.

*IIII.* Plusieurs concrétions jaunes semées dans l'abdomen semblables à des parcelles de jaunes d'œuf durci.



